NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

FERRIOT

Sur les intérêts composés instantanés

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 2 (1843), p. 461-462

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__461_0>

SUR LES INTÉRÊTS COMPOSÉS INSTANTANÉS,

PAR M. FERRIOT,
Recteur honoraire de l'académie de Grenoble.

—

La proposition qu'on va voir a déjà paru, sans nom d'auteur, dans une des nombreuses éditions de l'Algèbre de M. le baron Reynaud. En la reproduisant aujourd'hui, je n'ai d'autre intention que de la répandre davantage.

Que devient la somme a prêtée à intérêts composés à r pour franc dans l'unité de temps, quand on suppose que l'intérêt se renouvelle à chaque instant.

Pour cela, remarquons que l'intérêt étant r dans l'unité de temps, sera $\frac{r}{2}$ dans la moitié de l'unité de temps ; $\frac{r}{3}$ dans le tiers de l'unité de temps, et par conséquent, $\frac{r}{u}$ dans la u^{eme} partie de l'unité de temps : or, d'après la formule des intérêts composés, on a

$$A = a\left(1 + \frac{r}{u}\right)^u,$$

ce qui donne

$$A = a\left(1 + \frac{u.r}{1.u} + \frac{u(u-1)}{1.2}.\frac{r^2}{u^2} + \frac{u(u-1)(u-2)}{1.2.3}.\frac{r^3}{u^3} + \text{etc.}\,.\right)$$

$$= a\left(1 + \frac{r}{1} + \frac{\left(1-\frac{1}{u}\right)}{1.2}.\,r^2 + \frac{\left(1-\frac{1}{u}\right)\left(1-\frac{2}{u}\right)}{1.2.3}.\,r^3 + \text{etc}\ldots\right)$$

Si actuellement on fait u infiniment grand, afin d'avoir l'intérêt relatif à un instant indivisible, on aura

$$A = a\left(1 + \frac{r}{1} + \frac{r^2}{1.2} + \frac{r^3}{1.2.3} + \ldots\right) = a.e^r.$$

Si on fait $r = 1$, c'est-à-dire, si on prête au franc pour franc, on a $A = a.e$, et par conséquent, après p années, $A = a \times e^p$.

Dans le cas général, la formule est

$$A = a.e^{pr}.$$

Nota. La même solution s'applique à ce problème : un vase contient a mètres cubes d'eau ; à chaque instant il y tombe une goutte dont la grosseur est proportionnelle au volume d'eau ; quel est le volume au bout de u unités de temps ; sachant d'ailleurs que la première goutte, renouvelée instantanément pendant l'unité de temps, aurait produit un accroissement r? C'est aussi une question de population traitée par Bernoulli (D.), et dont nous entretiendrons nos lecteurs. Tm.