MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

JEAN-PIERRE GINISTI

The problems of definition

Mathématiques et sciences humaines, tome 116 (1991), p. 5-22
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1991__116__5_0>

Math. Inf. Sci. hum., (29e année, n° 116, *1991*, p.5-22)

LES PROBLÈMES DE LA DÉFINITION

Jean-Pierre GINISTI [1]

RÉSUMÉ — *L'objectif de cet article est de présenter les grands types de définitions connus en logique mathématique, leurs buts et leurs moyens, à partir de leur arrière-plan historique et philosophique (notamment grâce à la preuve de deux théorèmes), et afin de situer, à l'intérieur de ce domaine, les autres contributions qui composent ce numéro.*

SUMMARY — The problems of definition
The aim of this paper is to present the great kinds of definitions known in mathematical logic, their goals and their means, from their historical and philosophical background (notably thanks to the proof of two theorems), and in order to situate, within this field, the others contributions which make up this number.

Avant de constituer un terme de logique (de logique commune ou de logique mathématique), le mot "définition" s'est rapporté historiquement à une activité agraire d'arpentage : définir, c'est d'abord marquer les limites d'une propriété foncière. C'est par rapport à un tel sens qu'on a illustré la présentation de ce numéro par la photographie aérienne d'un paysage où les champs se disposent en damier et se dessinent comme sur un plan cadastral. Il n'est pas étonnant, dès lors, que la théorie de la définition se soit longtemps trouvée solidaire de la géométrie euclidienne.

A ce sens archaïque (mais dont on verra en quoi il importe encore aujourd'hui et donne matière à reprise mathématique) se surajoute le sens logique qui est directement notre objet. Nous n'avons pas l'intention de présenter ici l'histoire de la théorie de la définition. Nous introduirons seulement à la problématique contemporaine de la logique mathématique en voyant d'abord comment elle est appelée par les besoins auxquels répondent la définition commune et la théorie de la logique classique, ainsi que par les insuffisances de celles-ci. C'est pourquoi aussi le premier article qui suit cette présentation, celui de Jan Gregorowicz, fournit certains éléments d'analyse conceptuelle. Il le fait en s'inspirant de "la théorie des définitions dans la littérature logique polonaise", et plus précisément des idées d'Ajdukiewicz.

Précisons qu'on entendra "définition", dans l'ensemble du recueil, au sens généralement tenu pour le sens "propre", celui de "définition explicite ou directe". Il ne sera donc pas question, sauf incidemment, des formes dites "indirectes" de définition, notamment implicite, récursive, ostensive[2]. Il est vrai qu'assigner à un mot un sens propre pose des problèmes

[1] Professeur à l'Université Lyon III et responsable du numéro "Théorie de la définition".

[2] On trouvera un traitement plus général, avec bibliographie, dans notre article "Définition (- explicite VS - implicite)", *Encyclopédie Philosophique Universelle*, II, Paris, PUF, 1990.

Rappelons en outre que le mot "définition" s'emploie encore couramment au sens (vieilli par ailleurs) de "définissant", dans certaines expressions comme "la définition de A est B". En toute exactitude, la définition est "A est B", A est le défini, B est le définissant.

complexes et qui sont déjà des problèmes "de définition". Nous nous autorisons au moins de l'usage et de l'histoire, puisque le sens qu'on dit "propre" aujourd'hui transpose d'une manière évidente le sens archaïque en délimitant des propriétés (ou au moins des singularités) dans tout domaine d'investigation rationnelle, comme l'activité pratique délimite des propriétés dans tout domaine géographique.

A la définition explicite on attribue plusieurs objectifs, souvent rappelés, et qu'on peut échelonner entre deux extrêmes :
(1) les définitions servent à abréger le discours,
(2) les définitions servent à exprimer l'essence d'un objet.

Dans l'un de ses *Exercices de style*, celui qu'il intitule "Définitionnel", Raymond Queneau nous montre plaisamment ce que seraient les moyens d'expression s'ils étaient privés du recours à certains définis. Nous ne dirions pas : dans un autobus de la ligne S, un zazou au long cou et portant sur la tête un chapeau mou, etc., mais, comme le dit Queneau : "dans un grand véhicule automobile public de transport urbain désigné par la dix-neuvième lettre de l'alphabet, un jeune excentrique portant un surnom donné à Paris en 1942, ayant la partie du corps qui joint la tête aux épaules s'étendant sur une certaine distance et portant sur l'extrémité supérieure du corps une coiffure de forme variable", etc. A ce titre, la définition apparaîtra dotée d'un intérêt pratique certain mais dénuée de portée théorique.

C'est d'autre part l'approche platonicienne de la définition qui représente au mieux sans doute le deuxième objectif à son niveau le plus exigeant. L'activité de Socrate est décrite dans de nombreux dialogues comme la recherche de définitions : celle du beau, du juste, du pieux, mais aussi des sciences, etc. Elle s'efforce d'obtenir un définissant qui puisse exprimer le modèle parfait de l'objet défini, supposé réalisé dans un autre monde, plus réel que ceux atteints par nos sens ou par notre intelligence, en tant qu'il est destiné justement à expliquer qu'on décèle des imperfections dans ces derniers. La définition est alors une entreprise bien incertaine puisqu'elle semble avoir partie liée avec la doctrine métaphysique du réalisme des essences. On comprend déjà pourquoi une certaine désaffection peut se manifester à l'égard des définitions : elles intéressent médiocrement dans le premier cas, elles semblent chimériques dans le second. Certes, il y a aussi des philosophes pour considérer que Socrate cherche seulement à répondre à la question : de quelle manière "beau","juste", etc. sont-ils employés dans la langue (ou qu'il faudrait, du moins, ne poser que de telles questions), que toute définition porte sur un fait linguistique et sur aucun autre. La question se pose donc de savoir comment coordonner ces aspects ou juger ces conceptions. Il a paru nécessaire, dès lors, de consacrer une étude à la théorie platonicienne de la définition. On la trouvera dans l'article de Daniel Parrochia, "Trames, classifications, définitions" et en confrontation avec d'autres perspectives. L'auteur, toutefois, ne travaille pas seulement en historien des idées. En formalisant, comme on le verra, des doctrines du passé grâce aux moyens mathématiques d'aujourd'hui, il rationalise leurs apports, corrige ou prolonge leurs intuitions. C'est ainsi qu'il est amené à revenir, en somme, sur le sens archaïque du mot "définition" comme morcellement de l'espace géographique et pour contester la rigidité du modèle qu'il donne aux définitions de l'espace de concepts. Il montre comment "le discours qui "délimite" peut assouplir sa trame de bien des manières" mathématiquement.

Entre les deux objectifs apparemment extrêmes que nous venons de distinguer, la définition a aussi pour but :
(3) de codifier et enseigner le vocabulaire, comme le font les dictionnaires[3],

[3] Pour cet objectif lui-même, à vrai dire, l'intérêt des définitions explicites a été étroitement limité et on a fait valoir que l'apprentissage du langage se fait davantage par l'imitation, par des exemples généralisés, par des définitions ostensives (i.e. désignant leur objet par le moyen d'un geste, éventuellement assisté ou remplacé par un démonstratif) ou implicites (voir [22]), etc. On remarquera tout de même qu'il semble d'autant plus naturel (facile et rapide) d'apprendre un vocabulaire grâce à des définitions explicites qu'il est plus fin, plus abstrait, plus technique.

(4) d'éliminer les ambiguïtés (c'est-à-dire la pluralité des sens attribués à un même vocable), souvent responsables de disputes verbales[4],
(5) de réduire le vague (c'est-à-dire l'indétermination de certains cas d'attribution d'un vocable donné)[5].

On pourra par exemple dissiper le vague d'une expression comme "grande ville" par le choix d'un définissant imposant à l'objet un nombre minimal d'habitants, ou l'ambiguïté des expressions "définitions nominales", "définitions réelles", souvent sources de confusions, en leur donnant différents définissants. Soit, entre autres :

au sens	nominale (ou "de nom")	réelle (ou "de chose")
1. (Aristote et la scolastique)	permettant de distinguer l'objet défini de tous les autres	identifiant l'essence de l'objet défini
2. (Pascal et Port-Royal)	donnant une nouvelle formulation linguistique à un contenu ou un nouveau contenu à une formulation linguistique ancienne	analysant les contenus d'une formulation linguistique préexistante (lui rapportant tel ou tel définissant)
3.	portant sur les formulations linguistiques (i-e indifféremment nominale$_2$ ou réelle$_2$, ou arbitrant entre elles)	n'étant pas seulement nominale$_3$
4.	proposée à l'examen	nominale$_4$ et acceptée comme satisfaisant aux normes de la théorie choisie de la définition
5.	exprimée sur le nom de l'objet	exprimée sur l'objet dénommé

Un exemple de définition nominale$_1$ est celui que donne Bacon (cité par la *Logique de Port-Royal*, II, XVI) : "L'homme est un animal qui fait des souliers et qui laboure les vignes", par opposition à la définition réelle$_1$ "un animal doté de raison". Un exemple de définition nominale$_5$ serait : "carré" signifie "quadrilatère à côtés égaux" ; la définition réelle$_5$ serait : "le carré est un quadrilatère à côtés égaux". On peut dire, notamment, que ces deux dernières définitions sont

[4] Dans la discussion scolastique, la réponse à une objection s'ouvre souvent et à bon droit par "distinguo". On notera cependant que de nouvelles disputes verbales peuvent surgir d'un emploi artificiel de la méthode et qu'en outre il n'est pas toujours aisé d'établir qu'un vocable est ambigu. Une société dont le système de parenté ne distingue pas le père et le frère du père, ou les cousins et les frères, par exemple, n'utilise pas des termes de manière ambiguë. Un tel système, dit "classificatoire", n'échoue pas à distinguer, complètement ou partiellement, les parents en ligne directe et les parents en ligne collatérale, en commettant dès lors des confusions, mais il entend organiser différemment les données.

