NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 549-552

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__549_1>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

BIBLIOGRAPHIE.

Discours sur la nature des grandeurs négatives et imaginaires, et interprétation des solutions imaginaires en géométrie; par MAXIMILIEN MARIE, ancien élève de l'École polytechnique. Paris, in-8 de 130 pages, une planche gravée de 5 figures (*).

Ce discours était destiné à être lu devant l'Académie des sciences. S'adressant à un tel auditoire, l'auteur n'avait besoin ni de viser à une grande clarté, ni d'entrer dans de longues explications, si nécessaires en parlant aux intelligences ordinaires ; aussi, je n'ai presque rien compris à ce discours-là et ne suis pas même bien sûr du peu que je vais en rapporter. L'auteur dit qu'on porte les coordonnées négatives du côté opposé à celui qu'on a assigné aux coordonnées positives, afin que, quelque changement qu'on fasse aux axes, la forme de la courbe en discussion reste toujours la même. M. Marie donne cette interprétation comme une idée profonde, d'une grande nouveauté. Comme il me semble que cette explication appartient à tout le monde, il faut donc qu'il y ait ici quelque intention secrète qui m'échappe complétement; voici du moins comment j'ai toujours conçu la théorie géométrique des quantités négatives, quant à la position.

Admettons que sur une droite indéfinie, donnée de position, on veuille chercher des points jouissant de certaines

(*) Chez Carilian-Gœury et Vor Dalmont, éditeurs, quai des Augustins, nos 39 et 41, à Paris.

propriétés. L'esprit humain ne peut procéder que du connu à l inconnu. On prend donc arbitrairement un point fixe sur cette droite, et on cherche, d'apres les conditions du problème, les distances des points inconnus à ce point connu, et ces distances x, dans le courant du raisonnement, sont censées être portées à la droite du point fixe O; on parvient à une équation $f(x) = 0$; or, les racines positives annoncent que les distances doivent être de fait portées à la droite du point O En effet, tous les calculs et opérations que l'on a faits pour parvenir à l'équation finale se réduisent à des additions et à des soustractions, il n'y a pas d'autres opérations possibles. Or, pour les quantités positives, l'addition équivaut a une augmentation véritable et la soustraction à une diminution véritables tandis que pour les quantité négatives, le résultat de l'addition est une diminution et le resultat de la soustraction un accroissement; de sorte que pour les racines positives, les opérations hypothétiquement augmentatives ou diminutives sont des opérations effectivement telles, et les points cherchés sont en effet places à la droite du point O. Il n'en est point ainsi pour les racines négatives; mais analytiquement parlant, on peut toujours se débarrasser de cette sorte de racines. En effet, faisant $x=y-l$, l est une quantite positive supérieure au plus grand module des racines néga tives; l'equation $\varphi(y) = 0$ n'a plus de racines négatives. Or, on peut exécuter la même opération géométriquement; pour cela, il suffit de faire reculer le point fixe O de la longueur l vers la gauche, et si on résout le problème relativement à ce nouveau point fixe O', l'équation en y n'admettant que des racines positives, les points cherchés sont à la droite du point O', et à cause de la relation $y = x + l$ les racines négatives de l'équation en x designent des points situés entre les deux points fixes O et O', et l'on voit que sans avoir besoin de changer le point fixe, on trouve de suite ces points en portant les valeurs négatives de x à la gauche du point O.

Si les points cherchés sont sur un plan donné de position, on ramène le problème à la recherche des projections de ces points sur deux droites fixes, et on rentre ainsi dans le cas précédent. Si les points à déterminer sont situés dans l'espace, on les projette sur trois plans.

D'après ce qui précède, on voit que les signes indiquent des positions relatives seulement pour des quantités qui subissent des accroissements ou des diminutions sans changer de direction, qui, pour ainsi dire, n'ont qu'un mouvement de va-et-vient ; mais si ces quantités changent aussi de direction, les raisonnements précédents cessent d'être applicables. Ainsi, les signes des sinus, cosinus, tangentes indiquent aussi les positions ; mais le signe de la sécante ne se rattache à une position qu'autant qu'on regarde cette ligne trigonométrique comme la réciproque du cosinus. De même, dans l'équation polaire $\varphi(\rho, \omega) = 0$, le signe de ω indique une position ; mais pour connaître la position du point qui termine ρ, il faut recourir aux coordonnées rectangulaires x, y de ce point, et ayant les équations $x = \rho \cos \omega$, $y = \rho \sin \omega$, les signes de ρ, $\sin \omega$, $\cos \omega$ font connaître les signes de x et de y.

Il est utile de remarquer que $x = 0$ et $x = -0$ indiquent un seul et même point ; il en est de même de la réciproque de ces valeurs, c'est-à-dire que $x = +\infty$ et $x = -\infty$ s'appliquent au même point, l'identité $+\infty = -\infty$ établit la continuité dans les lignes à branches infinies. Il faut d'ailleurs se rappeler qu'une droite est analytiquement considérée une circonférence à rayon infini : les extrémités de cette circonférence se confondent.

Soient les deux équations

$$y = fx + \psi x \sqrt{x^2 - a^2}\,; \quad y = fx + \psi(x)\sqrt{a^2 - x^2}\,,$$

fx. $\psi(x)$ étant des polynomes réels, les mêmes valeurs de x, différentes de a, qui rendent y imaginaire dans l'une de ces courbes, rendent y réelle dans l'autre, et *vice versâ*. M. Marie dit qu'une de ces courbes est la *conjuguée* de l'autre, et que les propriétés d'une de ces courbes peuvent servir à deviner les propriétés de l'autre ; on a pour exemple le cercle et l'hyperbole équilatère. C'est en cela que consiste l'interprétation des solutions imaginaires ; où est le merveilleux de cette interprétation ?

En finissant, je crois devoir répéter que je n'ai pas la certitude d'avoir bien expliqué les idées contenues dans cet ouvrage ; pour me justifier, donnons un specimen du style.

« La définition d'une courbe géométrique peut toujours » être présentée ainsi : tous ses points sont tels que si on » construit deux courbes (déjà définies quant à leurs pro- » priétés générales, c'est-à-dire celles qui ne dépendent pas » des paramètres) qui passent par l'un d'eux et qui, pour le » reste, soient déterminées par des conditions invariables » avec la position du point (c'est-à-dire qui ont leurs expres- » sions géométriques dans l'ensemble de la construction d'une » figure fixe) ; ces deux courbes jouiront, l'une par rapport » à l'autre, d'une propriété qui, lorsque l'une est déter- » minée, équivaut, pour la construction de l'autre, à la » donnée d'un point par lequel elle devrait passer (p. 80). » Comprenez-vous ?

Dans la préface, l'auteur raconte ses désappointements académiques avec une simplicité caustique qui rappelle quelquefois le genre de Paul-Louis Courrier. On voit que pour être clair, M. Marie n'a qu'à vouloir. La profondeur en mathématiques est celle des cieux, il y fait jour. Laissons la profondeur des souterrains aux scolastiques anciens et modernes.

Tm.