MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

NORBERT MEUSNIER

La passe de l'espérance. L'émergence d'une mathématique du probable au XVIIème siècle

Mathématiques et sciences humaines, tome 131 (1995), p. 5-28

<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1995__131__5_0>

Math. Inf. Sci. hum. (33e année, n°131, *1995*, pp.5-28)

LA PASSE DE L'ESPÉRANCE
L'émergence d'une mathématique du probable au XVIIème siècle[1]

Norbert MEUSNIER[2]

RÉSUMÉ — *L'article tente d'évoquer le réseau des conditions qui, sur le terreau du scepticisme constructif, permettent l'émergence, dans la deuxième moitié du XVIIème siècle d'une mathématique du probable qui offre les éléments théoriques d'une nouvelle prudence ; il confronte cette émergence aux traces que nous possédons actuellement d'une quantification du probable au XIVème siècle. Le concept central de cette mathématisation est la valeur de l'espérance d'une situation de risque dont le modèle fondamental est celui du pari dans les jeux de hasard. On peut alors comprendre comment Jacques Bernoulli élabore, au sein du projet d'une logique générale du probable, les prémices d'une mathématique du probable issue de la problématique de l'estimation des probabilités.*

SUMMARY — The expectation Pass. The emergence of mathematics of the probable in the XVIIth century.
This article attempts to set out the network of conditions which, on the mould of constructive scepticism, allow the emergence, in the second half of the XVIIth century, of mathematics of the probable giving the theoretical elements of a new prudence ; he confronts this emergence with the traces that we have at present of a quantification of the probable in the XIVth century. The focal concept of this mathematization is the expectation value in a risk situation whose fundamental model is that of wager in games of chance. We are thus led to understand how James Bernoulli elaborates, in the project of a general logic of the probable, the first fruits of mathematics of the probable coming from the problem of the estimation of probabilities.

Pour les mathématiciens probabilistes, l'histoire du Calcul des Probabilités commence au début du XXème siècle autour de Kolmogorov [Loève 1978, pp.287 et 289], sa protohistoire au début du XIXème siècle avec Laplace et sa préhistoire avec Jacques Bernoulli au début du XVIIIème siècle. C'est un point de vue que je n'ai pas besoin de remettre en question ici et je vais donc vous parler de la préhistoire de la préhistoire du Calcul des Probabilités.

---

[1] Cet article reprend les termes d'un exposé prononcé devant le Séminaire d'Histoire des Mathématiques de l'Institut Henri Poincaré au cours de la journée *Calcul des Probabilités et Applications du XVIIème au XXème siècle* organisée le 22 mars 1995 par le Séminaire d'Histoire du Calcul des Probabilités et de la Statistique du Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales (C.A.M.S.) de l'E.H.E.S.S.-Centre Koyré.

[2] Université Paris VII

Une belle histoire de cette préhistoire s'est frayée un chemin jusqu'à nous depuis Pierre Rémond de Montmort, passant par Leibniz, Condorcet, Montucla, Laplace, Cournot, une belle histoire aphorismée par Siméon-Denis Poisson :

> "*Un problème relatif aux jeux de hasard, proposé à un austère janséniste par un homme du monde, a été à l'origine du Calcul des Probabilités*" [1837, p.1].

Pascal est l'un des grands acteurs de cette préhistoire, mais peut-être plus encore est-il pour nous le symbole de son polymorphisme ; son œuvre entière, philosophique, scientifique, apologétique et sa vie engagée, intellectuellement et même économiquement, expriment les diverses composantes du long et lent mouvement de formation d'une *nouvelle prudence probabiliste* ; un mouvement qui paraît bien atteindre sa masse critique dans la deuxième moitié du XVII^{ème} siècle.

Les *Pensées,* en particulier, sont imprégnées de part en part d'une *philosophie de la décision* : une philosophie de la décision qui s'appuie sur ce que Pascal considère comme "un merveilleux terrain d'études, un modèle réduit idéal" [Thirouin 1991, p.38] : les jeux de hasard. Il écrit :

> *"Ne blâmez donc pas de fausseté ceux qui ont pris un choix ; car vous n'en savez rien.*
> *Non ; ... le juste est de ne point parier.*
> *Oui ; ... mais il faut parier. Cela n'est pas volontaire, vous êtes embarqués..."*
> [Pensées p.1213, 451 (Lafuma 418)]
> *"...Combien de choses fait-on pour l'incertain, les voyages sur mer, les batailles ! ... S'il ne fallait rien faire que pour le certain ... il ne faudrait rien faire du tout, car rien n'est certain... Or quand on travaille pour demain et pour l'incertain, on agit avec raison : car on doit travailler pour l'incertain, par la règle des partis qui est démontrée"* [Pensées p.1216, 452 (Lafuma 577)].

En hommage à Coumet, qui le premier il y a une trentaine d'années, porté par un raid initial de Guilbaud [1952 a et b, 1960], a magistralement entrepris l'*enquête*[3], je voudrais vous dire à la manière d'Isidore Ducasse, combien cette préhistoire est belle :

> "*Belle comme la rencontre non fortuite sur une table de jeu d'un janséniste embarqué et d'un homme du monde... des affaires*"[4],

belle comme peut l'être la tentative de rendre compte des conditions de formation de l'une des plus profondes révolutions idéologiques du monde moderne :

La Révolution Probabiliste[5]

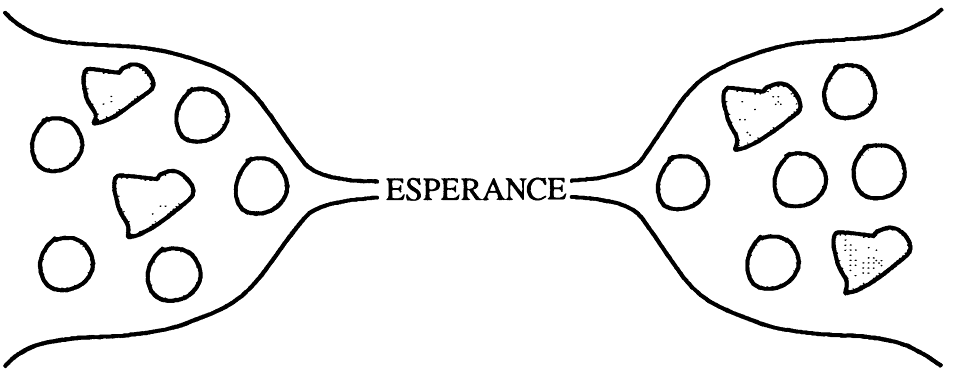
---

[3] Cette allusion à Hérodote veut signifier l'importance du travail de Coumet [1965 et 1970] qui le premier traça les voies d'une véritable Histoire Scientifique et Globale de la Théorie du Probable. Le lecteur ne manquera pas d'observer que son article de 1970 est paru dans la revue *Annales.*

[4] J'applique la théorie d'Isidore Ducasse [Meusnier 1991] du détournement des citations à lui-même, sur ce célèbre passage des *Chants de Maldoror* : "Il est *beau* comme la rétractilité des serres des oiseaux rapaces ; ou encore comme l'incertitude des mouvements musculaires dans les plaies des parties molles de la région cervicale postérieure ; ou plutôt, comme ce piège à rats perpétuel, toujours retendu par l'animal pris, qui peut prendre seul des rongeurs indéfiniment, et fonctionner même caché sous la paille ; et surtout, *comme la rencontre fortuite sur une table de dissection d'une machine à coudre et d'un parapluie*" [Ducasse 1869, p.289].

[5] Je parle ici d'une Révolution Probabiliste au sein de la Rhétorique du Probable [voir Morini 1992, p.2]. Pour une discussion du concept de Révolution Probabiliste au sens plus étroit d'une Révolution Scientifique, voir les articles de T.S. Kuhn *What are Scientific Revolutions* ? ; I.B. Cohen *Scientific Revolutions, Revolutions in Science, and a Probabilistic Revolution 1800-1930* ; I. Hacking *Was there a Probabilistic Revolution 1800-1930* ? dans *The Probabilistic Revolution* [Collectif 1989a, pp.7-55].

Pour cela je vais vous parler de la micro-histoire d'un battement d'ailes de papillon[6] situé en 1654-57 tout en évoquant très succinctement la macrohistoire qui le rend possible.



"Toute forme est l'état d'une épreuve de forces que celles-ci déforment, transforment, informent ou performent. Stable, la forme n'apparaît plus comme une épreuve" [Latour 1984, p.178].

1. UNE DÉCENNIE EXPLOSIVE

1.1. De 1708 à 1718 sont publiés les livres de Pierre Rémond de Montmort, à Paris et en français [1708], de Jacques Bernoulli, à Bâle et en latin [1713], et d'Abraham De Moivre, à Londres et en anglais [1718].

Ces livres ont en commun de traiter du calcul des "*chances*" ou des "*hazards*" ou encore des "*cas*", dans les jeux de hasard.