[5] En éliminant ou en réduisant le vague et l'ambigu, et justement parce qu'elles sont explicites, les définitions possèdent d'ailleurs une grande importance juridique et pratique : une police d'assurances peut comporter une définition de "dégâts des eaux" qui oblige à accorder ou qui permet de refuser, sans litige, l'indemnisation d'un sinistre.

réelles$_2$, qu'on peut traiter toutes les définitions données comme nominales$_4$, etc. La définition posée par Kleene : "Un ion est une expression atomique de prédicat" est un exemple de définition nominale$_2$. C'est à propos des définitions nominales$_2$ et réelles$_2$ que Gergonne a pu écrire que "la distinction [...] paraît pouvoir être réduite à dire qu'une définition doit être admise sans contestation ou bien peut être refusée, suivant qu'elle commence par ces mots : *j'appelle*, ou par ceux-ci : *on appelle*"[6]. Au caractère libertaire des premières, on peut opposer, à l'égard des données sociales, qu'un *j'appelle* résulte souvent ou toujours d'un arbitrage entre plusieurs *on appelle* (ce qui forme le concept de définition nominale$_3$) - Kleene motive sa terminologie[7] par des analogies chimiques, tout en refusant, à cause de sa longueur, "nucléon" qui conviendrait sans doute mieux - et à l'égard des propriétés logiques, on le verra, on peut opposer qu'il est toujours possible en effet de stipuler librement, mais non sans conséquences dont certaines pourront être jugées indésirables. Ces différents sens de "nominale" et de "réelle", classiquement attribués à des définitions exprimées en langue naturelle, se transposent aux langages formalisés.

Au sens 1, qu'elle soit nominale ou réelle, la définition énonce une propriété caractéristique de l'objet (nécessaire et suffisante)[8] puisqu'à défaut elle serait une définition inadéquate, mais quand on la dit "réelle$_1$", on se réfère en outre à une bipartition supposée des propriétés caractéristiques dans laquelle l'une, ou au moins certaines, des propriétés caractéristiques, considérées comme formant "l'essence", l'une des classes de la partition, se subordonnent (en un sens à préciser) la totalité des autres, qui forment la deuxième classe de la partition. Une définition est alors dite "réelle$_1$" si et seulement si son définissant ne comporte que des éléments de la première classe[9]. Faut-il récuser toute bipartition des propriétés caractéristiques en disant, comme Richard Robinson, que si une propriété caractéristique d'un certain objet est donnée comme n'appartenant pas à l'essence de celui-ci c'est parce qu'une autre propriété caractéristique a été de facto associée au mot qui désigne l'objet, et alors qu'on aurait pu tout autant lui associer la première. Doit-on admettre que "l'essence est justement le choix humain de ce qu'il faut signifier par un nom, mal interprétée comme étant une réalité métaphysique" ?[10] Dans cette conception, c'est par décision qu'une définition est réelle, qu'une propriété caractéristique est essentielle (on est même tenté de dire que c'est "par définition" tant l'assimilation entre les deux concepts de décision et de définition s'effectue couramment, que le décideur soit donné pour une personne morale ou physique). On examinera les thèses en présence sur un exemple généralisable.

On peut définir le cercle comme étant la section d'un cylindre ou d'un cône par un plan perpendiculaire à l'axe, ou comme étant le lieu des points d'où l'on voit un segment donné sous un angle droit, ou comme étant le lieu des points situés à une distance donnée d'un point donné, etc., tout lieu géométrique qui est un cercle étant susceptible de définir le cercle. Pourtant aucun géomètre ne considèrera indifférent le choix de l'une de ces définitions. La proximité plus ou moins grande avec la manière dont l'objet est intuitionné dans l'approche usuelle (et son intérêt didactique), la manière dont l'ensemble des propriétés se subordonne à (dans l'idéal, se déduit formellement de) la définition retenue (et du reste de la théorie), les normes choisies

---

[6] GERGONNE, J., "Essai sur la théorie des définitions", *Annales de mathématiques pures et appliquées*, IX, 1818, p.27.

[7] KLEENE, S.C., *Logique mathématique*, trad. franç. J. Largeault, Paris, A. Colin, 1971, p.84 et note 54.

[8] "Propriété" devrait suffire puisque "le propre" ne convient qu'à un objet, mais l'habitude est prise de dire "propriétés générales" (malgré une contradictio in adjecto), "propriétés particulières" (malgré un pléonasme). Voir l'article de C. Gaudin dans ce numéro au sujet du propre. Sur "nominal" et "réel", voir aussi l'article de J. Gregorowicz.

[9] Si on refuse avec certains auteurs, dont il sera question, de distinguer entre deux sortes de propriétés caractéristiques, les définitions nominales$_1$ et les définitions réelles$_1$ se confondent, mais la distinction entre "nominale" et "réelle" n'est pas affectée aux autres sens de ces adjectifs.

[10] Robinson R., *Definition*, Oxford, Clarendon Press, 1950, p.155.

d'intelligibilité, etc. permettent de départager les propriétés caractéristiques[11]. Pour être jugée essentielle, l'une d'entre elles n'a pas nécessairement à être conçue comme une "réalité métaphysique" au delà de nos prises. Si d'ailleurs on la comprend de cette manière, néanmoins, l'objet devra échapper à toute expression, donc à toute définition, plutôt qu'être exprimé par des propriétés caractéristiques d'une certaine classe. La moins "métaphysique" des théories, autrement dit, bipartitionne toujours les propriétés caractéristiques puisqu'elle ne les utilise pas indifféremment dans la définition qu'elle donne d'un objet.

On doit sans doute admettre qu'une théorie ne peut être la seule restitution de données de fait, quelles qu'elles soient, mais qu'elle exige l'intervention de choix et de projets humains, qu'il n'y a donc pas sans doute une seule bipartition admissible et à tous égards des propriétés caractéristiques d'un objet. Mais, d'une part, la notion d'essence impose la nécessité d'une bipartition et non son unicité, d'autre part les choix humains ne peuvent pas non plus fournir le tout de l'explication : c'est un choix humain qui définit le cercle préférentiellement par une certaine propriété A, et il s'explique lui même par un choix humain qui valorise par exemple la facilité résultante de telles ou telles preuves, mais c'est un fait logique et non un choix humain si cette norme se voit satisfaite par A.

Comme les problèmes posés par les définitions nominales et réelles au sens 1. se trouvent soulevés avec acuité dans le cadre de la logique d'Aristote (en connexion avec des problèmes d'épistémologie et d'ontologie), le troisième article de ce numéro portera sur "un point de logique aristotélicienne : le 'définitionnel'". L'auteur, Claude Gaudin, se garde de deux écueils, des anachronismes qui ne retrouveraient chez le fondateur de la logique que les problèmes qui sont les nôtres, du passéisme qui nous le rendrait inintelligible. Pour y parvenir, il doit s'engager plus avant dans l'exposé d'une doctrine qu'il n'est habituel de le faire dans cette revue, mais c'est à ce prix seulement qu'on peut comprendre ce qui est sans doute dans l'histoire le premier essai systématique pour articuler notamment *description, définition, démonstration.*

Qu'on accepte ou non, toutefois, la distinction entre les définitions nominales$_1$ et réelles$_1$, il demeure le problème de coordonner les deux objectifs que nous avons jusqu'ici opposés : abréger ou théoriser. Nous verrons qu'un des problèmes de la théorie formelle de le définition consiste à établir comment un langage où les définis n'ont en effet qu'un rôle abréviateur leur permet cependant d'exprimer ce qui fait (au sens analysé) l'essence d'un objet. Bref, la théorie formelle de la définition nous paraît effectuer un chiasme dont nous avons jusqu'ici présenté l'ébauche : de même que la définition qui porte le projet théorique le plus ambitieux, celui de révéler l'essence, n'entraîne pas nécessairement l'esprit dans des aventures mais possède au fond une valeur pratique, dans la "pratique" des sciences, de même, inversement, il faudra percevoir la portée théorique majeure de la définition-abréviation.

Encore est-il possible de se référer à une définition appréhendée à différents niveaux de formalisation. Nous répartirons en 4 acceptions le concept qui nous importe. Au sens courant :

(1) énoncé qui explique une expression supposée inconnue en indiquant quelle autre expression déjà connue en a le même contenu.

Par extension, "définition" désigne souvent toute proposition de forme "A est B" qui est vraie et dont la réciproque est vraie (si x vérifie "est A", x vérifie "est B", et inversement). Même relativement à la forme la moins élaborée de la définition (la définition$_1$), il s'agit d'un abus de

[11] Il est facile de faire apparaître le rôle théorique de la définition en comparant la définition de "oncle paternel", que nous donnons plus loin et qui incorpore les idées logiques du calcul des prédicats, avec la définition par FrPe (frère du père) dans la présentation codifiée en ethnologie des termes de parenté qui, malgré l'intérêt de la notation, sténographie seulement les idées communes. Lorsqu'on écrit FrPe, FeAîFrMe (fille aînée du frère de la mère), etc. on est engagé aussi d'ailleurs dans une certaine théorie.

terme puisqu'il n'est pas imposé au définissant d'être formé d'une expression connue. Le caractère souvent non effectif de ce qui peut être tenu pour tel, notamment dans un dictionnaire, explique l'importance de fait de cette extension. S'y trouve affaiblie la distinction entre les thèses proprement dites d'une théorie et ses définitions. Nous verrons cependant pourquoi cet affaiblissement donne naissance à l'une des grandes théories formelles de la définition. On notera que la définition$_1$ (et l'extension dont nous venons de parler) n'est pas l'apanage du discours ordinaire. On la trouve aussi dans les théories mathématiques quand elles sont sous la forme que les logiciens appellent "non formalisée", c'est-à-dire, en bref, incomplètement symbolisées et faisant un usage qui reste implicite des règles de déduction et de certaines prémisses[12].

