C. VIDAL
A. YEHIA ALCOUTLABI

Méthode d'aide à la décision sur des évaluations multicritères par plusieurs juges

Mathématiques et sciences humaines, tome 112 (1990), p. 27-36
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1990__112__27_0>

Math. Inf. Sci. hum. (28e année, n°112, *1990*, p.27-36)

MÉTHODE D'AIDE A LA DÉCISION SUR DES ÉVALUATIONS MULTICRITÈRES PAR PLUSIEURS JUGES

C. VIDAL[1] - A. YEHIA ALCOUTLABI[2]

RÉSUMÉ - *L'évaluation multicritère est un problème bien connu souvent traité par des méthodes de surclassement. Nous avons ici envisagé le cas général de plusieurs juges et agrégé les différentes évaluations pour construire une matrice de préférences, ramenant ainsi le problème à un problème de comparaisons par paires. Nous avons cherché des solutions optimales de classement en appliquant un algorithme d'affectation quadratique particulier.*

ABSTRACT - Aid in decision-making applied to multicriteria evaluations by several judges.
Multicriteria evaluation is a classical problem generally dealt with by outranking methods. We here consider the general case of several judges and compile the different evaluations to construct a preference matrix in order to treat the problem as a problem of paired comparisons. We try to obtain optimal orders by the use of an algorithm of quadratic assignment.

1 - POSITION DU PROBLÈME

Soit $X = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ un ensemble de n objets testés par m juges : $\lambda_1, \lambda_2, ..., \lambda_m$ selon p critères $c_1, c_2, ..., c_p$. La diversité des critères et leur importance relative nous amènent à leur affecter des coefficients de pondération, soit respectivement $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_p$ tels que : $\sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1$. Pour un objet x_i, chaque juge effectue une évaluation selon chacun des critères c_k $(1 \leq k \leq p)$, notée $e_{ik} \in R$.

On obtient ainsi m tableaux de données (un par juge) :

critères / objets	c_1	c_2	...	c_k	...	c_p
x_1	e_{11}	e_{12}	...	e_{1k}	...	e_{1p}
x_2	e_{21}	e_{22}	...	e_{2k}	...	e_{2p}
x_j	e_{j1}	e_{j2}	...	e_{jk}	...	e_{jp}
x_n	e_{n1}	e_{n2}	...	e_{nk}	...	e_{np}

[1] École Nationale d'Ingénieurs des Techniques Agricoles de Bordeaux.

[2] Laboratoire Modèles et Logiciels d'Analyse de Données, Université Paul Sabatier, Toulouse.

Généralement, pour traiter de tels tableaux de données, on considère les notes comme des grandeurs d'intervalles. Seule cette assimilation permet d'utiliser l'ensemble des méthodes statistiques paramétriques. Cependant elle est abusive et conduit souvent à des interprétations hasardeuses. Ceci souligne l'intérêt des méthodes ne faisant pas appel à la notion de variable mesurée.

A l'aide de chacun des m tableaux, on peut construire un graphe de surclassement au sens de Roy [6] en reliant les sommets (les objets) par une relation prenant en compte l'ensemble des critères. Il existe plusieurs relations de ce type [3] que l'on peut présenter de manière intuitive par : *un objet* x_i *surclasse un objet* x_j*, si* x_i *est aussi bon que* x_j *pour une majorité de critères sans être nettement plus mauvais que lui sur les autres critères.*

Nous présentons ici une de ces relations. Pour chaque paire (x_i, x_j) d'objets, on partitionne l'ensemble des critères en trois sous-ensembles :

- $K^+(x_i, x_j) = \{k \,/\, e_{ik} > e_{jk}\}$, ensemble des critères favorables à x_i,

- $K^-(x_i, x_j) = \{k \,/\, e_{ik} < e_{jk}\}$, ensemble des critères favorables à x_j,

- $K^=(x_i, x_j) = \{k \,/\, e_{ik} = e_{jk}\}$, ensemble des critères pour lesquels x_i et x_j sont indiscernables.