Le livre de Rémond de Montmort est même publié deux fois pendant cette période et la deuxième édition contient également une importante contribution de Nicolas Bernoulli ; Nicolas Bernoulli qui publie en 1711 dans les *Acta Eruditorum* un abrégé de sa thèse de droit en 1709 sur les applications de l'Art de Conjecturer au Droit.

Quant au livre de De Moivre, il est le développement d'une première version parue en latin dans les *Philosophical Transactions* également en 1711 ; c'est un mémoire qui occupe un numéro entier de la revue.

Cette période de 1708 à 1718 peut ainsi être considérée comme celle de la diffusion, élargie potentiellement à l'ensemble de la communauté savante de l'Europe, des premiers éléments de la conquête d'un nouveau territoire de la Raison par les Mathématiques. Un demi-siècle auparavant Blaise Pascal s'exprime ainsi à propos des prémices de cette conquête :

> "... *un traité tout à fait nouveau, d'une matière absolument inexplorée jusqu'ici, savoir : la répartition du hasard dans les jeux qui lui sont soumis, ce qu'on appelle en français* faire les partis des jeux *; la fortune incertaine y est si bien maîtrisée par l'équité du calcul qu'à chacun des joueurs*

[6] "Si un seul battement des ailes d'un papillon peut avoir pour effet le déclenchement d'une tornade, alors il en va ainsi également de tous les battements précédents et subséquents de ses ailes, comme de ceux de millions d'autres papillons, sans parler des activités d'innombrables créatures plus puissantes, en particulier notre propre espèce" [Lorenz 1995, p.42].

on assigne toujours exactement ce qui s'accorde avec la justice. Et c'est là certes ce qu'il faut d'autant plus chercher par le raisonnement, qu'il est moins possible d'être renseigné par l'expérience. En effet les résultats du sort ambigu sont justement attribués à la contingence fortuite plutôt qu'à la nécessité naturelle. C'est pourquoi la question a erré incertaine jusqu'à ce jour ; mais maintenant, demeurée rebelle à l'expérience, elle n'a pu échapper à l'empire de la raison. Et, grâce à la géométrie, nous l'avons réduite avec tant de sûreté à un art exact, qu'elle participe de sa certitude et déjà progresse audacieusement. Ainsi, joignant la rigueur des démonstrations de la science à l'incertitude du hasard, et conciliant ces choses en apparence contraires, elle peut, tirant son nom des deux, s'arroger à bon droit ce titre stupéfiant : La Géométrie du hasard" [*Œuvres*, pp.74 et 1403][7].

1.2. L'explosion de la période 1708-1718 est l'expression visible de la réussite de la première percée de cette "*Géométrie du hasard*" dans les années 1654-1657, une percée dont les acteurs de première ligne sont d'une part Blaise Pascal et Pierre de Fermat en France et d'autre part Christian Huygens aux Pays-Bas.

L'activité liée à la "Géométrie du hasard" entre ces deux périodes d'invention et d'explosion nous a laissé des traces de son implantation en France, aux Pays-Bas et *surtout* en Angleterre. Ce sont :

• des travaux sur les rentes viagères :
  - aux Pays-Bas de Louis et Christian Huygens
    de Johann Hudde et Johann de Witt
  - en Angleterre de Edmond Halley
• en France, les derniers chapitres de la *Logique ou l'Art de Penser* de Arnauld et Nicole
• en Angleterre :
  - les traductions du traité de Huygens par John Arbuthnott puis William Browne
  - les travaux de combinatoire de John Caramuel et Thomas Strode
  - l'argumentation en faveur de la providence divine de John Arbuthnott
  - les travaux sur la crédibilité des témoignages humains de George Hooper[8]
  - les réflexions sur l'utilisation d'un calcul des chances ou des probabilités afin de prendre des décisions dans les domaines de l'économie et de la politique de Richard Cumberland et John Arbuthnott.

Je cite en particulier un passage de John Arbuthnott qui comme nous venons de le voir, joue en Angleterre un rôle très important :

"... Je crois que le calcul de la quantité de probabilité pourrait être amélioré pour devenir une très utile et plaisante spéculation et être appliqué à de très nombreux événements accidentels, en dehors des jeux...

---

[7] Nous sommes en 1654 et Pascal s'adresse aux membres de l'Académie Le Pailleur. Le traité dont il parle ici, c'est probablement celui qui ne paraît que onze ans plus tard, trois ans après sa mort, l'*Usage du triangle arithmétique pour déterminer les partis qu'on doit faire entre deux joueurs qui jouent en plusieurs parties* [1665, pp.115-126]. Il faut comprendre "*partis*" au sens de "*partage*" et "*parties*" au sens de "*manches*" (d'un jeu).

[8] On peut rapprocher de ces travaux ceux de John Craig [1699] mais la mathématisation de la probabilité d'un témoignage y est élaborée selon un modèle analytique totalement étranger à la "Géométrie du hasard" issue de la problématique des Partis. Cet aspect de la mathématisation du probable nous révèle, un peu plus si besoin était, la complexité de la dynamique sémantique de la notion de probabilité au XVII^{ème} siècle et des tentatives de modélisation mathématique dont elle fait l'objet.

Toute la politique dans le monde n'est rien d'autre qu'une sorte d'analyse de la quantité de probabilité dans les événements fortuits et un bon politicien n'est rien d'autre qu'un homme habile à de tels calculs ; mais les principes dont il est fait usage dans la solution de tels problèmes ne peuvent être étudiés dans un cabinet, mais acquis par l'observation de l'humanité...

Il y a de la même manière un calcul de la quantité de probabilité fondée sur l'expérience dont on peut faire usage dans les paris de toutes sortes ; c'est un enjeu, pour une femme qui attend un enfant, de savoir si ce sera un garçon, et si vous voulez connaître sa chance exacte, vous devez considérer la proportion dans les tables des naissances masculines et féminines" [1692].[9]

2. UN TRAITÉ TOUT PETIT

2.1. L'étude des traces que je viens de mentionner met en évidence que l'énergie théorique essentielle de cette activité liée à la "Géométrie du hasard" provient du traité de Christian Huygens *De Ratiociniis in ludo aleae*[10] qui paraît en 1657. Ce calcul dans les jeux de hasard concerne des questions de *parti*, c'est-à-dire de partage de la mise lorsqu'un joueur désire se retirer avant la fin de la partie et la définition du *pari* équitable dans des jeux de dés.

2.2. Voici les termes dans lesquels Huygens énonce le problème des *Partis* dans le cas le plus simple :

> *"Supposons maintenant que je joue contre quelqu'un à la condition que le premier qui gagnera trois fois remportera ce qui est déposé et que j'ai déjà gagné deux fois et l'autre une fois seulement. Si nous ne voulons pas poursuivre le jeu, mais partager de façon équitable l'argent pour lequel nous jouons, je désire savoir combien il m'en revient"* [Bernoulli 1713, p.11].

Voici maintenant un problème de *Pari* dans le cas le plus simple :

> *"Trouver en combien de fois quelqu'un peut entreprendre de jeter six points avec un dé"* [1713, p.25].

> Pour résoudre ces problèmes, Huygens "*utilise le fondement suivant : il ne fait pas de doute que dans les jeux de hasard il faut estimer le sort ou l'espérance qu'une personne a d'obtenir quelque chose autant que ce qui lui permettrait, en l'ayant, d'atteindre à nouveau le même sort ou la même espérance en jouant contre quelqu'un à condition égale. Par exemple, si quelqu'un cache à mon insu 3 pièces dans une main et 7 dans l'autre et me donne le choix de recevoir les pièces de celle des deux mains que je préfère, je dis que cela a la même valeur pour moi que si on me donne 5 pièces. En effet, lorsque j'ai 5 pièces, je peux à nouveau atteindre cette situation d'acquérir une égale espérance d'obtenir 3 ou 7 pièces et cela en rivalisant à jeu égal"* [1713, pp.3-4].

C'est le fondement qui lui permet, par un raisonnement algébrique, d'établir les trois propositions sur le calcul de la valeur de "l'Espérance" dont voici la première et la troisième :

> Proposition I : *Si j'espère* a *ou* b, *et que l'un ou l'autre puisse m'advenir aussi facilement, on doit dire que mon espérance vaut* $\frac{a+b}{2}$ [1713, p.4].

[9] Je dois cette traduction à Antoine Glémain.
[10] *Sur le Calcul ès Jeux de Hasard.*

Proposition III : *Si le nombre des cas dans lesquels il m'échoit* a *est* p, *que par ailleurs le nombre des cas par lesquels il m'échoit* b *soit* q, *à supposer que tous les cas aient une inclination égale, mon espérance vaudra* $\frac{pa+qb}{p+q}$ [1713, p.7].