Le deuxième sens du mot "définition" que nous retiendrons est celui qu'on trouve dans la géométrie euclidienne et dans tout système (qu'on peut nommer "euclidien") construit sur le modèle de celle-ci. Il s'agit de l'un des trois types de "vérité première" dont les deux autres sont les axiomes (ou "notions communes") et les postulats ("demandes" plus spécifiques à une théorie). Ce contexte au moins distingue les définitions$_2$ des définitions$_1$:

(2) énoncé qui explicite une expression utilisée dans un système euclidien en indiquant quelle autre expression dont on estime le sens connu intuitivement permet d'identifier son référent (par exemple, "la ligne droite est le plus court chemin entre deux points").

Dans cette conception, les définis peuvent figurer de plein droit dans toutes les propositions du système, primitives ou démontrées, puisque les définitions ont pour mission d'en élucider la teneur.

Les deux types précédents de définition ont la même insuffisance : un langage rigoureux ne peut reposer sur des définitions, il doit reposer sur les éléments dont celles-ci sont composées et qu'il faut expressément donner. Strictement constituée, la morphologie d'un système déductif (et formel) comporte donc (a) une liste (dénommée "alphabet") de marques, souvent groupées en plusieurs catégories, qui constitue l'ensemble des "primitifs", (b) des procédures (dites "règles de formation") qui déterminent ceux des assemblages de marques qu'on entend tenir pour des "expressions bien formées". La mise en forme théorique qu'effectue une définition se manifeste déjà par le choix des primitifs qu'on estime requis pour la donner. C'est ainsi que l'ethnologie contemporaine rend compte généralement des systèmes de parenté en termes de mariage et d'alliance et non plus en termes de filiation comme l'ethnologie du XIXème siècle. On ajoutera, cependant, que le choix des primitifs n'est pas nécessairement l'expression immédiate des notions à partir desquelles on a d'abord pensé l'objet, la formalisation pouvant leur en préférer d'autres pour obtenir une réduction du nombre des primitifs, une identification plus simple des définissants, une élaboration de la théorie sur le modèle d'une autre, etc. La théorie moderne de la définition trouve là ses bases. Sa forme standard est codifiée dans les *Principia Mathematica* de Whitehead et Russell. Nous en rappellerons les grandes lignes (mais en la complétant et parfois en la modifiant pour en donner une version plus actuelle)[13] :

[12] Précisons, pour éviter une source fréquente d'incompréhension, que l'état dit "non formalisé" d'une théorie mathématique n'est pas à tous égards, aux yeux du logicien, une preuve d'insuffisance. Le problème n'est pas seulement de savoir comment formaliser (ou formaliser davantage) une théorie donnée ; à vrai dire, on ne s'engage dans cette voie qu'à la mesure des doutes qu'on peut avoir sur la validité d'une preuve informelle (bien que les normes intéressent aussi en tant que telles un logicien). Le problème est également de savoir comment obtenir, à partir d'une preuve formelle complète (ou facilement complétable), une preuve informelle satisfaisante. Celle-ci possède en effet une clarté, une brièveté et une élégance qui sont sans commune mesure avec celles d'une preuve "logique". Il est révélateur et important que P. Suppes, et dans un livre qui s'intitule "*Introduction to logic*", consacre un chapitre (le chapitre 7) à la "Transition from formal to informal proofs" (New York, Van Nostrand Reinhold Company, 1969).

[13] Voir principalement *Introduction* (ch. I, § "definitions", et passim), Part I, section A *1. Nous citons d'après l'édition *Principia Mathematica to* *56, Cambridge, University Press, 1967. Dans un système formel, disons S_1,

(3) relativement à un système formel non interprété S et à une classe E d'expressions bien formées de S (la classe des termes ou la classe des formules, généralement), énoncé qui introduit par une copule spécialisée comme "$=_{df}$" qui n'appartient pas à S : (a) une marque ne figurant pas dans l'alphabet de S, ou (b) une suite de marques ne figurant pas toutes dans l'alphabet de S, ou (c), moins proprement, une suite de marques figurant toutes dans l'alphabet de S mais ne respectant pas les règles de formation de S, à titre d'abréviation typographique d'un élément de E, ou, moins proprement, à titre de récriture plus commode d'un élément de E.

Par rapport à (a) et (b), le défini peut être, soit une expression particulière et d'une marque (d'un symbole) unique, par exemple $1 =_{df} s(0)$, où "s" est la fonction "successeur", soit une expression particulière et formée d'une suite de symboles (qui comporte souvent des variables), par exemple $(p \vee q) =_{df} (\sim p \supset q)$, $n! =_{df} (1 \times 2 \times \ldots \times n)$[14]. Le défini peut être aussi, soit un schéma d'expressions et formé d'une suite comportant des métasymboles, par exemple $(P \vee Q) =_{df} (\sim P \supset Q)$ où P, Q sont des métavariables désignant des formules quelconques et constituant une définition qui vaut en elle-même pour toute expression comportant "v", ou $APQ =_{df} CNPQ$ dans une morphologie comparable mais recourant à un symbolisme sans parenthèse et à notation préfixée des foncteurs, soit un schéma d'expressions mais formé d'un symbole unique, par exemple $A =_{df} CN$ (qui exprime la même chose que $APQ =_{df} CNPQ$ mais sans usage de métavariables[15].

Quand le défini n'est pas un symbole unique, la définition porte toujours sur un objet unique (dénoté "v" ou "A" dans plusieurs de nos exemples) mais en le désignant à l'aide d'un contexte d'emploi ; la définition est alors dite "contextuelle" bien qu'en toute rigueur le défini soit le membre gauche de la définition et non l'un des ses éléments.

Par rapport à (c), on aura par exemple $(p \supset q \supset m) =_{df} ((p \supset q) \supset (q \supset m))$, relativement à la morphologie de S_1. Dans tous les cas, le défini, soit abrège une certaine expression qui seule est recevable dans S, soit (moins proprement), bien que comportant un même nombre de symboles, se trouve préférée à telle autre seule recevable pour la morphologie considérée, par exemple $(x = y) =_{df} (ixy)$[16].

---

approprié au langage du calcul des propositions, on a par exemple pour alphabet :

symboles de première catégorie p, q, m, n, p', ..., n', p", ..., n", p"', ...

symboles de deuxième catégorie $\sim$, $\supset$

symboles de troisième catégorie (,)

et pour règles de formation : RF_1 un symbole de première catégorie est une formule

RF_2 si P est une formule, $\sim P$ est une formule

RF_3 si P et Q sont des formules, $(P \supset Q)$ est une formule

RF_4 rien d'autre n'est une formule.

La notion de formule est ainsi l'objet d'une "définition récursive" (et non explicite), c'est-à-dire d'une spécification qui donne des moyens pour engendrer les membres d'une classe à partir de certains membres donnés puis des membres déjà obtenus.

[14] Nos exemples de définition supposent toujours que le définissant est un expression bien formée dans le système considéré (ou pourrait l'être s'il comporte des symboles eux-mêmes définis).

[15] Nous reviendrons sur cet exemple en terminant. Ajoutons qu'en toute rigueur l'emploi du signe "$=_{df}$" impose qu' aucun des deux membres ne contienne de symboles d'une langue-objet, mais contienne leurs noms. Une telle définition doit être nominale$_5$. Il faudrait écrire par exemple p*, q*, si on se réfère aux noms propres de p, q, ou P, Q, si on se réfère à leurs noms communs. Il faudrait aussi distinguer les foncteurs de leurs noms ; "v", "A", etc. sont des abus d'écriture (courants) pour leurs noms propres.

[16] Dans un calcul des prédicats dans lequel on écrit rxy pour une expression comme "x est plus grand que y", il est naturel d'exprimer "x est identique à y" comme ixy (ce n'est pas une "égalité") ; "i" pourra donc être un primitif . Toutefois, l'écriture est incommode quand les deux objets sont désignés de manière complexe. On admettra donc x = y. Les *Principia Mathematica* distinguent la forme (c) en ajoutant des remarques comme "cette définition sert simplement à abréger les preuves"(p.109, 117, 190). Elles le font en effet autrement que les définitions$_3$ (a) et (b) - qui seules nous retiendrons - en ce qu'elles n'ont pas de véritable portée sémantique.

Plusieurs définitions peuvent être données relativement à un système. Si on adopte un ordre des définitions, chaque définissant peut employer les définis précédemment introduits puisqu'ils sont réductibles aux primitifs, autrement dit le caractère abréviateur des définis peut être mis à profit dans la rédaction elle-même des définitions. Un ensemble de primitifs est dit "complet" à l'égard des objets d'une certaine catégorie (mais compte tenu aussi des règles de formation du système) s'il permet d'obtenir un définissant pour chacun d'eux . On sait établir que les éléments donnés dans l'alphabet de S_1 forment ainsi un ensemble de primitifs complet pour la totalité des foncteurs n-aires, quelque soit n. Si un ensemble F de primitifs est complet à l'égard des objets d'une certaine catégorie, un autre ensemble F' de primitifs est également complet pour la même catégorie d'objets si et seulement si les éléments de F qui ne sont pas dans F' sont définissables à l'aide des seuls éléments de F' (en supposant que les éléments de F' s'assemblent suivant les mêmes règles de formation que dans le premier système). Soit $F = \{\sim, \supset\}$, $F' = \{\supset, \not\subset\}$, F étant complet, F' est complet car $\sim P =_{df} (P \supset (P \not\subset P))$[17]. Une définition$_3$:

(α) porte sur des signes et non (directement) sur des signifiés. Dans $A =_{df} CN$, le signe "A" est donné comme valant pour l'assemblage de signes "CN". Il est supposé choisi arbitrairement. Ce n'est pas (directement) la disjonction qui s'exprime par une formule en implication-négation. En ce sens, la définition$_3$ est nominale$_3$.

