

Problèmes et théorèmes

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 2
(1843), p. 326-328

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1843_1_2__326_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1843, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

PROBLÈMES ET THÉORÈMES.

65. Connaissant les coordonnées des trois sommets d'un triangle, quelles relations doivent exister entre ces coordonnées et celles d'un quatrième point, pour que celui-ci soit dans l'intérieur du triangle ?

66. Étant donné une conique et un diamètre, trouver sur ce diamètre un point tel qu'en menant par ce point une parallèle à une droite donnée, les deux segments de la corde ou de la sécante soient dans un rapport donné.

67. Étant donnés : deux circonférences dans le même plan ; A un point sur la première circonférence, et B, un point sur la seconde ; trouver sur l'axe radical des deux circonférences un point C, tel qu'en menant les sécantes CA, CB, elles coupent les circonférences en deux points D, E, de manière que la droite DE soit à angle droit sur l'axe radical.

68. Quatre points étant placés harmoniquement sur une droite, une circonférence qui passe par deux points conjugués coupe orthogonalement la circonférence décrite sur la distance des deux autres points conjugués, comme diamètre.

69. Étant donnée l'équation :

$$abc = x [a\sqrt{4x^2 - a^2} + b\sqrt{4x^2 - b^2} + c\sqrt{4x^2 - c^2}],$$

en tirer analytiquement la valeur

$$x = \frac{abc}{4\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}}, \text{ où } p = \frac{1}{2}(a+b+c).$$

$$70. \quad a^n + b^n = (a+b)^n - \frac{n}{1} ab(a+b)^{n-2} +$$

$$\frac{n \cdot n - 3}{1 \cdot 2} a^2 b^2 (a+b)^{n-4} - \frac{n(n-5)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 b^3 (a+b)^{n-6} +$$

$$(-1)^p \frac{n}{1} \cdot \frac{n-2p+1}{2} \cdot \frac{n-2p+2}{3} \dots \frac{n-p-1}{p} a^p b^p (a+b)^{n-p}$$

n étant un nombre entier positif.

71. Soit l'équation $x^3 + 3px^2 + 3qx + r = 0$; faisons $A = \sqrt{p^2 - q}$; si les trois racines sont réelles, elles sont comprises la première entre $-p-2A$ et $-p-A$; la seconde entre $-p-A$ et $-p+A$, et la troisième entre $-p+A$ et $-p+2A$; s'il n'y a qu'une racine réelle, elle ne tombe jamais entre $-p-2A$ et $-p+2A$.

72. A et B sont deux nombres entiers positifs, ayant plus de la moitié des chiffres à gauche en commun ; et $A > B$, on

a toujours $A^{\frac{1}{p}} - B^{\frac{1}{p}} < \frac{1}{p}$; p est un nombre entier positif.

73. Un triangle rectangle ayant pour hypoténuse, la corde d'une conique et pour sommet un point fixe, dans le plan de la conique ; l'enveloppe de l'hypoténuse est une seconde conique, dont un des foyers est au point fixe.

74. Un cercle mobile a son centre sur une droite fixe et touche un cercle fixe ; quel est le lieu du pôle d'une seconde droite fixe relativement à ce cercle mobile ; que devient ce lieu, lorsque le cercle fixe se réduit à un point, ou devient une droite ?
