

## **Théorèmes à démontrer**

*Nouvelles annales de mathématiques 1<sup>re</sup> série*, tome 1  
(1842), p. 166-167

[http://www.numdam.org/item?id=NAM\\_1842\\_1\\_1\\_\\_166\\_1](http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__166_1)

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

---

---

## THÉORÈMES A DÉMONTRER.

---

1. Démontrer que la circonférence qui passe par les milieux des côtés d'un triangle, a les propriétés suivantes : 1° elle passe par les pieds des trois hauteurs de triangle, et par les milieux des droites qui joignent le point de rencontre des trois hauteurs aux sommets du triangle ; 2° elle est tangente aux quatre cercles tangents aux trois côtés du triangle.

2. Soit  $V=0$ , une équation du degré  $m$  à une seule inconnue  $x$ , dont les racines  $a, b, c, d, e, \dots h$ , sont inégales ; et  $V_1$  la dérivée de  $V$ . Supposons qu'on opère comme s'il s'agissait de trouver le plus grand commun diviseur entre  $V$  et  $V_1$  en ayant soin de changer les signes des restes, lorsqu'ils serviront de diviseur, et désignons par  $V_2, V_3, V_4, \dots V_m$ , ces restes changés de signe.

Les polynômes  $V_1, V_2, V_3, \dots V_m$ , s'exprimeront en fonction des racines de  $V=0$ , d'après la règle que nous allons indiquer.

La dérivée  $V_1$  est, comme on sait, la somme des produits  $(m-1)$  à  $(m-1)$ , des facteurs  $(x-a), (x-b), (x-c), \dots (x-h)$  ; c'est ce que nous écrivons ainsi :

$$V_1 = \Sigma(x-b)(x-c) \dots (x-h),$$

Pour obtenir l'expression de  $V_2$ , on multipliera chacun des produits  $(m-2)$  à  $(m-2)$  des facteurs  $(x-a), (x-b), x-c), \dots (x-h)$ , par le carré de la différence des deux

racines qui n'entrent pas dans le produit considéré : la somme de ces derniers produits, multipliée elle-même par un facteur positif indépendant de  $x$ , donnera  $V_1$ ; c'est-à-dire que

$$V_1 = \alpha \Sigma (a-b)^2 (x-c) (x-d) \dots (x-h); \quad \alpha > 0.$$

On a de même

$$V_2 = \epsilon \Sigma (a-b)^2 (a-c)^2 (b-c)^2 (x-d) \dots (x-h); \quad \epsilon > 0,$$

$$V_3 = \gamma \Sigma (a-b)^3 (a-c)^2 (a-d)^2 (b-c)^2 (b-d)^2 (c-d)^2 (x-e) \dots (x-h); \quad \gamma > 0,$$

$$\dots \dots \dots$$

$$V_m = \lambda \Sigma (a-b)^2 (a-c)^2 \dots (a-h)^2 (g-h)^2; \quad \lambda > 0.$$

C'est ce que l'on propose de démontrer.

Ce théorème a été donné, sans démonstration, par *M. Sylvester*, géomètre anglais.