(β) est relative à un système formel donné S mais ne lui appartient pas, la morphologie de S n'étant pas respectée par le défini ni par l'usage de "$=_{df}$". Comme, d'autre part, le défini s'exprime sur des expressions bien formées de S, soit directement par les métavariables s'il en comporte, soit par les procédés formels qui doivent en tenir lieu afin de satisfaire à (δ)[18] la définition$_3$ toute entière est métalinguistique (métathéorique) par rapport à la langue constituée pour S. En effet, bien qu'une abréviation appartienne à la même langue ou à une langue de même niveau que celle à laquelle appartient l'expression abrégée, et non à sa métalangue, quand l'abréviation se rapporte à un abrégé unique (comme "df" pour "définition"), puisque la première ne dénote pas la deuxième mais vaut pour elle, il n'en va évidemment plus de même si l'abréviation comporte (ou se traite comme si elle comportait) des métavariables, comme c'est le cas d'une définition$_3$.

(γ) est tacitement choisie pour que le défini et le définissant puissent être dits "de même contenu" dans une interprétation qu'on a déjà en vue, possède par exemple la même table de vérité, le même sens intuitif, etc. Ainsi définira-t-on $r_1\, xy =_{df} \exists\, z\, (r_2\, xz \,.\, r_3\, zy)$, "x est l'oncle paternel de y" signifie "il existe un z tel que x est le frère de z et z est le père de y". A ce titre, le choix du symbole exprimant le défini se porte ordinairement, quand il existe, sur un symbole exprimant cet objet dans une langue connue par ailleurs (par exemple, "v" ,"1", plutôt que des signes quelconques).

Comme de (α) et (β) il s'ensuit que la définition$_3$ est "superflue du point de vue théorique", *Principia Mathematica*, p.11, (mais quand la théorie est celle de S), on exigera d'elle :

(δ) la propriété d'éliminabilité du défini : pour toute expression E' de S' comportant le défini f, soit en symboles E' [f], et en appelant S' le système S enrichi du défini et de règles permettant

[17] Rappelons que l'un des problèmes de la linguistique consiste à identifier les éléments primitifs dont les termes d'un certain lexique (par exemple celui des termes de parenté dans une société donnée) sont constituables, grâce à des manières d'assembler qui sont elles-mêmes à identifier et qui ressortissent à telle ou telle logique (classique dans l'analyse componentielle, combinatoire dans la grammaire applicative universelle, etc.). Voir aussi en histoire de la philosophie, l'article de D. Parrochia (en II.2. C 2). Un ensemble de définitions a d'ailleurs pour intérêt majeur d'identifier les primitifs permettant sa constitution, comme un ensemble de théorèmes a pour intérêt majeur d'établir la suffisance des axiomes.

[18] Pour qu'une expression comme $(p \vee q) =_{df} (\sim p \supset q)$ puisse être une définition de "v", voir (δ), il faut que des expressions comme $\sim m \supset n$, $\sim p \supset p$, soient concernées par l'énoncé, qu'on dispose donc de moyens déductifs permettant de traiter $\sim p \supset q$ comme si on avait $\sim P \supset Q$.

son emploi, on peut de manière effective et relativement à S' produire une expression E de S (donc ne comportant pas f) telle que E soit déductible de E', et inversement (pour assurer l'équivalent syntaxique de la propriété (γ)), en symboles $E' \vdash_{S'} E$ et $E \vdash_{S'} E'$.

(ε) la propriété de non-créativité de la définition (par rapport à S) : une définition$_3$ de f (et ses règles d'emploi) est non créatrice relativement à S, si et seulement si il n'existe pas d'expression E' de S' ne comportant pas f (c'est-à-dire comportant seulement des primitifs de S, et éventuellement des symboles précédemment définis dans S') telle que E' soit un théorème de S' et ne soit pas un théorème de S[19].

La définition exige aussi, dans le cas où le définissant exprime un objet pour lequel se pose sémantiquement un problème d'existence (une certaine réalité individuelle, classiquement, et définie par des propriétés ou définie comme résultat d'une opération) :

(ζ) la propriété d'existence et d'unicité de l'objet Ω exprimé par le définissant : un théorème de S doit établir qu'il y a un objet Ω et un seul répondant au définissant[20]. Ainsi, aucun objet ne serait défini, relativement à la géométrie classique, par une définition$_3$ (proprement dite) dont le définissant serait : "le deuxième point d'intersection des diagonales d'un carré", ni, par rapport à l'arithmétique classique, aucune opération dont le définissant serait "la multiplication dont le produit est 12". A défaut de satisfaire à (ζ), des contradictions peuvent apparaître[21].

C'est à propos de la définition$_3$ que nous trouvons la propriété fondamentale signalée plus haut comme celle du "chiasme" : comment une théorie où les définis n'ont qu'un rôle abréviateur permet-elle cependant d'assurer l'objectif le plus ambitieux d'une définition : exprimer "l'essence " d'un objet ? Pour cela, il faut établir - nous le ferons ci-dessous en esquisse :

THÉORÈME. Pour tout objet O à définition réelle$_1$ possible par rapport à un système consistant S (c'est-à-dire dont le définissant appartient à S), il existe un système logique S', extension consistante de S, pour lequel il possède une définition$_3$ (laquelle est nominale$_3$).

---

[19] Une définition$_3$ s'accompagne de certaines restrictions, principalement sur l'emploi des variables, quand il y en a, et sur leur quantification éventuelle, selon qu'on s'adresse à telle ou telle des trois grandes sortes possibles de définis, et notamment pour satisfaire dans chaque cas la propriété (δ) : à une fonction (de vérité ou prédicative), à une opération ou à un objet. Nous en avons donné des exemples. On trouvera la formulation qu'elle prend lorsqu'il s'agit de la définition d'un foncteur de vérité dans le dernier article de ce numéro (ainsi que des précisions sur (δ) et (ε)). La définition d'une opération n-aire O sera telle que :
- (a) le défini est de la forme $O(v_1,...,v_n)$, quand il est écrit en notation préfixée, où $v_1,...,v_n$ sont des variables ou métavariables distinctes,
- (b) le définissant est un terme bien formé, disons t, sans autre variable ou métavariable (libre) que $v_1,...,v_n$, soit $O(v_1,...,v_n) = t$. Ainsi $-x =_{df} (0 - x)$. Pour une entité quelconque e, n-aire, un défini comportant plusieurs occurrences de e, ou des quantificateurs, ou $v_1,...,v_m$ (où $m < n$) ne serait pas assez général et ne pourrait pas satisfaire à (δ) pour une expression de forme $e(v_1,...,v_n)$. Voir P. Suppes, loc. cit., ch. 8.

[20] On comparera (ζ) à la position d'Aristote sur définir et démontrer, analysée ici dans l'article de C. Gaudin. Sur (ε), voir le dernier article de ce numéro et en particulier sa note 4.

[21] On comprend à partir de là l'intérêt que possèdent les définitions dites "constructives" (au plan objectal), en ce sens que le définissant donne un moyen effectif d'obtenir l'objet, et de manière plus générale les formes dites "causales" de la définition (voir la fin de l'article de J. Gregorowicz), y compris les définitions dites "constructives" (au plan morphologique) en ce sens qu'on dispose d'un moyen effectif d'obtenir le définissant ; d'importance particulière pour la méthodologie des sciences sont les définitions, qu'on appelle "opérationnelles", dans lesquelles intervient, au moins implicitement, une action du sujet, comme "le minéral A est plus dur que le minéral B $=_{df}$ A raye B et B ne raye pas A". Sur le concept d'action, voir l'article de M. Lewandowska. Rappelons que les intuitionnistes refusent d'admettre les définitions non constructives, même si on peut établir qu'elles n'introduisent pas d'inconsistance, parce qu'elles leur semblent présupposer sans preuve le "platonisme", le réalisme métaphysique des entités mathématiques.

Il faut prouver :
(1) qu'à toute expression bien formée d'un système S (voire avec des variables), terme ou formule, disons E_i, à laquelle on joint par hypothèse un objet O (au sens large, individu, prédicat, proposition, foncteur, etc.) dont on considère qu'il est ainsi bien identifié, c'est-à-dire par une propriété nécessaire, suffisante et essentielle, et donc susceptible de donner une définition réelle$_1$ de O, on peut associer une expression symbolique (éventuellement avec des variables), disons E'_i, n'appartenant pas à S, telle qu'on pose $E'_i =_{df} E_i$, c'est-à-dire où E'_i exprime O pour S',
(2) que la définition $E'_i =_{df} E_i$ satisfait à la propriété (ϵ) de non-créativité,
(3) que la définition $E'_i =_{df} E_i$ satisfait à la propriété (δ) : on peut éliminer E'_i, en nombre quelconque d'occurrences, par E_i, et inversement, grâce à des moyens donnés par S',
(4) que dans le cas où O est un objet Ω pour lequel se pose sémantiquement un problème d'existence (voir (ζ)) : ou bien on peut prouver dans S qu'il existe un objet Ω et un seul, et il y a alors pour S' une définition de Ω, ou bien, contrairement à l'hypothèse, la définition n'est pas une définition réelle$_1$ possible par rapport à S.

