NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

MOURGUES

Note sur les polygones réguliers

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 3 (1844), p. 13-14

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1844_1_3__13_1>

NOTE SUR LES POLYGONES RÉGULIERS.

PAR M. MOURGUES,

Ancien élève de l'École normale, Professeur au collége de Rhodez.

—

La différence des aires des polygones réguliers de $2n$ côtés, inscrit et circonscrit à un cercle, est inférieure au quart de la différence des aires des polygones réguliers de n côtés, inscrit et circonscrit au même cercle.

Soient AB et CD (*fig.* 1) les côtés des polygones réguliers de n côtés, EB et GH ceux des polygones de $2n$ côtés : la différence des deux premiers polygones est $2n$.FBDE; la différence des deux derniers est $2n$.EBH. Or, je dis que

$$\mathrm{EBH} < \frac{1}{4}\,\mathrm{FBDE}.$$

Comme ce triangle et ce trapèze ont même hauteur EF, il suffit de prouver qu'on a $\mathrm{EH} < \frac{1}{4}(\mathrm{ED} + \mathrm{FB})$. En effet, en remarquant que la figure EIBH est un losange, c'est-à-dire que $\mathrm{EH} = \mathrm{IB}$, la proportion $\mathrm{DH} : \mathrm{HE} :: \mathrm{BI} : \mathrm{IF}$ donne

$\overline{HE}^2 = DH \times IF$; mais on sait que le côté d'un carré est plus petit que la demi-somme des côtés d'un rectangle équivalent, donc $HE < \frac{DH + IF}{2}$ ou $\frac{HE}{2} < \frac{DH + IF}{4}$; d'ailleurs $\frac{HE}{2} = \frac{HE + IB}{4}$, d'où l'on déduit, en additionnant membre à membre, $HE < \frac{1}{4}(ED + FB)$.