Ainsi les ingrédients fondamentaux de la construction de Huygens sont-ils :

• le fait que les problèmes des partis et les problèmes des dés sont analysés dans les termes du *Pari* : c'est le juste pari qui doit être défini pour trouver le juste parti, c'est-à-dire la juste mise de celui qui achèterait la situation incertaine dans laquelle se trouve celui qui décide de sortir du jeu ;

• le concept central qui permet cette définition, celui d'*Espérance* ou plus précisément de la *Valeur de l'Espérance* d'obtenir des gains futurs potentiels ;

• le calcul de la valeur de l'Espérance qui fait intervenir les "*cas*" dans lesquels chaque gain peut être obtenu, et cela en supposant que tous les *cas* peuvent arriver avec la "*même facilité*".

Il faut aussi souligner ce qui n'intervient pas du tout dans cette construction, de même que dans celle de Pascal qui en est assez proche d'un point de vue théorique, à savoir la notion de *Probabilité* en quelque sens que ce soit ; il n'y est jamais question de probabilité ni explicitement, ni même implicitement.

2.3. Avec ce petit traité, Huygens met un certain nombre d'atouts dans le jeu de la "Géométrie du hasard" :

- sa publication en latin,
- sa publication en annexe d'un livre largement diffusé d'un mathématicien cartésien et grand professeur (il s'agit de Frans van Shooten),
- son extrême concision (une quinzaine de pages),
- sa grande clarté de style axiomatico-déductif, illustré d'exemples très simples,
- sa liaison, par la méthode de résolution, des problèmes de "Parti" et des problèmes de "Pari".
- sa proposition aux lecteurs de défis sous la forme de problèmes à résoudre.

3. DE LA GÉOMÉTRIE DU HASARD À L'ART DE CONJECTURER

3.1. De même qu'un nombre probablement assez important de mathématiciens et de philosophes - disons "savants" - de la deuxième moitié du XVII$^{\text{ème}}$ siècle comme Hudde, De Witt, Spinoza, Leibniz - et tous les anglais cités plus haut - Jacques Bernoulli lit le traité de Huygens et cherche à résoudre les problèmes qui y sont proposés. Il considère même que le *De Ratiociniis in ludo aleae* est si fondamental qu'il en fait avec de très larges commentaires et développements la première partie de son *Ars Conjectandi* [11] publié seulement en 1713, huit ans après sa mort. Nous savons d'après son extraordinaire journal scientifique qu'il possède

---

11 *Art de Conjecturer.* De Montmort [1713, p.IV] traduit : *Art de deviner.*

l'essentiel du contenu mathématique de ce livre dès 1689 ou 1690, cinq ans après avoir commencé à travailler sur les problèmes proposés par Huygens.

Les ouvrages de de Montmort et de de Moivre, qui paraissent à peu près en même temps que celui de Bernoulli sont en grande partie consacrés à la solution technique de problèmes particuliers fournis par des situations théoriques issues des jeux de hasard. Ceci est surtout vrai dans le cas de de Moivre[12], mais l'*Ars Conjectandi* qui traite également ces questions techniques, est, bien au-delà de cela, le manifeste synthétique et explicite d'un *nouveau Probabilisme*. Un probabilisme quantitatif et non plus seulement qualitatif ; un probabilisme qui cherche effectivement au-delà du projet énoncé dans la *Logique de Port-Royal*, à se donner les moyens techniques, d'ordre logique et mathématique, de rendre son projet opératoire, sous réserve de pouvoir s'en donner les moyens pratiques.

3.2. Le livre de Bernoulli est composé de quatre parties : le traité de Huygens avec la résolution des problèmes proposés, un traité de combinatoire très développé, l'application de ces outils à la résolution de problèmes relevant des jeux de hasard, enfin la si fameuse et si méconnue "*quatrième partie de l'Art de Conjecturer traitant de l'usage et l'application de la doctrine précédente aux affaires civiles, morales et économiques*".

Jacques Bernoulli y écrit :

> "*L'art de Conjecturer ou la stochastique se définit pour nous comme l'art de mesurer aussi exactement que possible les probabilités des choses. Le but est que dans nos jugements et dans nos actions nous puissions toujours choisir ou suivre le parti que nous aurons découvert comme meilleur, préférable, plus sûr ou mieux réfléchi. C'est en cela seulement que réside toute la sagesse du Philosophe et toute la sagacité du Politique*" [1713, p.213][13]

Tout est dit : cette "*Stochastique*" est une théorie du probable qui offre les moyens de définir les conditions du meilleur *choix* à faire que ce soit aussi bien pour connaître que pour agir. Bernoulli propose ainsi d'y trouver les fondements d'une *nouvelle Prudence* et son projet relève de la problématique beaucoup plus générale du *scepticisme constructif*.

4. ÉPISTÉMIQUE, LA PROBABILITÉ

4.1. La méthode de l'Espérance de Pascal-Huygens est élaborée et développée sur le terrain

> "*des jeux de hasard que leurs premiers inventeurs ont pris soin d'organiser en vue de se ménager l'équité, de telle sorte que fussent assurés et connus les nombres de cas qui doivent entraîner le gain ou la perte, et de telle sorte que tous ces cas puissent arriver avec une égale facilité*"[1713, p.223].

Ce que Jacques Bernoulli prétend c'est qu'il est possible d'en étendre l'application à tous les domaines dans lesquels nous n'avons pas de certitude pour peu que nous puissions définir dans chaque circonstance ces cas également faciles. Dans tous les domaines, comme dans le cas particulier des jeux de hasard, l'incertitude n'est qu'une apparence, un défaut de notre

---

[12] Au sujet de de Montmort, voir l'article de Coumet [1995].

[13] Bernoulli développe un thème proche de celui énoncé par Arbuthnott, cité en 1.2.

entendement. Cette incertitude n'est pas dans les choses mais dans la connaissance que nous en avons.

> *"Tout ce qui bénéficie sous le soleil de l'être ou du devenir, passé, présent ou futur, possède toujours en soi et objectivement une certitute totale"* [1713, p.210][14].

Il s'agit là de la *certitude objective* de la chose, c'est-à-dire sa "*vérité*", mais

> *"dans son rapport à nous elle est la mesure de notre connaissance touchant cette vérité"* [1713, p.210], et il s'agit alors de la *certitude subjective*[15].

Bernoulli est encore plus précis lorsqu'il écrit :

> *"La contingence est surtout en rapport avec notre connaissance... je le montre par des exemples. Etant donné la position du dé, sa vitesse et la distance de la table, au moment où il quitte la main du joueur, le dé ne peut tomber autrement qu'il ne tombe en réalité : cela est tout à fait certain ; de même étant donné la composition présente de l'air, et étant donné la masse des vents, des vapeurs et des nuages, leur position, mouvement, direction, vitesse et les lois du mécanisme selon lesquelles tous ces éléments réagissent les uns sur les autres, le temps du lendemain ne peut être autre que ce qu'il sera en réalité"* [1713, pp.212-213][16].

Ainsi, il énonce explicitement le postulat métaphysique d'une nécessité universelle et l'incertitude ne concerne donc que notre connaissance des choses et non les choses. Ce qui ainsi est incertain nous le *Conjecturons*, et

> *"Conjecturer quelque chose, c'est mesurer sa probabilité"* [1713, p.213]

et

> *"la probabilité est un degré de la certitude et en diffère comme la partie diffère du tout"* [1713, p.211].

4.2. Bernoulli, nous l'avons vu, oppose la "certitude objective" et la "certitude subjective" ; il est parfaitement clair alors qu'il désigne par la notion de probabilité un degré de la "certitude subjective". Cependant je ne parlerai pas à ce moment de sa théorie de probabilités subjectives mais de *probabilités épistémiques* ; il est nécessaire en effet de distinguer *le plan de la nature des probabilités* où l'on peut opposer les "choses" et les "jugements sur les choses" en parlant de *probabilités ontiques* et de *probabilités épistémiques*, et *le plan des modalités de l'estimation de ces probabilités* où l'on peut opposer des *probabilités subjectives obtenues a priori* et des *probabilités objectives obtenues a posteriori.*

---

[14] En affirmant cela, Bernoulli, bien sûr, ne fait preuve d'aucune originalité, surtout à la fin du XVII$^{\text{ème}}$ siècle (voir à ce sujet Meusnier [1987a, pp.75-76]. Probabilisme et Déterminisme ne s'opposent pas, bien au contraire, dans la mesure où il s'agit d'un Probabilisme Épistémique au sein d'un *Déterminisme Ontique*

[15] "On considère la *certitude* ... ou bien *objectivement* ... ou bien on la considère *subjectivement* ..." [Bernoulli 1713, p.210].

[16] Arbuthnott écrit : "Il est impossible pour un Dé, avec une force et une direction bien déterminée, de ne pas tomber sur une face bien déterminée ; seulement je ne connais pas la force et la direction qui le font tomber sur une telle face déterminée et par conséquent j'appelle cela Hasard [chance], ce qui n'est rien d'autre qu'un manque d'habileté [art]". Là où Bernoulli parle de "connaissance" [cognitio], Arbuthnott parle d'"habileté" [art].