PREUVE.
(1) s'établit trivialement par le fait qu'il y a un nombre infini d'expressions symboliques possibles (par exemple : f_1, f_2, ..., avec ou sans adjonction de variables)
(2) s'établit par l'absurde. Dire que E_i donne une propriété jugée nécessaire, suffisante et essentielle de O, c'est dire que S dispose de moyens permettant d'obtenir toutes les propriétés de O : si un objet a la propriété formulée par E_i, c'est l'objet O (il a donc toutes les propriétés de O), et inversement. Or, si la définition était créatrice, il y aurait au moins un théorème T (en primitifs de S) dont une ligne de la preuve comporterait le défini et telle qu'on n'obtiendrait plus une preuve de T si elle s'effectuait sur le définissant à la place du défini. E'_i possèderait donc dans S' une propriété $\mathcal{P}$ que E_i ne possèderait pas dans S, à savoir permettre une preuve de T, bien que T ne porte que sur des éléments de S, et donc de deux choses l'une : ou bien $\mathcal{P}$ est une propriété de O et donc E_i ne caractérise pas O, contrairement à l'hypothèse, ou bien $\mathcal{P}$ n'est pas une propriété de O et donc E'_i n'exprime pas O, contrairement à l'hypothèse. Si donc E'_i exprime O et si E_i caractérise O, la définition $E'_i =_{df} E_i$ est non créatrice.
(3) s'établit par le fait qu'on peut toujours ajouter E' à S et les règles :
... E_i ... : ... E'_i ... et ... E'_i ... : ... E_i ... (où les pointillés figurent le reste éventuel de la formule) pour composer S'. En effet, puisqu'on considère par hypothèse que E'_i exprime la même chose que E_i, on peut admettre
$\models E'_i \equiv E_i$, soit $\models (E'_i \supset E_i) . (E_i \supset E'_i)$, donc $\models E'_i \supset E_i$ et $\models E_i \supset E'_i$. Il s'ensuit que $E'_i : E_i$ et $E_i : E'_i$ sont des règles correctes de déduction et de même ... E'_i ... : ... E_i ... , ... E_i ... : ... E'_i ..., le reste des prémisses n'étant pas modifié par ces règles. Si E'_i, E_i comportent des variables, on les emploie en respectant les restrictions exposées dans la note[19]. Or, S étant consistant par hypothèse, S' est également consistant puisque s'il ne l'était pas c'est que la définition permettrait d'effectuer des démonstrations impossibles dans S et serait donc créatrice, contrairement à (2),
(4) s'établit en remarquant qu'une définition$_3$ exige alors la propriété (ζ). Si donc on peut prouver dans S l'existence et l'unicité de Ω, il y a pour S' une définition$_3$ de Ω, (1), (2) et (3) demeurant satisfaits. Si au contraire Ω n'a pas d'existence ou ne désigne pas un objet unique, le définissant formé dans S ne donne pas de Ω une propriété caractéristique ni a fortiori essentielle, et la définition présumée n'est donc pas une définition réelle$_1$ possible par rapport à S, contrairement à l'hypothèse.

On notera que (1) donne seulement une définition nominale$_3$ présomptive (ou "verbalement nominale") tant qu'on n'a pas établi l'éliminabilité effective, et non intentionnelle, du défini, la non-créativité ainsi que, quand il y a lieu, l'existence et l'unicité de O. Par rapport à S, à défaut de se donner adéquatement S', une définition peut très bien rester "verbalement nominale", c'est-à-dire nominale$_4$. Il ne suffit pas de poser décisoirement une définition pour qu'on puisse la reconnaître dans un langage rigoureux comme une véritable définition nominale$_3$ C'est seulement dans le langage quotidien que la possibilité d'éliminer le défini par le définissant (ou inversement) est compris dans la simple annonce de le faire. Dans un langage rigoureux, il faut prouver (1) - (4)[22].

Même si on peut admettre que l'activité aboutissant aux définitions réelles$_2$ (supposées pures) consiste à recueillir des définitions plutôt qu'à définir, les théories qui ne voient dans les définitions que de pures stipulations oublient que même une définition nominale$_2$ exige des moyens logiques adaptés, parce qu'on ne peut pas être indifférent aux effets des mesures prises, notamment aux effets sur la consistance. On notera qu'il semble tout à fait insuffisant de dire que Socrate ne cherche que des définitions réelles$_2$ du beau, du juste, etc., mais que, même si on devait dire qu'il cherche seulement des définitions nominales$_3$, il ne faudrait pas en conclure qu'il est indifférent aux définitions réelles$_1$, justement parce que celles-ci sont toujours susceptibles d'être exprimées grâce aux moyens mises en œuvre pour celles-là[23].

Comme (γ) l'a rappelé, le caractère immédiatement syntaxique de la définition$_3$ ne la rend pas étrangère aux besoins sémantiques. D'autre part, les *Principia Mathematica* (et nos exemples) se rapportent à des interprétations bivalentes, mais la théorie de la définition concerne aussi les autres. L'article de Grzegorz Malinowski s'intéresse, justement, à la manière dont Suszko a contesté le statut donné à la bivalence par Frege[24]. On sait que celui-ci distingue le sens (Sinn) d'une expression descriptive ou d'un nom, de ce qu'il appelle sa "Bedeutung" (et qu'on rend en français par "référence", "contenu sémantique", "dénotation") : 5^2, 25, 23 + 2, par exemple, ont

---

22 De l'existence d'une théorie formelle de la définition, on ne doit pas conclure à une disqualification des définitions usuelles ou des dictionnaires. Un langage formel ne peut devenir le tout du langage car, coupé d'un langage naturel, il serait inexpressif, un ensemble de marques sur un support. Il est significatif à cet égard que les *Principia Mathematica* fassent précéder leurs axiomes d'explications, "au moyen de descriptions" (p.91), sur les "idées primitives" et à la place même où se trouveraient les définitions "euclidiennes", tout en remarquant à juste titre que "ces explications ne constituent pas des définitions" (ibid.). Aucune définition, qu'elle soit explicite ou implicite, ne peut remplacer cette exposition. D'autre part, la mise en forme rigoureuse des définitions d'un dictionnaire (qui supposerait des axiomes, des règles, des théorèmes, un état très avancé de l'ensemble du savoir) est hors de portée, sauf pour un secteur restreint.

Rappelons que depuis Hilbert (dans une certaine mesure anticipé par Gergonne, loc. cit.), les primitifs sont dits "implicitement définis" par les axiomes, en tant qu'ils sont compris sémantiquement comme étant exactement les objets qui satisfont aux axiomes. Formellement, ces "définitions implicites" remplacent les définitions "euclidiennes", mais un texte en langue naturelle doit les rendre expressives. Voir, dans l'article de C. Gaudin, à propos d'Aristote, la tension entre définir et décrire.

23 On dira peut-être que si la définition de "fémur", par exemple, attribue à son objet une propriété comme "os unique du bras", elle induit en erreur sur le vocabulaire biologique (et même sur l'étymologie) et non sur le "réel" biologique. Elle est donc une définition réelle$_2$ fausse, et il en va toujours ainsi : il ne peut y avoir de définitions réelles$_1$. C'est ce type d'argument qui appuie les conceptions dites "linguistiques" de la définition, par exemple l'affirmation que Socrate ne peut mener d'investigations que sur la manière dont ses contemporains emploient "juste", "beau", etc. Il est clair qu'une définition (explicite) ne peut exister qu'en étant exprimée dans un certain langage, mais il est clair aussi que les mots se rapportent à des objets, si difficile soit-il d'expliquer comment cela peut s'effectuer. Or, même si "fémur" est rapporté à une donnée anatomique bien particulière par simple convention linguistique, et "bras" de la même façon, indépendamment, à une autre, c'est un fait biologique et non linguistique que "fémur" ne puisse être défini "os du bras". Pour qu'il n'y ait que des définitions réelles$_2$ (vraies ou fausses), il faudrait que chaque défini possédât un définissant (par exemple, "os unique du bras", "os unique de la cuisse") qui seul le rendrait connaissable et qui, donc, ne composerait pas entre eux différents primitifs, de différents contenus, pouvant ainsi s'opposer à ce qui convient au défini. Il faudrait, au contraire, qu'il fût, en somme, formé d'un primitif unique à formulation complexe dont le défini serait l'abréviation. En conséquence, le monde serait constitué, contrairement à l'évidence, d'objets à tous égards irréductibles les uns aux autres. Le définissant serait le sens du défini au lieu d'avoir "même sens" que lui.

24 Frege G., "Sens et dénotation", 1892, traduction française de C. Imbert in *Ecrits logiques et philosophiques*, éditions du Seuil, 1971.

des sens différents, mais la même dénotation. Il applique également cette distinction aux énoncés déclaratifs en les considérant comme des espèces de noms qui, d'une part possèdent un sens, à savoir la pensée (Gedanke) qu'ils expriment, et qui, d'autre part, nomment (dénotent) le vrai ou le faux. Nous comprenons ainsi cette dernière thèse de Frege :

(a) s'il faut attribuer un contenu sémantique à un énoncé, ce contenu ne peut être que le vrai ou le faux. En effet, si on exige que le contenu d'un énoncé dépende des contenus des composants (car à défaut il resterait indéterminé)[25], "que pourrait-on trouver, dit Frege, hormis la valeur de vérité, qui appartienne à toute proposition pour laquelle on tient compte de la dénotation des parties constituantes, et qui ne soit pas altéré par une substitution" telle qu'"on substitue à une partie de proposition une expresion de même dénotation, quoique de sens différent ? " (p.111). Or, en outre,

(b) le vrai et le faux ne peuvent pas être des prédicats appartenant à l'énoncé lui-même. "La pensée que 5 est un nombre premier est vraie ", ne dit rien de plus que "5 est un nombre premier" (p.110). Mais le vrai et le faux doivent cependant intervenir, donc à un autre "niveau"(ibid.), car il ne suffit pas d'invoquer le sens d'un énoncé : nous sommes poussés par "la recherche et le désir de la vérité" (p.109).