En faisant intervenir les coefficients de pondération, on introduit des poids de préférence :

$$P^+(x_i, x_j) = \sum_{k \in K^+(x_i,x_j)} \alpha_k$$

$$P^-(x_i, x_j) = \sum_{k \in K^-(x_i,x_j)} \alpha_k$$

$$P^=(x_i, x_j) = \sum_{k \in K^=(x_i,x_j)} \alpha_k$$

Ces valeurs numériques permettent de définir un indice de concordance :

$$c(x_i, x_j) = P^+(x_i, x_j) + P^=(x_i, x_j).$$

On introduit enfin un indice de discordance par :

$$d(x_i, x_j) = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad K^-(x_i, x_j) = \varnothing \\ \underset{k \in K^-(x_i,x_j)}{\text{Max}} \dfrac{|e_{ik} - e_{jk}|}{L_k} & \text{sinon,} \end{cases}$$

où $L_k = \underset{1 \le i,j \le n}{\text{Max}} |e_{ik} - e_{jk}|$.

L'indice de concordance représente le poids de la somme des critères pour lequel x_i est au moins aussi bon que x_j. L'indice de discordance est calculé sur le critère pour lequel il y a le plus " d'effet contraire", c'est-à-dire pour lequel x_j est meilleur que x_i avec un écart relatif maximum. La part relative de cet écart est mesurée par L_k, que l'on peut interpréter comme la façon de noter de chaque juge. L'indice de discordance permet ainsi de pénaliser un produit trop faible pour un critère, même mineur, cette faiblesse pouvant être considérée comme rédhibitoire.

A l'aide de ces deux indices on établit une relation de surclassement S, par :

$$x_i \, S \, x_j \iff \begin{cases} c(x_i,x_j) \geq q_1 \\ d(x_i,x_j) \leq q_2 \end{cases}$$

où q_1 et q_2 sont des valeurs fixées comprises entre 0 et 1, appelées respectivement seuils de concordance et de discordance.

Remarque. Cette relation est réflexive car $c(x_i, x_i) = 1$ et $d(x_i, x_i) = 0$.

On obtient ainsi un graphe orienté G = (X,U), appelé graphe de surclassement, où X est l'ensemble des sommets et U l'ensemble des arcs défini par :

$(x_i, x_j) \in U \iff x_i \, S \, x_j$.

Ce graphe peut contenir des circuits de longueur 2 et n'est généralement pas transitif, ce qui conduit à différents types de problèmes visant :

- à établir, dans le cas d'un tournoi, un ordre total des objets, Slater [9],
- à la détermination d'un sous-ensemble X* de X d'objets jugés "meilleurs" que les autres, Roy [7],
- à une classification de l'ensemble des objets, Szczotka [10].

2 - MATRICE DE PRÉFÉRENCES

Pour chaque juge λ $(1 \leq \lambda \leq m)$, avec les mêmes seuils q_1 et q_2 fixés, on élabore un graphe de surclassement G_λ, dont la matrice des valuations est notée M_λ. Soit $M = \sum_{1 \leq \lambda \leq m} M_\lambda$. Le graphe valué G associé à $M = [m_{ij}]_{1 \leq i,j \leq n}$ (où m_{ij} représente le nombre de juges pour lesquels $x_i \, S \, x_j$) est appelé graphe de surclassement généralisé et peut être interprété comme une superposition de l'ensemble des graphes G_λ.

Les éléments diagonaux de cette matrice sont constants et égaux à m (nombre de juges). Ils correspondent à des boucles de poids m sur chacun des sommets du graphe.

En supprimant ces arcs, on obtient un nouveau graphe orienté appelé graphe de préférences dont la matrice des valuations $A = [a_{ij}]_{1 \leq i,j \leq n}$ est définie par :

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i=j \\ m_{ij} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Elle est appelée *matrice de préférences*.