Ainsi peut-on parler de "probabilités subjectives" dans le cas des dés, obtenues par des considérations de symétrie et le principe de raison insuffisante

> *"car à cause de la similitude des bases il n'y a point de raison pour qu'une des bases soit plus encline à échoir que l'autre"* [1713, p.224]

et on peut parler de "probabilités objectives" lorsqu'elles sont obtenues "*en observant l'issue de nombreux exemples semblables*" [1713, p.224], c'est-à-dire fréquentiellement.

Je dis "on peut parler" ici de "probabilités objectives et subjectives" car à proprement parler Bernoulli ne parle pas ici de "probabilités" mais de "cas". Ainsi les précisions que je viens de donner permettent d'éviter de confondre "*probabilité subjective*" et "*probabilité épistémique*" d'une part et surtout "*probabilité objective*" et "*probabilité ontique*" d'autre part.

4.3. Pour Jacques Bernoulli, de manière très classique - ou très scolastique si l'on veut - lorsqu'il parle de "probabilité" il parle de la probabilité d'une opinion, de la probabilité d'un jugement. Ce que lui, le premier, systématise, c'est la possibilité de "*mesurer la probabilité*" [1713, p.213]. *Pour cela, par un mouvement dialectique d'analogie il faut d'une part que les questions de jeux de hasard soient considérées comme de simples cas particulier d'opinions ou de conjectures, et d'autre part que l'on puisse appliquer la méthode de l'Espérance à toute conjecture ; en fait que toute opinion ait une valeur au sens propre du terme, que toute opinion ainsi puisse faire l'objet d'un pari équitable.*

Tout revient donc, pour toute conjecture à déterminer la "*force de ce qui la prouve*", *sa valeur.*

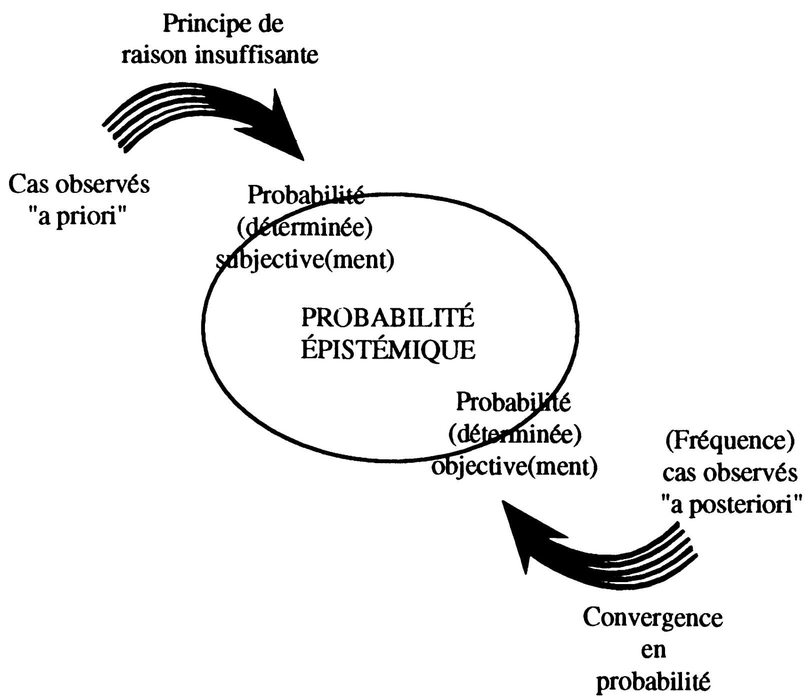


Schéma de détermination de la "Probabilité" chez Jacques Bernoulli

5. UNE LOGIQUE GÉNÉRALE DU PROBABLE

5.1. Bernoulli écrit :

> *"Les probabilités, sont estimées d'après le nombre et aussi le poids des arguments qui de quelque manière prouvent ou révèlent que quelque chose est, sera, ou a été. En outre par le poids, j'entends la force de ce qui prouve..."* [1713, p.214].

Par exemple : pour un joueur de dés, si l'argument de la victoire est l'obtention de sept points avec deux dés, la conjecture est alors le fait de gagner, et en estimer la probabilité c'est calculer le poids de l'argument.

> *"La force de ce qui prouve, qui donne son efficacité à l'argument dépend d'une multitude de cas où il peut exister ou ne pas exister, révéler ou ne pas révéler ou même révéler le contraire"* [1713, p.218].

Ainsi y a-t-il dans le cas particulier du jeu de dés précédent, six cas dans lesquels l'argument existe et prouve et trente cas dans lesquels il n'existe pas et donc ne prouve rien de la conjecture. *La méthode de l'Espérance permet de calculer la probabilité de la conjecture dans le cas d'un jeu de dé. Mais en fait, c'est le cas des jeux de dés qui sert de modèle pour étendre la méthode au calcul des probabilités des conjectures en général.*[17]

5.2. La notion de "Probabilité" est conçue principalement par la philosophie et la théologie scolastiques, comme la qualité que procure à un jugement une ou plusieurs autorités reconnues ; le fait "d'être probable" signifie dans ce cas "*être approuvable*" parce que "approuvé" par une autorité indiscutable.

Au sein de profondes transformations structurelles économiques et politiques, manifestes depuis le milieu du XVème siècle, une immense "crise sceptique", aux XVIème et XVIIème siècles, exprime le bouleversement des valeurs culturelles de l'Occident chrétien.

Une crise essentiellement théologique que développent les controverses de la Réforme et de la Contre-Réforme ; mais aussi de manière plus générale une crise épistémologique au cœur des controverses de la science dogmatique scolastique ou néo-géométrique et de la nouvelle science expérimentale : ainsi, Robert Boyle en particulier, place-t-il au centre de son argumentation fondée sur les témoignages humains et factuels, la notion de *Certitude morale*[18].

Aussi le "Probable" est-ce, de plus en plus, la connaissance étant impossible, celle partielle que procurent les preuves fournies par des *témoins* ou par toutes sortes d'*indices*.

Cette conception du "probable" c'est celle des Juristes et c'est elle que systématise Jacques Bernoulli dans la quatrième partie de son *Ars Conjectandi*.

---

[17] Cette extension est la condition de la *Logique Générale du Probable* que Bernoulli développe dans le remarquable chapitre III : "*Les diverses espèces d'arguments et comment estimer leur poids pour supputer les probabilités*" [1713, pp.217-223].

[18] Voir en particulier à ce sujet les chapitres 2 "*Voir et croire : la production expérimentale des faits pneumatiques*" et 7 "*La philosophie naturelle et la Restauration : les intérêts en jeu*" de S. Shapin et S. Schaffer [1985] et le chapitre VII "*Le Scepticisme constructif ou modéré*" de R. Popkin [1979].

Comme il le laisse entendre, elle répond aux derniers chapitres de l'*Art de Penser* d'Arnauld et Nicole, c'est-à-dire la *Logique de Port-Royal.*

Je l'ai montré rapidement, avec la méthode de l'Espérance pour moyen de calcul et le modèle des jeux de hasard pour moyen analogique, Bernoulli se donne les moyens théoriques de développer les bases d'une logique générale des Probabilités si l'on entend bien que cette notion de Probabilité désigne la force probaboire de l'argument ou de la série d'arguments d'une conjecture. *Il relie ainsi la problématique "locale" de la valeur du Pari dans les jeux de hasard et la problématique "globale" de la probabilité des jugements dans une théorie que l'on peut considérer comme le développement du vaste programme énoncé dans la* Logique de Port-Royal *en 1662.*

On trouve des traces explicites mais très limitées de cette liaison chez Chillingworth dès 1638 dans le contexte des controverses entre Protestants et Catholiques sur la "règle de la foi"[19] ; et George Hooper en 1699-1700, développe dans un article des Philosophical Transactions : "*un calcul de la crédibilité du témoignage humain*" dont les résultats sont comparables à certains de ceux obtenus à la même époque par Bernoulli dans sa *Logique générale du probable.*

5.3. *Le calcul classique de la théorie additive des probabilités n'est qu'un cas particulier de cette logique générale, celui qui correspond au cas particulier du modèle fondamental des jeux de hasard et qui repose sur la possibilité de définir des cas*

> *"également possibles, ou qui peuvent survenir avec une égale facilité"* [Bernoulli 1713, p.219].

Le problème central de cette logique générale est celui de l'estimation des cas dans les situations où à la différence de celle des jeux de hasard ces cas ne peuvent pas être déterminés a priori. Alors :

> *"Ce qu'il n'est pas donné d'obtenir a priori l'est du moins a posteriori, c'est-à-dire qu'il sera possible de l'extraire en observant l'issue de nombreux exemples semblables ; car on doit présumer que, par la suite, chaque fait peut arriver et ne pas arriver dans le même nombre de cas qu'il avait été constaté auparavant, dans un état de choses semblables qu'il arrivait ou n'arrivait pas"* [1713, p.224].
>
> Chacun *"tient pour évident que plus on aura recueilli de nombreuses observations de ce genre, moins grand sera le danger de s'écarter du but..., un but qui est de rechercher expérimentalement le nombre des cas"* [1713, pp.225-226].