(c) par suite, le vrai et le faux ne peuvent être que ce à quoi l'énoncé renvoie : "toute proposition affirmative, quand on considère la dénotation des mots qui la constituent, doit donc être prise comme un nom propre ; sa dénotation, si elle existe, est le vrai ou le faux", en entendant par là "le fait qu'elle est vraie ou fausse" (p.110) Dès lors,

(d) "si la valeur de vérité d'une proposition est sa dénotation, toutes les propositions vraies ont même dénotation et toutes les fausses également. On voit ici que la dénotation ne retient rien de la singularité des propositions" (p.111).

Tel est précisément ce que Suszko va contester. Pour lui, il faut dire au contraire que la dénotation d'un énoncé est ce que dit l'énoncé sur une certaine situation. Selon Frege, deux énoncés qui ont la même valeur de vérité mais qui ne disent pas la même chose, comme "la neige est blanche","le miel est sucré", diffèrent par leur sens mais ont la même dénotation. C'est pourquoi il ajoute, d'ailleurs, "il n'est donc pas possible de s'en tenir à la seule dénotation d'une proposition" (ibid.). Selon Suszko, elles diffèrent par leur dénotation car elles se rapportent à des données de fait distinctes. Il s'ensuit qu'il faut pouvoir exprimer que deux énoncés, au-delà de leur valeur de vérité commune, sont de contenu identique, par exemple "j'étais à Rome", "j'étais dans la capitale de l'Italie"[26], ou ne le sont pas, comme p "la neige est blanche", q "le miel est sucré". Dans l'optique de Frege, pourtant, si on disait que le contenu de deux énoncés comme p et q n'est pas le vrai mais les deux situations s_1 et s_2 dont ils font état, on ne pourrait pas qualifier en somme le contenu de p w q, par exemple (où "w" désigne le "ou" exclusif), puisqu'il ne peut être ni s_1 ni s_2. Tout au plus pourrait-on dire - stérilement, semble-t-il - que l'énoncé se rapporte à une situation s_3. Si d'ailleurs on estimait, néanmoins, pouvoir attribuer une valeur de vérité à p w q (par exemple le faux), il faudrait la lui attribuer aussi lorsque p w q porte sur n'importe quelle paire de situations distinctes qui sont de fait. C'est donc sur des propositions quelconques, en tant qu'elles sont vraies, qu'il convient de le faire directement, selon ce point de vue.

On trouvera dans l'article de Grzegorz Malinowski "Sur les principes sémantiques de Frege et sur une définition non-fregéenne de la notion d'identité propositionnelle", l'expression

[25] Une "pensée n'a plus pour nous la même valeur dès que l'une de ses parties se révèle privée de dénotation", par exemple si le nom propre qui y figure ne dénote personne (ibid., p.109).

[26] L'exemple est celui de R. Wójcicki, "R. Suszko's situational semantics", *Studia Logica*, XLIII, 4, 1984, 323-340.

formelle de ces positions et la manière dont Suszko construit sur la sienne une logique originale, qui admet un nombre illimité de situations mais qui peut aussi par des axiomes additionnels limiter le nombre de celles-ci à 2 ou à un entier quelconque supérieur[27].

Nous avons rappelé en termes conceptuels le fond de la question parce qu'il y a des critiques (comme Ryszard Wójcicki) pour se demander si la formalisation de Suszko repose sur une analyse suffisante du concept de "situation". Dans le système en question, ni $(A \vee B) \equiv (B \vee A)$ ni $A \equiv \sim\sim A$, par exemple (où "$\equiv$" est ici le connecteur d'identité propositionnelle), ne sont des lois. "Que sont les situations, se demande donc R. Wójcicki, si la situation décrite par la proposition A v B peut différer de la situation décrite par la proposition B v A" ? (p.332). Il faut reconnaître que les positions de Frege ne sont pas non plus exemptes de difficultés et nous ne prétendons pas arbitrer le débat ainsi ouvert.

Si elle peut concerner des sémantiques non classiques, la définition$_3$ peut concerner aussi des syntaxes non classiques (ou moins classiques) : par exemple celles des logiques modales, des logiques déontiques, etc. C'est sur une logique moins connue, bien qu'elle soit liée à ces dernières, que Maria Lewandowska a choisi de faire porter son article "Quelques remarques sur les définitions des notions principales de la logique de l'action". On y verra comment la formalisation s'efforce de défricher un domaine que seules les langues naturelles abordaient, et un exemple de la manière dont beaucoup d'investigations contemporaines s'efforcent d'étendre le domaine des opérateurs qu'on pourrait tenir pour "logiques".

En dépit, toutefois, de l'étendue de ses emplois et de son importance, la définition$_3$ ne fournit que l'une des deux grandes théories formelles de la définition à l'époque contemporaine. Pour des raisons qui vont être examinées, "définition" peut encore se caractériser ainsi :

(4) énoncé d'un système formel non interprété S et relatif à une classe E d'expressions bien formées de S (la classe des termes ou des formules, généralement), posé comme une nouvelle thèse de S, qui introduit, selon des règles de formation particulières (dites "de définition") relatives à S, par une copule spécialisée (comme l'équivalence classique "$\equiv$") qui appartient à S, un défini formé d'une expression comportant une marque désormais jointe à S qui ne figurait pas dans l'alphabet de S initialement donné ou déjà étendu.

Cette conception est due à Leśniewski[28] ; $(p \vee q) \equiv (\sim p \supset q)$ est un exemple de définition$_4$, en supposant notamment que seul "v" n'appartient pas encore à S, que l'expression est bien formée selon les règles de définition de S (ce qui suppose que "$\equiv$" y a bien été choisi comme copule de définition), que sémantiquement l'énoncé est vrai. On notera qu'une définition$_4$ adjoint un nouvel élément aux disponibilités symboliques du système en permettant de nouvelles formules et en constituant elle-même une nouvelle thèse (un axiome additionel à construction particulière). Elle satisfait aux propriétés (α), (γ) de la définition$_3$ et (après adaptation) (δ), mais non à la propriété (β) puisque la définition appartient à S. Il s'ensuit

---

27 Le lecteur peut se demander pourquoi l'axiome (FA°), ajouté au système, limite à deux au plus les situations, et le schéma d'axiomes (n), ajouté à la place de (FA°) au système, à un nombre quelconque n au plus. Ces deux formules, où la seconde généralise la première, reviennent à dire que pour limiter tous les contenus disponibles à un nombre n au plus (où $n > 2$), on doit se donner $n + 1$ propositions et affirmer l'identité de deux d'entre elles au moins de toutes les manières possibles.

28 Voir *Sur les fondements de la mathématique*, (fragments), trad. franç. de G. Kalinowski, Paris, Hermès, 1989, "On definitions in the so-called theory of deduction", trad. anglaise in McCall (ed.), *Polish logic 1920-1939*, Oxford, Clarendon Press, 1967. On trouvera des indications supplémentaires sur la définition$_4$ dans le dernier article de ce recueil. Nous n'avons pas l'intention, toutefois, de présenter dans toute son ampleur la théorie de Leśniewski qui exigerait de longs développements sur les systèmes très particuliers dont il est l'auteur. Une autre copule que "$\equiv$" peut intervenir si elle exprime aussi l'équivalence d'un défini et d'un définissant, par exemple $(p \mid q) \mid ((p \mid p) \mid (q \mid q))$, qui énonce $p \equiv q$ en langage "$\mid$" (incompatibilité). Chacune apporte des problèmes spécifiques.

qu'elle n'est pas "superflue du point de vue théorique", mais qu'elle est constitutive de la théorie exprimée par S. Elle est plus qu'une abréviation, bien que le défini comporte généralement moins de symboles que le définissant. C'est pourquoi aussi elle ne satisfait pas à (ε) : la définition$_4$ est au contraire choisie pour être créatrice. Elle peut être dite "intralinguistique" puisque tous les éléments qui la composent appartiennent ou vont désormais appartenir à la langue du système constitué. Les règles de déduction de S doivent évidemment permettre aux définitions exprimées à l'aide de variables d'un certain nom de convenir aux formules comportant des variables d'un autre nom. Elles doivent être ajustées pour convenir encore après chaque introduction d'une définition. Il faut indiquer par exemple comment la règle de substitution sera modifiée à chaque fois que de nouvelles formules pourront fournir de nouveaux substituts. Ce problème a été résolu par Leśniewski[29].

Nous ferons valoir l'intérêt des définitions$_4$ en cinq remarques :

(a) il est bon d'intégrer dans un système, voire en l'étendant ou en le refondant, des données qui d'abord appartiennent à son métasystème, même si le procédé comporte des limites et complique le traitement. On réduit d'autant l'usage d'une métalangue, bien qu'on accroisse la longueur ou la complexité des preuves dans le système, et certains métathéorèmes peuvent devenir des théorèmes du système étendu[30]. La définition$_4$ essaie de mettre au point un système permettant de traiter en lui de ce qui, à défaut, nécessite des moyens qui lui sont étrangers. En outre, on s'approche davantage des langues naturelles telles que nous les apprenons et les pratiquons (avec l'intérêt psycho-pédagogique de cette proximité)[31] en ce que :

(b) dans les langues naturelles, il est plus courant d'exprimer les définitions comme des énoncés de la langue-objet, ainsi que le font les définitions$_1$, c'est-à-dire par des définitions réelles$_5$,"une formule disjonctive est...", plutôt que nominales$_5$, "'formule disjonctive' signifie..."

