

E. CATALAN

Lettre de M. Catalan à M. Terquem

Nouvelles annales de mathématiques 1^{re} série, tome 1
(1842), p. 148-151

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1842_1_1__148_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1842, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LETTRE

DE M. CATALAN A M. TERQUEM.

—
Bien que je n'aime pas la polémique, je crois ne pouvoir

laisser passer sous silence l'article de *M. Perrey*, contenu dans le second numéro de votre journal.

Jusqu'à présent tout le monde avait adopté l'expression suivante, qui n'est qu'une façon de parler : « La parabole pouvant être considérée comme la limite de toutes les ellipses qui ont même sommet et même foyer, a un centre unique, situé à l'infini. »

M. Perrey, observant que la parabole peut être regardée aussi comme la limite d'une série d'hyperboles, conclut que cette courbe a deux centres situés à l'infini, l'un sur l'axe, l'autre sur le prolongement de l'axe.

Cette conclusion est, je crois, inadmissible.

Considérons une ellipse ABCD (*fig. 40*), rapportée à son grand axe AB, et à la tangente au sommet A. Soit F, le foyer de cette courbe, situé entre le centre et l'origine. Prenons les points A et F pour sommet et pour foyer d'une parabole GAE.

Si, actuellement, ces points restant fixes, on suppose que le centre O s'éloigne de plus en plus de l'origine, on obtiendra une série d'ellipses telles que pour une même valeur de l'abscisse, l'excès de l'ordonnée de la parabole, sur l'ordonnée de l'ellipse, pourra devenir moindre que toute quantité assignable, si l'on rend l'ellipse suffisamment grande. C'est là ce qu'on exprime en disant : « La parabole est la limite des ellipses qui ont même sommet et même foyer. » De même, quand on dit : « La parabole a un centre situé à l'infini, du côté des x positifs, » cette expression, qui n'est, je le répète, qu'une façon abrégée de parler, signifie : « Si vous prenez une ellipse qui diffère extrêmement peu de la parabole, le centre de cette ellipse sera excessivement éloigné de l'origine. »

En second lieu, si l'on construit une série d'hyperboles telles que HAL, ayant A pour sommet, F pour foyer, et dont

le centre, situé vers les x négatifs, s'éloigne de plus en plus de l'origine, ces hyperboles auront pour limite la parabole GAE. Sous ce point de vue, on est conduit à admettre que la parabole a un centre situé à l'infini, sur le prolongement de son axe.

Ainsi, selon que l'on regarde cette courbe comme limite d'une série d'ellipses ou d'une série d'hyperboles, il n'est pas inexact de dire qu'elle a un centre à droite de l'origine, ou un centre à gauche. Mais comme les deux séries de courbes sont complètement étrangères l'une à l'autre, qu'elles sont données par deux modes de constructions différents entre eux, on ne doit pas prendre à la fois ce qui provient de l'une et de l'autre série, et conclure que la parabole a deux centres.

Du reste, si dans l'équation $y^2 = p(2-k)x + k(k-2)x^2$, employée par M. Perrey, on égale à zéro la dérivée par rapport à x , on obtient, pour l'abscisse du centre : $x = \frac{p}{2k}$. Posant $k=0$, il vient $x = +\infty$, ou $x = -\infty$, selon que l'on regarde zéro comme la limite des valeurs positives ou des valeurs négatives attribuées à k . Mais si l'on prenait, *en même temps*, $x = \pm\infty$, cela reviendrait à admettre qu'une équation de degré n peut avoir $n+1$ racines. Or, cette dernière opinion, émise par un auteur à qui sa position donne une assez grande autorité dans l'enseignement, n'a point cependant été adoptée.

Si le mode de raisonnement employé par M. Perrey était suivi, on arriverait à conclure : que la ligne droite a une infinité de centres situés d'un côté ou de l'autre de cette ligne ; que la parabole a, non deux centres seulement, mais une infinité de centres, situés deux à deux sur chacun des diamètres ; que deux *courriers* qui parcourent la même droite avec des vitesses égales, dans le même sens, *se rencontreront et se sont rencontrés* à l'infini positif ou négatif, etc.

Pardon, monsieur, d'une aussi longue lettre sur un sujet

aussi simple; mais les choses presque évidentes, que l'on aperçoit d'un coup d'œil, sont, en général, difficiles à expliquer; et presque toujours

Ce que l'on conçoit bien s'énonce *longuement*.

Agréez, etc.,

E. CATALAN.
