

OLIVIER HUDRY

**Tournois et analyse des préférences ordinales. Avant-propos**

*Mathématiques et sciences humaines*, tome 133 (1996), p. 5-6

[http://www.numdam.org/item?id=MSH\\_1996\\_\\_133\\_\\_5\\_0](http://www.numdam.org/item?id=MSH_1996__133__5_0)

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## TOURNOIS ET ANALYSE DES PRÉFÉRENCES ORDINALES

### AVANT-PROPOS

Il est habituel que la revue *Mathématiques, Informatique et Sciences humaines* consacre certains de ses numéros à des thèmes particuliers, avec comme objectif d'en proposer une synthèse plus ou moins exhaustive selon le sujet. Le présent numéro spécial relève de cette démarche. On y aborde certains aspects de l'agrégation des préférences ordinales impliquant cette structure particulière qu'est un « tournoi » (relation binaire complète antisymétrique). C'est par exemple le cas des méthodes de comparaisons par paires, comme celle préconisée, voilà plus de deux siècles, par le marquis de Condorcet ; les tournois (pondérés) se rencontrent aussi pour résumer un ensemble d'ordres totaux et quand on souhaite déterminer l'ordre total (ou tous les ordres totaux) réalisant la meilleure approximation de cet ensemble. De tels problèmes se rencontrent en divers domaines : théorie du vote, psychologie, sociologie, analyse de données ordinales, statistique, etc. ; un exemple typique est celui de la théorie du vote : étant donné un ensemble de préférences individuelles exprimées sous forme d'ordres totaux définis sur un même ensemble de candidats, comment déterminer le candidat élu ? ou encore, comment déterminer un classement sur l'ensemble des candidats ? Toutes les facettes de ce riche domaine ne sont pas traitées dans ce numéro, tant dans le champ des applications que du point de vue théorique (ainsi l'approche géométrique ou encore les développements statistiques liés à ces thèmes). Une telle synthèse dépassait l'ambition de notre projet et nous avons circonscrit notre propos à ce qu'il est convenu d'appeler des « solutions de tournois », c'est-à-dire certains procédés permettant de déterminer un vainqueur ou un classement des candidats à partir du tournoi résumant les préférences à agréger ou à analyser. Quand il est possible de « résumer » l'ensemble des préférences individuelles à l'aide d'un tournoi, répondre aux questions précédentes et éventuellement à d'autres, analogues, peut revenir à mettre en œuvre une « solution de tournoi ».

Ce numéro spécial contient quatre contributions.

La première (« Solutions de tournois : un spicilège »), due à J.-F. Laslier, dresse un panorama des différentes solutions de tournois que l'on rencontre dans la littérature. L'auteur en précise les propriétés axiomatiques et les compare entre elles en mentionnant les éventuelles inclusions (ou l'absence d'inclusion) entre les ensembles de vainqueurs que ces méthodes exhibent. Certaines autres propriétés que vérifient ces solutions sont aussi évoquées au passage. Le cadre dans lequel se place J.-F. Laslier concerne essentiellement les tournois non pondérés, même si certains résultats peuvent être généralisés aux tournois pondérés.

Le deuxième article (« Ordres médians et ordres de Slater des tournois »), écrit par I. Charon, F. Woïgard et moi-même, focalise l'attention sur deux solutions de tournois particulières, très proches dans leur modélisation mais différentes par leurs origines et leurs interprétations. Il s'agit d'une part de la méthode proposée par J.G. Kemeny en 1959 (et étudiée par de nombreux chercheurs depuis ; cette démarche est parfois attribuée à Condorcet lui-même) qui débouche sur le concept d'ordre médian (meilleure approximation transitive du tournoi pondéré par rapport à l'éloignement défini à l'aide de la distance de la différence symétrique) et d'autre part de la solution étudiée par P. Slater en 1961 pour l'ajustement d'une relation complète antisymétrique (c'est-à-dire un tournoi) en un ordre total. Nous tentons de recenser les résultats algorithmiques et combinatoires concernant ces deux solutions de tournois.

Dans l'article suivant (« Vainqueurs de Kemeny et tournois difficiles »), A. Guénoche se préoccupe de la façon pratique grâce à laquelle on va pouvoir déterminer les vainqueurs de Kemeny. Après avoir rappelé un algorithme arborescent permettant de construire un ordre médian du tournoi (éventuellement tous les ordres médians), il propose diverses améliorations réduisant, parfois très considérablement, le temps de calcul et la place mémoire consommée par l'arborescence. Dans une seconde partie, l'auteur s'interroge sur ce qu'il convient de faire si le tournoi, malgré ces améliorations, reste trop difficile à traiter pour qu'on puisse en déterminer une solution exacte. Il suggère alors de ne considérer qu'une partie du tournoi et précise deux manières d'éliminer des sommets, avec l'espoir que cette élimination ne perturbe pas trop les vainqueurs du tournoi.

Enfin, la dernière contribution (« Jugements de valeur et agrégation des préférences : la rencontre insolite du colza et de la littérature ») constitue une application des ordres médians en sciences sociales. J. Vialle y propose une méthode pour analyser l'opinion de lecteurs qui doivent classer quinze extraits d'œuvres littéraires, méthode fondée sur la recherche des ordres médians du tournoi pondéré associé à ces classements. Grâce à eux, il essaie de dégager des groupes de lecteurs dont les classements diffèrent notablement des ordres médians (représentant les classements collectifs) puis étudie les caractéristiques sociologiques de ces groupes. Le recours aux tournois et à leurs ordres médians n'a donc pas ici pour but de déterminer les œuvres qui plaisent majoritairement, mais contribue à l'analyse sociologique du lectorat en différenciant des groupes aux réactions contrastées.

Pour finir, je souhaite remercier tous ceux qui m'ont aidé dans la confection de ce numéro spécial, notamment le comité de rédaction de la revue qui m'a confié le soin de coordonner ce numéro, les auteurs des articles, les rapporteurs anonymes, sans oublier Madame C. Carcassonne, secrétaire de rédaction, dont la patience fut mise à rude épreuve.

Olivier Hudry