3 - RECHERCHE D'UN CLASSEMENT DES OBJETS

Ce problème de choix multicritères par plusieurs juges a donc été ramené à un problème de comparaisons par paires en considérant la matrice $A = [a_{ij}]_{1 \leq i,j \leq n}$ où a_{ij} est le nombre de fois où l'objet x_i surclasse l'objet x_j. L'objectif est de trouver un ordre total, ou un ensemble d'ordres totaux sur l'ensemble X. Les méthodes existantes pour traiter ce type de problème se répartissent en deux grandes familles :

- minimiser les réponses incompatibles avec l'ordre que l'on cherche à établir : trouver le poids minimum d'arcs à inverser afin d'obtenir un graphe transitif, Slater [9],
- classer les objets suivant leur score décroissant, Kendall [5].

La méthode des scores, très pratique d'utilisation, a l'inconvénient de ne s'appliquer qu'à des objets comparés un même nombre de fois (tournois généralisés), c'est-à-dire tels que pour tout $1 \leq i,j \leq n$: $a_{ij} + a_{ji}$ soit constant. La méthode de Slater, qui elle s'applique dans le cas général, ne tient pas compte de la différence entre les rangs, dans l'ordre recherché, des deux sommets d'un arc qu'il faut inverser. Elle peut donc donner, par exemple, comme ordre total, celui qui inverse le premier objet et le dernier.

Pour pallier cet inconvénient, nous avons "pénalisé" chaque arc à inverser par la différence des rangs des deux produits concernés , Yehia Alcoutlabi [11].

Notre méthode consiste à trouver une bijection ρ de X dans $\{1,2,...,n\}$ minimisant la fonction objectif suivante :

$$f(\rho) = \sum_{\rho(x_j)<\rho(x_i)} a_{ij}(\rho(x_i) - \rho(x_j)) .$$

Ce problème est un problème d'affectation quadratique, NP-Complet, Beghin-Picavet et Hansen [1].

Soit $I = \{1,2,...,n\}$ et σ la permutation de I associée à ρ par $\sigma(i) = \rho(x_i)$, la fonction f définie précédemment s'écrit :

$$\sum_{i,j} a_{ij}\ d_{\sigma(i)\sigma(j)}\ , \quad \text{où} \quad d_{kl} = \begin{cases} k\text{-}1 & \text{si } k>1 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

On a bien l'expression d'un problème d'affectation quadratique. De plus $D = [d_{kl}]$ est triangulaire. Ce problème est résolu dans [4] par un algorithme de type programmation dynamique dont les formules de récurrence sont :

$$f_s = \min_{k \in S} \{f_{s-[k]}\} + \sum_{j \in s}^{i \in X-s} a_{ij} \qquad \forall\, S \subset X \quad et \quad |S| \neq 0 .$$

$$f_s = 0 \quad \text{sinon,}$$

soit k_0 l'élément de S minimisant f_s alors le classement partiel de S, noté classe (S) est classe $(S - \{K_0\}), k_0$.

Le classement obtenu par cette méthode est équivalent à celui donné par la méthode des scores dans le cas de tournois ou de tournois généralisés (c'est-à-dire $a_{ij}+a_{ji}$ = constante), voir [4] et [2].

4 - ALGORITHME DE RÉSOLUTION

1 - Saisie des données (évaluations des juges et seuils de concordance et de discordance).
2 - Détermination de $c(x_i, x_j)=1-P^-(x_i, x_j)$ [car $P^+ + P^- + P^= = 1$].
3 - Pour chaque juge λ , calcul de la matrice M_λ.
4 - Calcul de la matrice $M = \sum_{1\leq\lambda\leq m} M_\lambda$.
5 - Calcul de $A=[a_{ij}]_{1\leq i,j\leq n}$.
6 - Application de l'algorithme de classement proposé précédemment.

Remarque. La relation de surclassement construite précédemment dépend des valeurs des seuils q_1 et q_2 que l'on se fixe. Faire varier ces seuils autour des valeurs initialement choisies conduit à la détermination d'ordres optimaux différents. De l'ensemble de ces ordres, on peut déduire une classification des produits en repérant les groupes stables pour ces variations. Nous développerons cette partie sur un exemple (§.7).