(c) dans les langues naturelles, il est moins courant de recourir à des définitions explicites qu'à "ces sortes de phrases, qui donnent [...] l'intelligence de l'un des mots dont elles se composent, au moyen de la signification connue des autres", comme le dit Gergonne (loc. cit., p.23), définitions qu'il appelle "implicites", et qu'on appelle aussi "par l'usage" ou "contextuelles" (en un sens plus large que celui qui a été vu antérieurement). Or, si la définition$_4$ comporte toujours un défini et un définissant bien distincts, séparés toujours par la même copule dans un système donné, l'énoncé définition$_4$ est tout entier reçu comme une "phrase", et comme une phrase vraie, dans un système donné et il éclaire l'un des "mots" (au sens large) par l'emploi contigu des autres.

---

29 Voir Rickey, V.F., "Creative definitions in propositional calculus", *Notre Dame Journal of Formal Logic*, XVI, n°2, april 1975, p.287 sq., et Lejewski, C., "On implicational definitions", *Studia Logica*, VIII, 1958, p.195 sq.

30 Un exemple est donné par P. C. Rosenbloom qui fait figurer notamment dans un système étendu du calcul des propositions les métasymboles "⊢" et "/" ("⊢P" signifie : "P est une thèse", "⊢P[π/Q]" signifie : "à chaque occurrence d'une variable quelconque (notée π) figurant dans une thèse P, on peut substituer une formule quelconque Q") ; voir *The elements of mathematical logic*, New York, Dover Books, 1950, p.40-43. On notera que pour une définition$_1$ et pour une définition$_2$, le problème de savoir si la définition est intérieure ou extérieure au langage-objet n'est pas vraiment soluble puisque l'usage qui est fait du langage commun n'isole pas sans équivoque le langage du système et ce qui appartient (comme les scolies d'un système "euclidien") à un métalangage.

31 Cette proximité elle-même serait renforcée encore si, au lieu de traiter de la définition dans le cadre axiomatique, comme nous nous bornons à le faire, on le faisait dans celui des systèmes de déduction naturelle. C'est d'ailleurs en référence aux systèmes de Leśniewski que Jaśkowski a élaboré les premiers systèmes de déduction naturelle (voir son article "On the rules of suppositions in formal logic", in McCall, loc. cit., p.232-258, et principalement p.236.

(d) dans les langues naturelles, la distinction entre les propositions vraies qui constituent des définitions et les autres propositions vraies est beaucoup moins marquée que dans les langues formelles pour lesquelles on fait intervenir les définitions$_3$, comme on l'a vu à propos de la définition$_1$ et de son extension. C'est évidemment le cas pour une définition$_4$ qui a le statut d'un quasi axiome additionnel, même s'il est de facture particulière. On retrouve aussi un trait de la définition$_2$ ("euclidienne").

(e) dans les langues naturelles, toute théorie s'élabore étape par étape, en s'enrichissant au fur et à mesure de nouveaux objets ainsi que de propriétés exprimées par des lois qu'elle ne possédait pas à son niveau antérieur de développement. Une théorie formelle comportant des définitions$_4$ lui ressemble donc davantage qu'une théorie formelle s'adjoignant des définitions$_3$ .Tout se passe comme si on cherchait même à s'affranchir d'une conception où la vérité est en droit supposée préexistante à ce qui en est perçu, ce qu'on appelle traditionnellement "platonisme", pour admettre qu'elle se construit à travers un devenir et qui est susceptible d'être rationnellement pensé.

Pourtant, ce qui a semblé faire la force des définitions$_4$ peut aussi leur être imputé à faiblesse. Pour répondre à (b), on peut objecter qu'on ne définit pas un objet (par exemple manufacturé) de la même manière qu'on l'élabore lui-même (par exemple qu'on le fabrique), qu'une définition ne peut porter que sur le nom de l'objet, être nominale$_5$."On croit généralement qu'on définit l'objet, remarque Serrus[32], parce que le nom a évoqué presque toujours une représentation". On reprendra d'autre part à l'encontre de (c) l'objection présentée dans la note[3]. On remarquera que dans les langues naturelles, la propriété relevée en (d) provient plutôt d'un échec que d'un propos délibéré puisque les langues naturelles reconnaissent aussi un statut qui serait propre à la définition. Le point (e), enfin, qui est capital, sera discuté dans le dernier article de ce numéro. Nous nous bornerons ici à demander : si un système comme ceux qu'élabore Leśniewski se constitue historiquement grâce à des apports successifs est-ce faute de vouloir employer dès le début un matériel suffisant, par une rétention factice, ou retrouve-t-il la situation naturelle : le mathématicien ressemble davantage à un ingénieur (voire à un bricoleur) qu'à un explorateur (ou qu'à un géographe, comme le disait Frege) ? Le problème technique de la créativité des définitions change alors de contenu : il s'agit de savoir s'il peut y avoir réellement des créations culturelles et que, dès lors, des définitions "créatrices" (au sens technique du mot) pourraient exprimer, ou s'il n'y a que des découvertes, comme le pensait Frege, ce dont les définitions "non créatrices" (au sens technique) se feraient l'expression en ne pouvant être que des redondances des données de base. Certes, le problème se pose également pour les autres catégories, par exemple les axiomes, notamment, mais il est plus sensible dans le cas des définitions car c'est là que la part laissée au choix semble la plus grande[33].

On pourrait croire, à vrai dire, la distinction entre définition$_3$ et définition$_4$ assez artificielle et qu'on peut toujours obtenir l'une de l'autre, comme on obtient dans nos exemples $(P \vee Q) =_{df} (\sim P \supset Q)$ de $(p \vee q) \equiv (\sim p \supset q)$, ou inversement, deux types d'énoncés que nous dirons "correspondants". Prior[34] remarque d'ailleurs qu'en général il n'est pas de grande importance d'employer "$=_{df}$" ou "$\equiv$" pour former une définition, car, comme la règle de remplacement des équivalents est presque toujours associée à "$\equiv$" (au moins comme règle dérivée), si on pose $P \equiv Q$ Df, on dispose, comme avec $P =_{df} Q$ (et ses règles associées) d'un moyen d'interchanger P et Q. Inversement, comme $p \equiv p$ est une thèse de presque tous les systèmes disposant de "$\equiv$", si on pose $P =_{df} Q$ (et ses règles associées) on obtient la formule $P \equiv Q$:

---

32 Serrus, C., *Traité de logique*, Paris, Aubier, 1945, p.328.

33 Remarquons justement qu'on dit d'un ensemble d'axiomes qu'il "définit" telle entité, par exemple la structure d'anneau, lorsqu'on entend ne reconnaître qu'un caractère quasi conventionnel à sa composition.

34 Prior, A.N., "Definitions, rules and axioms", in *Papers in logic and ethics*, London, Duckworth, 1976, p.53 ; voir aussi *Formal logic*, Oxford, Clarendon Press, 1963, p.96 sq.

1	$p \equiv p$	
2	$Q \equiv Q$	1 [p/Q]
3	$P \equiv Q$	2, remplacement selon la définition.

Dans les conditions données, conclut Prior, les deux types de définition auront la "même force déductive". Si les conditions sont assez générales, elles ne sont pas cependant universelles. Prior se réfère lui-même à l'article de Łukasiewicz, devenu classique sur ce point, où une définition$_4$ est créatrice alors que la définition$_3$ correspondante ne l'est pas[35]. C'est un cas qui suffit à démontrer qu'il convient de distinguer les deux types de définition puisqu'elles n'ont pas toujours la même force déductive. En outre, la différence entre la théorie des définitions$_3$ et la théorie des définitions$_4$ ne se réduit pas à l'emploi de "$=_{df}$" ou d'un foncteur du système, ce que Prior d'ailleurs ne prétend pas.

On ajoutera que quand le système formalise une théorie mathématique (ou extralogique en général), on utilise souvent comme copule de définition "$\equiv$" pour les propositions et "$=$" pour les termes (bien distinct de "$=_{df}$") parce que le langage formalisant est généralement choisi complet, c'est-à-dire comprend "$\equiv$" et "$=$", avec la règle de remplacement des équivalents, la thèse $p \equiv p$, etc. Il peut donc, comme une définition$_4$, éviter à cet égard de sortir du langage mais en imposant à la définition la condition de non créativité comme à une définition$_3$ pour la distinguer des axiomes. On posera par exemple $f_1x \equiv \forall y\ (r_1xy \supset ((ey1) \vee (eyx)))$, avec "$f_1$: être premier, r_1 : être divisible par, e : être égal à". Inférentiellement, la définition est assimilée à une thèse supplémentaire, comme si elle était une définition$_4$, mais sans en être une, comme la définition$_3$.