Le terrain privilégié de la remarque de cette "évidence", qui n'est bien entendu rien moins qu'évidente, Bernoulli le rencontre dès le début de ses travaux sur les problèmes de Huygens et l'application qu'il fait de la méthode de l'Espérance à des calculs sur la valeur d'un héritage en fonction de la durée de vie des protagonistes [Meusnier, 1987a, pp.134-152]. Ainsi ce terrain privilégié c'est celui des observations sur les tables de mortalité où se manifestent, quand on les y cherche, de remarquables régularités[20]. Mais Bernoulli, le physicien théoricien, le

---

[19] Voir à ce sujet Franklin [1991, p.139] et Morini [1992].

[20] Le livre de John Graunt [1662] est la première étude systématique des tables de mortalité ; il paraît à Londres en 1662

mathématicien, ne se satisfait pas de cette intuition, de cette évidence. Il se donne les moyens théoriques de quantifier la connaissance que l'on peut obtenir, par l'observation des cas "a priori", avec un modèle de dé généralisé : une urne contenant des boules blanches et des boules noires, dans une proportion quelconque mais connue. Le tirage théorique d'une boule avec remise dans l'urne après chaque tirage permet d'envisager une suite d'observations aussi longue que l'on veut, même sans fin ! Ainsi les cas "a priori" étant connus, les cas observés " a posteriori" fournissent une estimation de la proportion des cas "a priori". Exprimé avec des termes qui nous sont plus familiers, on peut dire que la "fréquence" observée fournit une estimation de la "probabilité" ; *une estimation objective de la probabilité subjective* définie tout à l'heure. Mais quelle confiance peut-on accorder à cette estimation ?

"Il reste assurément à chercher si, en augmentant ainsi le nombre des observations, nous augmentons continuellement la probabilité d'atteindre le rapport réel entre les nombres de cas qui font qu'un événement peut arriver et le nombre de ceux qui font qu'il ne peut arriver, de sorte que cette probabilité dépasse enfin un degré quelconque de certitude ; ou si le Problème, pour ainsi dire, a son Asymptote, c'est-à-dire s'il existe un degré de certitude qu'il n'est jamais possible de dépasser, de quelque manière qu'on multiplie les observations, d'avoir découvert le vrai rapport des cas" [1713, p.225]...*"Mais pour que cela ne soit pas compris autrement qu'il ne convient, il faut bien noter ce qui suit. Je voudrais que le rapport entre les nombres de cas que nous entreprenons de déterminer expérimentalement ne fut pas pris de façon nette et sans partage (car ainsi c'est tout le contraire qui arriverait et il deviendrait d'autant moins probable de découvrir le vrai rapport qu'on ferait de plus nombreuses observations), mais je voudrais que le rapport fut admis avec une certaine latitude, c'est-à-dire compris entre une paire de limites, pouvant être prises aussi rapprochées qu'on voudra"* [1713, p.226].

Ainsi la fréquence observée est-elle "à-peu-près" le rapport des cas cherchés. C'est en fait l'étude de cet "à-peu-près" qu'entreprend Bernoulli par des moyens purement combinatoires. Il est ainsi conduit à établir par une démonstration d'une assez grande rigueur le fondement théorique du cœur énergétique de la Théorie Mathématique des Probabilités sur le modèle de l'urne : ce que nous considérons maintenant comme un cas particulier de la "loi faible des grands nombres"[21], c'est-à-dire la convergence en probabilité de la fréquence d'un événement vers sa probabilité. Bernoulli exprime cela en français lorsqu'il écrit :

"... étant même une chose démontrée, qu'on en peut tant faire [d'observations] qu'il sera à la fin probable de toute probabilité donnée, et par conséquent qu'il sera moralement certain, que la raison d'entre ces nombres, que l'on aura ainsi trouvée par expérience difère (sic) de la veritable (sic) d'aussi peu que l'on voudra : qui est tout ce qu'on peut souhaiter".[22]

C'est avec ce protoconcept de convergence en probabilité que Bernoulli initie une théorie mathématique des probabilités qui n'est plus une simple quantification du probable mais qui offre les bases d'une véritable physique du probable.

---

[21] L'expression de "loi des grands nombres" pour désigner le théorème obtenu par Jacques Bernoulli est utilisée pour la première fois par Poisson en 1835 et il convient de parler ici de "loi faible des grands nombres" dans la mesure où Borel introduit en 1909 le concept de convergence presque sûre et énonce ainsi une loi "plus forte". Je signale que cette "loi des grands nombres" n'a rien à voir avec le "théorème d'or" de Bernoulli qui énonce un résultat sur les rayons de courbure, malgré la mention qui s'en perpétue chez les "meilleurs" auteurs !
[22] *Lettre à un Amy, sur les Parties du Jeu de Paume* dans Bernoulli [1713, p.3].

5.4.

> *"Assurément, dans la pratique de la vie civile, où le moralement certain est tenu pour absolument certain [...], cela suffit largement pour régler nos conjectures dans n'importe quel domaine non moins scientifiquement que dans les jeux de hasard : en effet, si à la place de l'urne nous mettions l'air, par exemple, ou le corps humain, qui contiennent en eux l'aliment des variations atmosphériques et des maladies, comme l'urne contient les pierres, nous pourrions en tout cas par le même procédé déterminer grâce à l'observation combien plus facilement peut arriver dans ces sujets tel ou tel événement"* [Bernoulli 1713, p.226].

"*Cela suffit largement*"... faut-il encore pouvoir le faire et qui plus est savoir quelle confiance, quelle crédibilité on peut accorder à l'estimation empirique de la probabilité "subjective" inconnue mais postulée comme certaine par la probabilité "objective" connue mais incertaine ! Dans le cas de l'urne modèle Bernoulli atteint bien son but : démontrer que l'estimation est d'autant plus sûre que le nombre d'observations est plus grand, et ainsi définir cette sureté ; mais le problème de la mesure de la confiance - crédibilité ou probabilité - que l'on peut accorder à cette estimation de la probabilité subjective par la probabilité objective reste entier.

On peut se demander ensuite comment et à quel prix métaphysique des observations sur des cas particuliers toujours différents - comme pour la durée de vie des personnes ou tout autre comportement humain - peuvent être considérées comme des observations particulières d'une expérience renouvelée dans des conditions toujours identiques ; et cela afin de pouvoir utiliser le modèle de l'*Urne*.

Enfin, on peut se demander comment il est possible d'obtenir pratiquement ces observations particulières, précisément en dehors du modèle de l'*Urne*.

5.5. *Jacques Bernoulli s'arrête au bord du précipice de sa Théorie du Probable. D'un même mouvement il le construit ainsi que les moyens d'en poursuivre l'exploration. Les problèmes techniques et épistémologiques potentiellement sécrétés par sa Théorie du Calcul et de l'Estimation des Probabilités sont ainsi au cœur des développements de la Théorie pendant plus d'un siècle dans les travaux de De Moivre, Bayes, Condorcet et Laplace. Par contre sa logique générale du probable qui tente de systématiser les éléments d'une théorie de la connaissance probable sont presque totalement ensevelis pendant plus de deux siècles sous l'interprétation "fréquentielle" du Calcul des Probabilités élaborée sur le modèle de l'Urne.*

6. OÙ L'ON VOIT QUE ÇA BOUGE ENCORE

6.1. Dans la formation de ce nouveau territoire de la connaissance rationnelle qu'est la "connaissance probable", la solution du "Problème des Partis" au milieu du XVII$^{\text{ème}}$ siècle et selon la méthode de l'Espérance, joue un rôle central : elle rend disponible les moyens techniques d'un calcul justifié de la valeur d'une situation incertaine, à proprement parler du *Risque*.

6.2. Suivre la trace de l'élaboration locale de cette solution, ce qu'il est actuellement possible de faire sur une durée de trois siècles, offre les éléments d'une histoire exemplaire.

Avec Pascal et Huygens le "problème des partis" est stabilisé d'un même mouvement dans sa formulation et dans les principes de sa résolution :

- le jeu qui est pratiqué par les joueurs est un jeu de "hasard pur",
- au moment où il faut partager ce n'est pas le passé de la situation qui en détermine la valeur, mais son futur potentiel, et le futur est envisagé à partir de son terme, dans un algorithme inversé par rapport au cours du jeu,
- les valeurs du partage sont les valeurs des mises dans un jeu parfaitement équitable qui recrée la même situation que celle des joueurs au moment du partage.

Ce problème, ou plutôt des problèmes qui en sont proches, on en trouve la trace épisodique depuis la fin du XIVème siècle. Les conditions du jeu y sont rarement les mêmes et en particulier il est extrêmement rare qu'il s'agisse d'un jeu de pur hasard ; le plus souvent il s'agit d'un jeu d'adresse (tir à l'arbalète, à l'arc, jeu de paume), d'un jeu de force (course) ou de réflexion (échecs). Ce n'est en fait que dans le problème stabilisé que le jeu est explicitement défini comme jeu de hasard pur.

