NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

TERQUEM

Deux problèmes sur une pyramide pentaèdre à base de trapèze

Nouvelles annales de mathématiques 1re série, tome 1 (1842), p. 396-397

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__396_1>

DEUX PROBLEMES

Sur une pyramide pentaèdre à base de trapèze.

—

Problème. Dans une pyramide pentaèdre SABCD (*fig.* 81), dont S est le sommet et ABCD la base trapèze, étant donnés : 1° la face SAD de grandeur et de position ; 2° l'inclinaison de cette face sur la base ABCD ; 3° les directions des arêtes parallèles AB, CD ; 4° les angles de la face SBC ; construire la pyramide.

1. *Solution.* Supposons la construction effectuée : du sommet S, abaissons la perpendiculaire SP sur la base, et la perpendiculaire SQ sur le côté BC ; à partir de Q, portons sur QC une longueur QR égale à QS ; cela posé,

1° La hauteur SP est donnée de grandeur et de position, et SQP étant un angle droit, l'on a $\overline{SQ}^2 - \overline{QP}^2 = \overline{SP}^2$,

et aussi $\overline{RQ}^2 - \overline{QP}^2 = \overline{SP}^2$.

2° Le triangle SBC étant donné d'espèce, les rapports $\frac{BQ}{CQ}$, $\frac{SQ}{CQ}$ ou $\frac{RQ}{CQ}$ sont connus ; ainsi les parallèles aux côtés AB, CD passant par les points Q et R sont données de position.

3° le triangle PQR est rectangle en Q, les deux sommets Q et R sont sur des parallèles données, le troisième sommet

P est donné de position ; et la différence des carrés des côtés de l'angle droit $\overline{RQ}^2 - \overline{QP}^2$ est connue ; la recherche d'un tel triangle mène facilement à une équation du second degré, géométriquement constructible et toujours possible.

C.Q.F.T.

2. Cette solution simple est due à Lhuilier, de Genève (*Annales* de Gergonne, t. II, p. 293, année 1811). Elle sert à résoudre ces deux problèmes importants : 1° faire dans un prisme triangulaire donné, une section semblable à un triangle donné ; 2° étant donné un triangle de grandeur et de position, mener un plan tel qu'en y projetant le triangle par des parallèles données de direction, la projection soit semblable à un triangle donné.

3. *Problème* (fig. 82). Dans la même pyramide que dessus, étant donnés : 1° la face SAD de grandeur et de position ; 2° l'inclinaison de SAD sur le plan donné de SBC ; 3° les trois angles de SBC ; construire la pyramide.

Solution. Soit MN l'intersection des deux plans donnés SAD, SBC, les droites AD et BC prolongées, rencontrent cette intersection au même point M ; ainsi le point M est donné de même que la longueur MS ; AB et CD étant parallèles, le rapport $\frac{MC}{MB}$ est égal au rapport connu $\frac{MD}{MA}$, les angles SCM, SBM sont connus. Avec ces données, on détermine facilement le triangle SBC, de grandeur et de position.

C.Q.F.T.

4. Le problème précédent revient à celui-ci : étant donnés deux plans et un triangle tracé dans un des plans, projeter ce triangle sur le second plan, de telle sorte que sa projection soit semblable à un triangle donné. Tm.