Il y a donc des relations un peu complexes entre les propriétés en cause, et la combinatoire fait apparaître 4 cas de figure, selon que la définition est
- métalinguistique et non créatrice, c'est la définition$_3$
- intralinguistique et créatrice, c'est la définition$_4$
- intralinguistique et non créatrice, c'est la définition des systèmes qu'on vient d'invoquer
- métalinguistique et créatrice, et ce sera l'objet du dernier article de ce numéro, "La créativité des

35 Soit le système S formé du primitif unique E et de l'axiome unique A : EEsEppEEsEppEEpqEErqEpr, des règles de substitution (R_1) et de détachement (R_2). Soit la définition D (du type définition$_4$) : EVpEpp. Avec cette définition, on peut établir T : EEpqEErqEpr. On a en effet :

1	EEVpEppEEVpEppEEpqEErqEpr	A [s/Vp]
2	EEVpEppEEpqEErqEpr	1, D, R_2
3	EEpqEErqEpr	2, D, R_2

Łukasiewicz ("The equivalential calculus" in McCall, *Polish logic 1920-1939*, Oxford, Clarendon Press, 1967, p.113-115) établit qu'on ne peut pas démontrer 3 de A par R_1 et R_2 et "il est clair", ajoute-t-il, qu'on ne peut pas obtenir 3 de A par la définition correspondante D' : Vp $=_{df}$ Epp (on ne peut appliquer R_2 à une définition, en effet, en procédant comme dans la preuve donnée, que si la définition est une thèse de S). Il faudrait cependant établir qu'aucun autre usage de Vp $=_{df}$ Epp (ni un usage de VP $=_{df}$ EPP) ne permet non plus d'obtenir 3. Notre théorème T'_1 dans le dernier article de ce numéro l'établit d'une manière générale.

Si on ajoute à A l'axiome B : Epp (qui est indépendant de A), D et D' vont acquérir la "même force déductive" : D devient (et D' demeure) non créatrice. On peut obtenir T, en effet, sans utiliser la définition (qu'il s'agisse de D ou de D') :

1	EEppEpp	B [p/Epp]
2	EEEppEppEEEppEppEEpqEErqEpr	A [s/Epp]
3	EEEppEppEEpqEErqEpr	2, 1, R_2
4	EEpqEErqEpr	3, 1, R_2

Bien qu'on ait maintenant, si on se donne D'

1	EEppEpp	B [p/Epp]
2	EVpEpp	1, remplacement selon D'

Notons toutefois que 2 (contrairement à D) n'est pas une thèse de son système de rattachement, l'expression Vp n'étant pas susceptible de devenir une formule dans un système classique.

définitions dans les systèmes para-euclidiens", dont nous sommes l'auteur. L'étude de ce type de définition y sera plus directement motivée par des considérations épistémologiques[36].

Nous avons annoncé en commençant que dans ce recueil les analyses porteraient seulement sur les formes dites "explicites" de la définition. Si on prend l'adjectif en toute rigueur, seule la définition$_3$, et quand elle est non contextuelle, mérite tout à fait cette dénomination. La définition$_4$, on l'a vu, recourt toujours plus fortement au contexte que la définition$_3$ puisqu'elle se rapproche d'une définition implicite, et les deux autres formes de définition n'ont pas un caractère formel suffisant. C'est pourquoi nous voudrions terminer en consacrant quelques remarques à la possibilité d'une définition non contextuelle et en nous limitant au calcul des propositions.

Considérons les deux définitions (contextuelles) Cpq $=_{df}$ ANpq et Kpq $=_{df}$ NANpNq. Il est évident qu'on peut récrire la première en omettant les variables C $=_{df}$ AN, alors qu'on ne peut pas le faire pour la seconde. Or, la formulation sans variable présente l'intérêt de permettre l'expression directe et exclusive de l'objet auquel on s'adresse et de se référer seulement, dans le définissant, à des objets de même statut ontologique. Nous dirons qu'un énoncé comme C $=_{df}$ AN est une définition explicite proprement dite. Dans le cas d'un foncteur binaire F : (a) le défini doit prendre la forme Fpq, et donc, pour qu'on puisse omettre toute variable, (b) le définissant doit prendre la forme "... pq", où "..." représente une séquence de majuscules (de foncteurs primitifs), que nous nommerons "le préfixe". On peut se demander s'il existe toujours une définition$_3$ explicite proprement dite de F pour un langage donné lorsqu'il existe une définition$_3$ contextuelle de F pour ce langage. Nous répondrons négativement à cette question par le théorème suivant :

THÉORÈME. Il n'existe pas de définition$_3$ explicite proprement dite de K dans un langage de primitifs A, N, relativement à la logique classique bivalente.

PREUVE.
D'une part, en effet, (b) suppose que le préfixe ne comporte qu'une seule occurrence de A (AApq, A ... Apq étant mal formés), d'autre part, le préfixe ne peut comporter seulement N (Npq, N ... Npq étant mal formés), enfin il peut comporter N en nombre quelconque d'occurrences n'importe où dans le préfixe. Il vient donc : A, AN, NA, NAN, ANN, NNA, etc.

Si on écrit désormais conventionnellement N ... N (respectivement, NN ... N) pour toute séquence de N comportant un nombre pair (zéro compris) (ou respectivement, un nombre impair) de N, Il s'ensuit que tous les préfixes possibles auront les formes N ... NAN ... N (où le nombre pair de N, positif ou nul, à droite et à gauche de A peut différer), N ... NANN ... N, NN ... NAN ... N, NN ... NANN ... N (où le nombre impair de N, un ou plus, à droite et à

[36] Une autre manière de se départir des deux grandes conceptions formelles de la définition serait d'admettre que certaines définitions aient pour copule un opérateur défini, disons f, ou (ce qui ne nous paraît pas devoir être distingué) un primitif non indépendant, c'est-à-dire ni un primitif proprement dit comme pour une définition$_4$ ni le métasymbole d'une définition$_3$. On pourrait accepter qu'un système utilise "$=_{df}$" (et une définition$_3$) pour introduire par une unique définition ouvertement métalinguistique l'opérateur f qui servira ensuite de copule de définition pour toutes les autres définitions. Celles-ci (au moins morphologiquement) ne seront plus des définitions$_3$, sans être tout à fait des définitions$_4$. En revanche, il semble difficile d'admettre que f lui-même puisse former la copule de définition qui introduit f. Lewis le fait pourtant puisqu'il utilise pour copule de toutes ses définitions ce qu'il nomme "l'équivalence logique" (et qu'il note "="), bien que celle-ci ne soit pas un véritable primitif de son système, étant définissable (comme il le dit et le montre lui-même) à partir des trois autres qu'il donne antérieurement. Si on a en effet pour primitifs "~, . , ◊" (tel que "◊p" se lit "p est auto-consistant" ou "p est possible") et pour définitions (p v q) = ~(~p . ~q), (p ⥽ q) = ~◊(p . ~q), etc., mais si p = q se définit lui-même comme (p ⥽ q) . (q ⥽ p), i.e. en primitifs ~◊(p . ~q) . ~◊(q . ~p), il semble bien qu'on doive écrire (p = q) $=_{df}$ ((p ⥽ q) . (q ⥽ p)), et non comme Lewis (p = q) = ((p ⥽ q) . (q ⥽ p)). Lewis ajoute "bien que la définition ne nous permette pas de nous dispenser de l'idée primitive d'équivalence", mais cela montre que l'opérateur "=" est à la fois primitif et défini (voir Lewis, C.I., Langford, C.H., *Symbolic logic*, Dover Publications, 1959, p.123-124).

gauche de A peut différer). Or, on sait aussi que : v (N ... Nα) = v (α), v (NN ... Nα) = v (Nα). Il en résulte que toutes les formules de forme "... pq" auront respectivement pour tables celle de Apq, celle de ANpq (à savoir 1011), celle de NApq (à savoir 0001), celle de NANpq (à savoir 0100). Kpq ayant la table 1000, il n'existe donc, en vertu de (γ), aucune définition$_3$ explicite proprement dite de K dans les conditions du théorème.

COROLLAIRE. Les seuls foncteurs binaires définissables par une définition$_3$ explicite proprement dite dans un langage de primitifs A, N, relativement à la logique classique bivalente sont le rejet (X), l'implication (C), la non-implication (L).

PREUVE.
On a en effet : Xpq $=_{df}$ NApq, Cpq $=_{df}$ ANpq, Lpq $=_{df}$ NANpq, donc X $=_{df}$ NA, C $=_{df}$ AN, L $=_{df}$ NAN, et du théorème il résulte qu'aucune autre solution n'est possible.

En revanche, si on se donne l'opérateur T qui transforme une séquence de cinq objets quelconques, notés x_1, ..., x_5 (et non seulement leurs symboles), en obtenant x_1 x_2 x_3 x_4 x_3 x_5 et qu'on le joigne aux primitifs A, N, on peut produire une définition explicite de K en termes de A, N, T. Comme TNANpq obtient NANpNq, en effet, on a bien Kpq $=_{df}$ TNANpq et donc K $=_{df}$ TNAN. Très sommairement décrite, la logique combinatoire est cette branche de la logique qui identifie les opérateurs qu'il faut se donner (au plan général et non pas, bien sûr, comme dans notre exemple, seulement ad hoc) pour qu'on puisse omettre les variables de tout énoncé, qu'il soit ou non, d'ailleurs, une définition[37].

Nous espérons avoir fait comprendre pourquoi il a semblé bon de revitaliser un sujet depuis trop longtemps délaissé au plan le plus général, c'est-à-dire là où il conviendrait d'effectuer une coordination des nombreux domaines intéressés par les problèmes de définition : entre autres, formels, lexicographiques, linguistiques, juridiques, psycho-pédagogiques, épistémologiques, métaphysiques. Les articles qui composent ce numéro amorcent seulement une telle investigation. Ils ont eu pour point de départ les travaux d'un colloque franco-polonais tenu à la Faculté de Philosophie de l'Université Lyon III. En constatant l'importance des conceptions développées par les Ecoles polonaises de logique en théorie de la définition, on comprend pourquoi des intervenants polonais étaient particulièrement bien venus.

---

[37] Voir par exemple : Ginisti, J.P., "Présentation de la logique combinatoire en vue de ses applications", *Mathématiques, Informatique et Sciences Humaines*, n° 103, 1988, 45-66.