

BRETON (DE CHAMP)

**Considérations sur les premiers
éléments de la statique**

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 3
(1844), p. 14-18

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__14_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1844, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONSIDÉRATIONS
SUR LES PREMIERS ÉLÉMENTS DE LA STATIQUE.

PAR M. BRETON (DE CHAMP),
Ingénieur des ponts et chaussées.

Nous avons en vue, dans cet article, les éléments de statique servant aujourd'hui de base à l'enseignement, et en particulier l'ordre dans lequel ils ont été présentés par M. Poinso. On sait l'usage non moins élégant qu'ingénieux que ce géomètre a su faire de la théorie des couples, théorie que sa fécondité a fait adopter à peu près universellement. Toutefois cette théorie elle-même et ses applications semblent subordonnées à la connaissance de quelques théorèmes, ceux, par exemple, qui se rapportent à la composition des forces parallèles agissant dans un même plan. Nous nous proposons d'examiner quels sont les changements que l'ordre ainsi établi pourrait recevoir sans inconvénient et avec quelque utilité.

I.

Il n'est pas inutile de rappeler d'abord que plusieurs personnes ont émis l'opinion qu'il serait désirable de faire précéder tous les éléments du théorème fondamental de la composition des forces, c'est-à-dire de la règle du parallélogramme, au lieu de placer celle-ci à la suite de la théorie des forces parallèles agissant dans un plan. De là plusieurs démonstrations immédiates du parallélogramme des forces, remplissant plus ou moins parfaitement le but que l'on se proposait, mais dont aucune, jusqu'à présent, n'a prévalu sur les habitudes de l'enseignement. Ces tentatives montrent seulement le besoin qu'éprouve l'esprit humain de placer à la tête de toute doctrine les principes les plus généraux, pour y rattacher les notions d'une importance secondaire. Fût-on parvenu à satisfaire, par une démonstration simple et courte, n'exigeant pas de figure compliquée, à toutes les exigences de l'enseignement élémentaire, il n'en serait résulté aucune simplification *notable* dans l'exposition des premiers théorèmes de la statique. L'on aurait gagné, en un mot, fort peu à *intervenir* la marche consacrée, laquelle d'ailleurs constitue une véritable synthèse, qui ne laisse presque rien à désirer.

II.

Un moyen d'obtenir un ensemble moins restreint de simplifications consisterait, si nous ne nous trompons, à faire intervenir la théorie des couples dans la démonstration des premiers théorèmes. Le *couple* et la *force* étant les deux objets dont s'occupe la statique, rien de plus naturel que de rapprocher leurs définitions. L'une et l'autre doivent être en outre accompagnées du petit nombre de notions presque évidentes qui n'ont pas besoin, pour être établies, d'une démonstration proprement dite.

Mais , pour être plus clair , citons tout de suite un exemple. On fait voir très-facilement qu'un couple peut être transporté et tourné comme l'on voudra dans son plan , sans que son effet statique soit changé. Il suffit , pour cela , de remarquer que des forces égales , appliquées aux sommets opposés et dans la direction des côtés d'un losange , se font équilibre. De ce théorème on déduit , comme corollaire , que deux forces égales , parallèles et de même sens , appliquées aux extrémités d'une verge rigide et inextensible , ont une résultante qui leur est parallèle , qui est égale à leur somme , et dont le point d'application est à égale distance des composantes.

De là on déduit encore que le couple peut être remplacé par un couple égal agissant dans un plan parallèle au sien.

III.

Cette ubiquité du couple répond évidemment à la propriété de la force , qui consiste en ce que l'on peut la supposer appliquée à tel point de sa direction que l'on voudra. Représentons , avec M. Poinsot , le couple par une droite perpendiculaire à son plan , et dirigée de manière à indiquer le sens de la rotation. Transporter le couple d'un plan dans un autre , est alors la même chose que l'appliquer à volonté à l'un quelconque des points de sa direction. Les énoncés pour la force et le couple sont ainsi rendus identiques , et mettent les esprits les moins clairvoyants sur la voie des analogies.

IV.

Pour aller plus loin , il est nécessaire de connaître la mesure de l'effet exercé par un couple , de même que l'on a déjà celle de la force. Or cette mesure se déduit des deux propositions suivantes :

1° Les efforts de deux couples ayant même bras de levier sont entre eux comme leurs forces ;

2° *Les efforts de deux couples ayant mêmes forces sont entre eux comme les longueurs des bras de levier.*

La première est démontrée dans les éléments d'une manière à peu près immédiate, sans recourir à la composition des forces parallèles. Il n'en est pas de même pour la seconde. Toutefois la difficulté peut être levée par une démonstration directe très-simple et très-élémentaire.

V.

Soient deux couples (P, a) , (P, b) ; P désignant la force commune, a et b les bras de levier. Supposons, b étant le plus petit, qu'on le porte sur a bout à bout autant de fois que faire se pourra, sauf à obtenir un reste c moindre que b . A chaque point de division, perpendiculairement au bras, appliquons deux forces P directement contraires et par suite se faisant équilibre. Il suffit de construire la figure pour apercevoir que l'on peut décomposer le système ainsi établi en autant de couples égaux à (P, b) que b est contenu de fois dans a , plus un couple restant (P, c) . Si le reste c était nul, le couple (P, a) contiendrait un nombre entier de fois le couple (P, b) , et le théorème serait démontré. Supposons que le contraire arrive, rien n'empêchera de comparer de la même manière c à b ou (P, c) à (P, b) , et l'on obtiendra généralement un second reste d avec un couple $(P, d) < (P, c)$ (quant au bras de levier seulement). Ces opérations étant celles qu'il faudrait effectuer sur a, b , pour la recherche de leur commune mesure, il est clair, s'il y en a une, que le couple auquel elle servira de bras de levier sera aussi la commune mesure de (P, a) , (P, b) . Si, au contraire, il n'y en a pas, comme les opérations successives et indéfiniment prolongées de la recherche du plus grand commun diviseur entre (P, a) et (P, b) conduisent à la même série de quotients que

donnerait cette recherche entre a et b, nous en concluons encore, avec Ampère, que les efforts des deux couples sont proportionnels à leurs bras de levier.

VI.

Si l'on admet la vérité du théorème ainsi présenté, rien de plus facile que d'en déduire la mesure de l'effort d'un couple. Les corollaires sont : *la composition des forces parallèles et la règle du parallélogramme des forces*. Dans ces applications, qui n'ont besoin que d'être indiquées pour qu'on les trouve, le transport d'une force parallèlement à elle-même d'un point d'application à un autre, transport qui donne naissance à un couple, figure comme moyen de démonstration, de même que dans les recherches les plus générales, les plus complexes de l'équilibre d'un système donné. Ainsi non-seulement la théorie de M Poinsot, au lieu de se présenter à la suite des anciens éléments, pourrait être produite en tête de leur exposition, mais encore elle les réduirait à n'être plus que de simples corollaires presque évidents.

Il ne nous appartient point de décider s'il serait convenable d'intervertir ainsi l'ordre des éléments; nous savons avec quelle réserve ce qui est consacré par l'usage doit être traité. C'est aux professeurs à juger si l'enseignement de la statique est susceptible d'être modifié en quelques points, et notamment dans la partie tout à fait élémentaire. L'examen auquel nous venons de nous livrer est destiné bien moins à résoudre la question qu'à la signaler à leur zèle éclairé; et nous serions heureux si notre manière de voir leur paraissait mériter quelque attention.