Depuis la fin du XVème siècle et pendant tout le XVIème, même s'il s'agit d'un problème relativement marginal dans le champ des mathématiques, nous avons la trace de nombreuses solutions qui font l'objet de polémiques à distance entre leurs auteurs. C'est la solution de Pascal-Huygens par la méthode de l'Espérance qui paraît mettre fin au débat. Comme l'écrit Pascal : *"La question a erré incertaine jusqu'à ce jour ; mais maintenant ... elle n'a pu échapper à l'empire de la raison"*, une raison qui a construit de manière concomittante les conditions pratiques et juridiques du problème, et sa solution.

Toutes les autres solutions ont également leur propre rationalité, une rationalité plus fragile ou plus limitée. Un seul exemple mais c'est le plus riche de signification : si le jeu n'est pas un jeu de hasard pur, rien n'est moins hors de propos que de considérer les résultats déjà obtenus par les joueurs et d'en tenir compte dans la solution. Mais le problème est alors trop complexe et trop vague pour pouvoir générer une solution qui puisse être fondée et généralisée, s'il n'est pas analysé.

L'histoire technique du problème pendant deux siècles c'est l'histoire de cette analyse, c'est-à-dire de la convergence de principes méthodologiques proprement mathématiques de simplification du problème et de modèles d'équité définis par la juridiction des contrats aléatoires, convergence vers la définition du problème standard.

6.3. L'*apparition* il y a quelques années d'une nouvelle trace du problème ne vient-elle pas éclairer un peu différemment cette perspective ?

En effet, nous connaissons maintenant un texte sur le problème des partis, antérieur d'un siècle aux plus anciens connus jusqu'alors[23]. Son auteur anonyme en donne une solution grâce à un algorithme direct et une méthode algébrique ; une solution d'une très grande netteté, dans le style algorithmique et non pas axiomatico-déductif ; une solution identique par le résultat à

[23]"[Toti Rigatelli 1985], [Schneider 1988], [Meusnier 1994].

celle de Pascal-Huygens, mais totalement différente par la méthode, et *à propos d'un jeu d'échecs,* ce qui n'est pas, à proprement parler, un jeu de hasard !

La méthode en est d'ailleurs si originale qu'elle n'a à ma connaissance jamais été réinventée depuis !

6.4. Hormis le fait que l'apparition de cette trace met en évidence une filiation plus complexe du "Problème des Partis" que celle qui était envisagée jusqu'à présent, en particulier des origines probablement "Arabes", l'existence d'une solution du XIVème siècle permet de mieux envisager la dynamique de réalisation de celle de Pascal-Huygens trois siècles plus tard.

A l'aune de celle-ci, la solution de l'auteur anonyme du XIVème siècle peut être considérée comme "exacte", de même que celles des autres auteurs des XVème et XVIème siècles peuvent être qualifiées par certains historiens "d'erronées". Les solutions "erronnées" apparaissent comme des étapes normales d'une heuristique de la solution, dont elles sont plus ou moins proches. Les principes méthodologiques et juridiques y sont plus ou moins fermement maîtrisés et l'on pense rendre compte ainsi de leur effacement devant la solution définitive.

Mais que faire de la solution "exacte" antérieure ? Connue ou ignorée, quelle est sa signification par rapport au débat qui aboutit à la stabilisation du problème standard ? Il y a 25 ans Coumet a posé malicieusement cette question à laquelle je faisais allusion tout à l'heure : "*La théorie du hasard est-elle née par hasard* ?" ; il a surtout montré dans le détail, suivi en cela par quelques autres historiens, comment on pouvait y répondre en dégageant les contextes théologiques, juridiques, économiques, sociologiques de sa possibilité. Ne reste-t-il pas *symétriquement* à montrer comment dans les mêmes conditions la solution de l'anonyme du XIVème siècle n'est pas morte par hasard ?[24]

6.5. Cette question est d'autant plus pertinente qu'à la même époque, Nicole Oresme développe dans le cadre d'une argumentation générale contre l'astrologie judiciaire, l'argument de la vraisemblance de l'incommensurabilité des mouvements célestes [Meusnier 1988] ; il l'appuie sur une démonstration qui fait intervenir une notion de probabilité quantitative fondée sur une analogie avec un jeu de hasard plus ou moins théorique.

Il écrit, vers 1350 :

> *"Ainsi s'il est un nombre dont on ignore absolument ce qu'il est, sa taille et s'il est grand ou petit, comme c'est le cas du nombre des heures qui passeront avant l'antéchrist, il est vraisemblable qu'un tel nombre inconnu ne sera pas un nombre cubique. Une situation analogue se présente dans les jeux où si quelqu'un demande si un nombre caché est un nombre cubique, il est plus prudent de répondre négativement puisque cela paraît plus probable et plus vraisemblable"* [Meusnier 1988, p.170].

L'association du modèle du jeu de hasard et de la recherche d'une quantification de la probabilité d'une opinion délimitent ainsi le terrain d'une approche quantitative de la Prudence. Son expression "savante" nous n'en retrouvons la trace qu'au début du XVIIème siècle chez

---

24 *"Si un battement des ailes d'un papillon peut déclencher une tornade, il peut aussi bien avoir pour effet de l'empêcher"* [Lorenz 1995, p.42].

quelques théologiens ou juristes qui au travers du modèle du jeu introduisent une argumentation issue de la pratique du marchand. Je cite ici un passage de Hurtado de Mendoza de 1617 :

> *"Considère, ainsi, combien il est plus prudent de se croire immortel, et pour ne pas s'exposer à la damnation éternelle, de renoncer à ces voluptés passagères, puériles, bestiales ; encore pas à toutes, à celles-là seulement que les lois interdisent... Si tu était commerçant ou homme d'affaire, tenterais-tu la fortune en risquant tout ton avoir pour un maigre gain ? Le commerçant prudent ne risque pas une grosse fortune sur un gain nul, mais il balance ses chances de façon que l'enjeu à gagner ne soit pas moindre que le risque de perdre"*[25].

7. L'ESPÉRANCE : UNE PASSE

7.1. A ne lire que Pascal et les derniers chapitres de la *Logique de Port-Royal*, et trop vite, on peut facilement avoir l'impression banale que c'est la solution du problème des partis par la méthode de l'Espérance qui fournit tout à coup la possibilité d'une "application" dans le cas des décisions portant sur les jugements incertains. Des traces comme celles que l'on peut relever entre autres chez Chillingworth ou Hurtado de Mendoza laissent au contraire soupçonner que globalement le modèle du marchand de la balance des pertes et des gains dont les *risques* sont interprétés dans le modèle du jeu de hasard est "assez largement" partagée comme modèle de pensée du "Probable" avant que *localement* la méthode de l'Espérance au travers de la solution du problème des Partis ne lui donne la possibilité de se formuler explicitement.

7.2. Ainsi, ce qui fait la force vitale, l'être de la solution de Pascal-Huygens, ce battement d'ailes de papillon au milieu du XVII^{ème} siècle, c'est donc bien autre chose que sa "vérité" ou sa "cohérence" *locale*, aussi "géométrique" soit-elle. La puissance potentielle de conviction et de pénétration de sa structure de solution est bien sûr sans commune mesure avec celle de l'anonyme du XIV^{ème} siècle, mais son être c'est aussi et indissociablement sa force de diffusion ; or celle-ci se trouve dans l'étendue et la dynamique du réseau des récepteurs potentiels. Ne suffisent pas les moyens théoriques de convaincre, encore faut-il avoir des interlocuteurs à convaincre ; des interlocuteurs qui ne demandent qu'à être convaincus, c'est-à-dire qui puissent ressentir l'utilité de se réapproprier l'argumentation au travers d'un médiateur.

> *Le Médiateur de l'émergence d'une mathématique du probable c'est la balance des risques du joueur-marchand, calculateur prudent, l'Espérance.*

---

[25] Hurtado de Mendoza : *De anima*, disput. XVIII section I, 6-7, 1617, traduction de Henri Busson.
Je dois cette citation à Antoine Glémain qui a collecté systématiquement les textes sur "l'argument du pari" de Platon à Pascal, de même que celle-ci de Bernardo Ochin, *Sermon*, 1544, trad. Busson, première mention d'une liaison, sur ce thème, avec le modèle du jeu de hasard : *"Pour ceux qui doutent de l'immortalité de l'âme, quand ils arrivent à la mort, trouver une autre vie ou ne pas la trouver, c'est comme jouer sa chance : mais de même que celui-là serait un sot qui dans un jeu de hasard jouerait tout son bien, alors qu'il est riche, contre une ombre vaine, de même et plus encore, est stupide celui qui en vivant dans le péché se met en péril, s'il y a une autre vie, d'aller pour toujours au gouffre infernal..."*.

Je n'oublie pas que nous sommes le 22 mars ;je ne peux, bien sûr, résister à la passion : symbole (redoublé) de cette histoire et des résistances, à "l'emprise de la raison", un petit "Pascal" brûlé par Serge Gainsbourg, dans l'étrange lucarne, un soir de mars 84... brûlé par les deux bouts.

BIBLIOGRAPHIE

A - Sources primaires des XVII^ème et XVIII^ème siècles

ARBUTHNOTT, J., *Of the Laws of Chance, or, a Method of Calculation of the Hazards of Game*, London, 1692, (publié anonymement).

ARBUTHNOTT, J., "An argument for Divine Providence, taken from the constant regularity observ'd in the births of both sexes", *Philosophical Transactions*, 27, (1712), pp.186- 190. Réimprimé dans Collectif, 1977, pp.30-34.

ARNAULD, A., NICOLE, P., *La logique ou l'Art de Penser*, Paris, 1662, 5e édition définitive, Paris, Desprez, 1683. Rééd. Paris, Flammarion, 1970.

BERNOULLI, J., *Ars Conjectandi*, Basilea, Thurnisii fratri, 1713 ; rééd. dans Die Werke von Jakob Bernoulli, Band III, Bâle, Birkhauser, 1975 ; traduction française de la première partie dans Meusnier (1992b) et de la quatrième partie dans Meusnier (1987a).

BERNOULLI, N., *De Usu Artis Conjectandi in jure*, Basilea, Johannus Conradus à Mechel, 1709 ; rééd. dans Di Werke von Jakob Bernoulli, Band III, Bâle 1975 ; traduction française dans Meusnier [1992a].

BERNOULLI, N., "Specimina Artis Conjectandi, ad quaestiones juris applicatae", dans *Acta Eruditorum*, supp., 1711, pp.159-170.

CRAIG, J., *Theologiae Christianae Principia Mathematica*, Londini, J. Derby, 1699 ; traduction française partielle d'Antoine Glémain (non publiée).

GRAUNT, J., *Natural and Political Observations made upon the Bills of Mortality*, London, Martyn, 1662 ; traduction française de Éric Vilquin, *Observation naturelles et politiques faites sur les bulletins de mortalité*, Paris, INED, 1977.

HOOPER, G., *A fair and methodical discussion of the first and great controversy, between the Church of England and Church of Rome, concerning the infallible guide*, London, Chiswell, 1689.

HOOPER, G., "A calculation of the credibility of human testimony", *Philosophical Transactions*, 21, 1700, pp.359-365 ; traduction française d'Antoine Glémain (non publiée).

HUYGENS, C., "De Ratiociniis in Ludo Aleae", dans *Exercitationum Mathematicarum* de F. van Schooten, Leiden, Elsevirii, 1657 ; traduction française dans Meusnier (1992b).

MOIVRE, A. (de), "De mensura Sortis, seu de Probabilitate Eventuum in ludis a Casu Fortuito Pendentibus", *Philosophical Transactions*, 27, 1712, pp.213-264 ; traduit en anglais par B. McClintock dans *International Statistical Review*, 52, 1984, pp.237-262.

MOIVRE, A. (de), *The Doctrine of Chances : or a Method of Calculating the Probability of Events in Play*, London, Pearson, 1718 ; Rééd. de la 3ème édit. de 1756, New York, Chelsea, 1967.

MONTMORT, P.R. (de), *Essay d'analyse sur les Jeux de Hazard*, Paris, Quillau, 1708, (publié anonymement).

MONTMORT, P.R. (de), *Essay d'Analyse sur les Jeux de Hazard*, seconde édition revue et augmentée de plusieurs lettres, Paris, Quillau, 1713, (publié anonymement) ; rééd. New York, Chelsea, 1980.

PASCAL, B., *Œuvres complètes*, texte établi, présenté et annoté par J. Chevalier, Paris, Gallimard, *Pléïade*, 1954.

PASCAL, B., "Pensées", dans *Œuvres*, pp.1079-1358.

PASCAL, B., "Celeberrimae matheseos academiae parisiensi", dans *Œuvres*, 1654a, pp.73-74.

PASCAL, B., "Correspondance avec Fermat", dans *Œuvres*, 1654b, pp.77-90.

PASCAL, B., "Traité du triangle arithmétique, avec quelques autres petits traités sur la même matière", dans *Œuvres*, Paris, G. Desprez, 1665, pp.90-171.

B - Sources secondaires

BELLHOUSE, D.R., "Probability in the sixteenth and seventeenth Centuries : An analysis of Puritan Casuistry", *International Statistical Review*, 56, 1, 1988, pp.63-74.

BOUDOT, M., "Probabilité et logique de l'argumentation selon Jacques Bernoulli", *Les études philosophiques*, 1967, pp.265-288.

BRAKEL, J. (van), "Some Remarks on the Prehistory of the Concept of Statistical Probability", *Archive for History of Exact Sciences*, 16, 1976, n°2, pp.119-136.

COLLECTIF
Studies in the History of Statistics and Probability, vol.I, eds. E.S. Pearson and M.G. Kendall, London, Griffin, 1970.

Studies in the History of Statistics and Probability, vol.II, eds. M. Kendall and R.L. Plackett, London, Griffin, 1977.

The probabilistic Revolution, vol.I, Cambridge, Massachusetts, M.I.T. Press, 1989(a), edited by L. Krüger, L.J. Daston and M. Heidelberger.

The Empire of Chance. How probability changed science and everyday life ; Gigerenger G., Swijtink Z., Porter T., Daston L., Beatty J., Krüger L., Cambridge (G.B.), Cambridge University Press, 1989(b).

COUMET, E., "Le problème des partis avant Pascal", *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, 18, 1965, n°72-73, pp.245-272.

COUMET, E., "La théorie du hasard est-elle née par hasard ? *Annales : Economies, Sociétés, Civilisations*, 25, mai-juin 1970, n°3, pp.574-598.

COUMET, E., "Sur 'le calcul ès jeux de hasard' de Huygens : dialogues avec les mathématiciens français (1655-1657)", dans *Huygens et la France*, Paris, Vrin, 1982, pp.123-137.

COUMET, E., "Sur l'Essay d'analyse sur les jeux de hazard de Rémond de Montmort : entre récréations mathématiques et philosophies", (à paraître).

DASTON, L., "Probabilistic expectation and rationality in classical probability theory", *Historia Mathematica,* 7, 1980, pp.234-260.

DASTON, L., *Classical Probability in the Enlightenment*, Princeton, Princeton Univertsity Press, 1988.

DASTON, L., "L'interprétation classique du calcul des probabilités", *Annales : Economies, Sociétés, Civilisations*, 44, 1989, pp.715-731.

DASTON, L., "The domestication of risk : mathematical probability and insurance, 1760-1830", dans Collectif 1989(a), pp.237-260.

DASTON, L., "Classical probabilities, 1660-1840", dans Collectif, 1989(b), pp.1-36.

DASTON, L., "How probabilities came to be objective and subjective", *Historia Mathematica*, 21, 1994, pp.330-334.

DEMAN, Th., "Probabilis", *Revue des Sciences Philosophiques et Théologiques*, 22, 1933, pp.260-290.

DEMAN, Th., "Probabilisme", dans *Dictionnaire de Théologie Catholique*, t.XIII, 1936, col.417-619.

FRANKLIN, J., "The ancient legal sources of 17th century probability", dans *The uses of antiquity. The scientific revolution and the classical tradition*, Stephen Gankroger ed., Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, 1991, pp.123-144.

GARBER, D., ZABELL, S., "On the Emergence of Probability", *Archive for History of Exact Science*, 21, n°1, 1979, pp.33-53.

GARBOLINO, P., "The Geometry of Chance in the 17th Century".

GARBOLINO, P., MORINI, S., *The logic of uncertainty and the geometry of chance : the origins of probability in the 17th century*, Ferrara, Universita degli Studi di Ferrara, 1990 ; trad. de l'italien, *Logica dell'incerto e geometria del caso : le origini della probabilita nel XVII secolo*, Il Cannocchiale, 1-2, 1987, pp.23-48.

GARDEIL, A., "La Certitude Probable", *Revue des Sciences Phillosophiques et Théologiques*, 5, 1911, pp.237-266 et pp.441-485.

GARIBALDI, U, PENCO, M.A., "Intentional vs Extensional Probabilities from their Origins to Laplace", *Historia Mathematica*, 18, 1991, pp.16-35.

GLÉMAIN, A., "Croyance et probabilités dans la pensée européenne des 17ème et 18ème siècles", Paris, CAMS P.087, série *Histoire du Calcul des Probabilités et de la Statistiques* n°16, avril 1993.

GRIER (B.),*George Hooper and the Early Theory of Testimony*, (manuscrit non publié).

GUILBAUD, G.Th., "Les problèmes de partage. Matériaux pour une enquête sur les algèbres et les arithmétiques de la répartition", dans *Économie appliquée*, t.V, n°1, janvier-mars 1952, pp.93-137 ; rééd. dans *Éléments de la théorie mathématique des jeux*, Paris, Dunod, 1968.

GUILBAUD, G.Th., "Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation", dans *Économie appliquée*, t.V, n°4, octobre-décembre 1952, pp.501-551 ; rééd. dans *Éléments de la théorie mathématique des jeux*, Paris, Dunod, 1968.

GUILBAUD, G.Th., "Faut-il jouer au plus fin ?", notes sur l'histoire de la théorie des jeux, dans *Colloques Internationaux du CNRS, La Décision*, Paris, 25-30 mai 1960.

HACKING, I., *The emergence of probability. A philosophical study of early ideas about probability, induction and statistical inference*, Cambridge (G.B.), Cambridge University Press, 1975.

HALD, A., *A History of Probability and Statistics and their Applications before 1750*, New York, John Wiley and Sons, 1990.

KENDALL, M.G., "The beginnings of a probability calculus", dans Collectif 1970, pp.19-34.

KENDALL, M.G., "Where shall the history of statistics begin ?", dans Collectif 1970, pp.45-46].

LOÈVE, M., "Calcul des probabilités", dans *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900*, Jean Dieudonné (dir.), Paris, Hermann, 1978, t.II, chap.XII, pp.277-313.

MAISTROV, L.E., *Probability theory. A historical sketch*, New York, Academic Press, 1974 ; trad. du russe par S. Kotz, 1964.

MEUSNIER, N., "Problèmes de partage au fondement de la stochastique", dans *Rôle des problèmes dans l'histoire et l'activité mathématique*, Montpellier, IREM, 1985, pp.118-157.

MEUSNIER, N., *Jacques Bernoulli et l'ars conjectandi. Documents pour l'étude de l'Émergence d'une Mathématisation de la Stochastique*, Rouen, IREM, 1987.

MEUSNIER, N., "Huygens-De Witt : un modèle mathématique de calcul de la valeur des événements incertains", dans *Les mathématiques dans la culture d'une époque*, Strasbourg, IREM, 1987, pp.192-205.

MEUSNIER, N., "A propos de l'utilisation par Nicole Oresme d'une argumentation probabiliste", dans *Nicole Oresme : tradition et innovation chez un intellectuel du XIVème siècle*, Paris, Les Belles Lettres, 1988, pp.165-177.

MEUSNIER, N., "Argumentation et démonstration : à quoi sert la démonstration de la loi des grands nombres de Jacques Bernoulli", dans *La démonstration mathématique dans l'histoire*, Besançon, IREM, 1989, pp.81-97.

MEUSNIER, N., "Nicolas Bernoulli : l'usage de l'art de conjecturer en droit", Paris, CAMS P.086, série *Histoire du Calcul des Probabilité et de la Statistique*, n°15, 1992.

MEUSNIER, N., "Christian Huygens et Jacques Bernoulli : la première partie de l'Ars Conjectandi", Paris, CAMS P.085, série *Histoire du Calcul des Probabilité et de la Statistique*, n°14, 1992.

MEUSNIER, N., *Le problème des partis : un étonnant manuscrit du XIVème siècle*, (à paraître).

MORINI, S., "Logique de l'incertain et géométrie du hasard : la controverse sur la règle de la foi et les origines de la probabilité au XVIIème siècle, Paris, CAMS P.078, série *Histoire du Calcul des Probabilités et de la statistique* n°12, 1992.

ORE, O., "Pascal and the invention of probability theory", *American Mathematical Monthly*, 67, 1960, pp.409-419.

SCHNEIDER, I., "The market place and games of chance in the fifteenth and sixteenth centuries", dans *Mathematics from Manuscript to Print, 1300-1600*, ed. by Cynthia Hay, Oxford, Clarendon Press, 1988, pp.220-235.

SHAFER, G., "Non-additive Probabilities in the work of Bernoulli and Lambert", *Archive for History of Exact Sciences*, 19, 1978, n°4, pp.309-370.

SHAPIRO, B.J., *Probability and Certainty in Seventeenth-Century England : a Study on the Relationships between natural Science, Religion, History, Law and Literature*, Princeton, Princeton University Press, 1983.

SHEYNIN, O.B., "On the prehistory of the theory of probability", *Archive for History of Exact Sciences*, 12, 1974, 97-141.

SHEYNIN, O.B., "Early history of the theory of probability", *Archive for History of Exact Sciences*, 17, 1977, pp.201-259.

SHOESMITH, "Expectation and the early probabilists", *Historia Mathematica*, 10, 1983, pp.78-80.

STIGLER, S.M., "The Dark Ages of Probability in England : The Seventeenth Century Work of Richard Cumberland and Thomas Strode", *International Statistical Review*, 56, 1, 1988, pp.75-88.

THIROUIN, L., *Le hasard et les règles. Le modèle du jeu dans la pensée de Pascal*, Paris, Vrin, 1991.

TODHUNTER, I., *A history of the theory of probability, from the time of Pascal to that of Laplace*, Cambridge, 1865 ; rééd. New York, Chelsea Publishing Company, 1965.

TOTI RIGATELLI, L.T., "Il 'problema delle parti' in manoscritti del XIV e XV secolo", dans *Mathemata*, M. Folkerts and U. Lindgren, Wiesbaden, Stuttgart, Franz Steiner, 1985, (Boetius Band XII), pp.229-236.

WESTERGAARD, H., *Contributions to the history of statistics*, London, 1932 ; rééd. The Hage-Paris, Mouton, 1969.

C - Sources de réflexion

BLOOR, D., *Knowledge and social imagery*, London, Routledge and Kegan Paul, 1976 ; trad. française de Dominique Ebnöther, *Socio/logie de la logique ou les limites de l'épistémologie*, Paris, Pandore, 1983.

COLLECTIF
L'A-Peu-Près. Aspects anciens et modernes de l'approximation, Paris, EHESS, édité par le Centre d'Analyse et de Mathématique Sociales, 1988.

DUCASSE, I., LE COMTE DE LAUTRÉAMONT, *Les chants de Maldoror, Poésies I et II, Correspondance*, édition établie par J.L. Steinmetz, Paris, Flammarion, 1990.

FEYERABEND, P., *Against Method*, London, New Left Books, 1975 ; trad. française de Baudoin Jurdant et Agnès Schlumberger, *Contre la méthode. Esquisse d'une théorie anarchiste de la connaissance*, Paris, Seuil, 1979.

GRANGER, G.G., *La mathémtatique sociale du Marquis de Condorcet*, Paris, Presses Universitaires de France, 1956.

GUILBAUD, G.Th., *Leçons d'à-peu-près*, Paris, Ch. Bourgois, 1985.

KOYRÉ, A., *Études d'histoire de la pensée philosophique*, Paris, Gallimard, 1971 ; 1ère édition dans les *Cahiers des Annales*, A. Colin, 1961.

KOYRÉ, A., *Études d'histoire de la pensée scientifique*, Paris, Gallimard, 1973.

LATOUR, B., "Irréductions", dans *Les Microbes : guerre et paix*, Paris, Métailié, 1984, pp.169-265.

LORENZ, E.N., "Un battement d'aile de papillon au Brésil peut-il déclencher une tornade au Texas ?", *Alliage*, 22, 1995, pp.42-45.

MEUSNIER, N., "Isidore DUCASSE. Géomètre de la Poésie", dans *La figure et l'espace*, actes du 8ème colloque Inter-IREM Épistémologie et Histoire des Mathématiques, Lyon, 31 mai-1er juin 1991, (IREM de Lyon ed.), pp.235-259.

POISSON, S.D., *Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile, précédées des règles générales du calcul des probabilités*, Paris, Bachelier, 1837.

POPKIN, R.H., *The history of scepticism from Erasmus to Spinoza*, Los Angeles, UC Press, 1979 ; trad. française de Christine Hivet, *Histoire du scepticisme d'Erasme à Spinoza*, Paris, Presses Universitaires de France, 1995.

RASHED, R., "La mathématisation de l'informe dans la science sociale : la conduite de l'homme bernoullien", dans *La mathématisation des doctrines informes*, colloque tenu sous la direction de Georges Canguilhem, Paris, Hermann, 1972, pp.71-105.

RASHED, R., *Condorcet. Mathématique et Société*, Paris, Hermann, 1974.

SERRES, M., *Le passage du Nord-Ouest. Hermès V*, Paris, Éditions de Minuit, 1980.

SHAPIN, S., SCHAFFER, S., *Leviathan and the Air-Pump. Hobbes, Boyle and the experimental life*, Princeton, Princeton University Press, 1985 ; trad. française de Thierry Piélat, *Leviathan et la pompe à air, hobbes et boyle entre science et politique*, Paris, La découverte, 1993.

VEYNE, P., *Comment on écrit l'histoire. Essai d'épistémologie*, Paris, Seuil, 1971.