5 - APPLICATION

Les méthodes multicritères répondent bien souvent à une problématique précise, soit :

- sélectionner les meilleurs produits [ELECTRE I],
- opérer un tri entre bons, moyens et mauvais produits,
- comme dans ELECTRE II, III, IV, établir un ordre ou un préordre sur les produits. La méthode développée ci-dessus répond à cette problématique.

Les méthodes de surclassement ne s'emploient que pour un seul jugement. Nous comparons donc les résultats obtenus à partir d'un même graphe de surclassement dans le cas où m=1, par ELECTRE I d'une part, et par notre méthode de classement d'autre part.

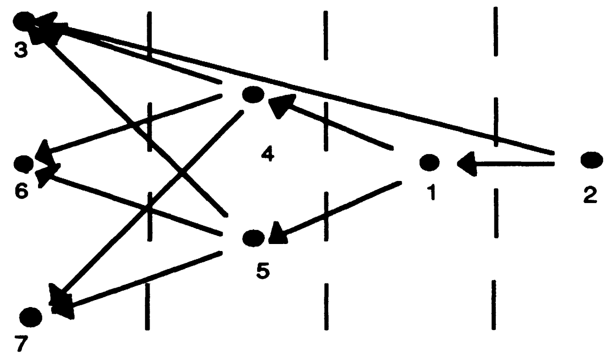
Soit le graphe G issu de la comparaison de 7 produits et la matrice associée

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Le graphe G est sans circuit. Son noyau est {2,4,5} ; il contient les meilleurs produits.

Le noyau du graphe réciproque étant {1,3,6,7}, les produits 2,4 et 5 sont donc bien considérés comme les meilleurs par ELECTRE I.

En déterminant les niveaux du graphe G, on obtient :



On remarquera la position particulière du produit 1 : ELECTRE I n'a pas permis de le considérer comme un bon produit, alors qu'il n'est surclassé que par le produit 2.

Le graphe G étant sans circuit, le préordre minimisant la fonction $f(\rho)$ est celui fourni par les niveaux du graphe G en considérant pour deux objets x_i et x_j, $\rho(x_i) > \rho(x_j)$ si le niveau de x_i est supérieur à celui de x_j. L'algorithme fournit en fait comme résultats (avec $f(\rho) = 0$), l'ensemble des ordres totaux suivants :

- 2 1 4 5 7 3 6
- 2 1 4 5 7 6 3
- 2 1 4 5 3 7 6
- 2 1 4 5 3 6 7
- 2 1 4 5 6 3 7
- 2 1 4 5 6 7 3
- 2 1 5 4 7 3 6
- 2 1 5 4 7 6 3
- 2 1 5 4 3 7 6
- 2 1 5 4 3 6 7
- 2 1 5 4 6 3 7
- 2 1 5 4 6 7 3

Les produits 4 et 5 d'une part et 3, 6 et 7 d'autre part ne peuvent être différenciés ; on obtient bien le préordre : 2 1 (4,5) (3,6,7).

On en déduit que le produit 1 se situe en deuxième position, ce qui n'apparaît pas dans ELECTRE I : On évite ainsi le piège du pauvre brillant second qui n'a pas la chance d'être dans le noyau ! Schärlig [8].

Remarques. * Nous avons choisi un graphe sans circuit ; sinon, la seule solution donnée par ELECTRE I est d'agréger les sommets de tout circuit pour se ramener au premier cas.

* A travers les exemples que nous avons pu traiter, il s'avère que les ordres obtenus sont toujours proches les uns des autres et n'inversent que des produits assez voisins.

L'ensemble des solutions permet ainsi d'aboutir à un préordre sur les produits.

6 - EXEMPLE

Dans le cadre d'un concours intitulé "foie gras et tradition", organisé par les élèves de l'E.N.I.T.A. de Bordeaux, cinq juges (λ_i, i=1,2,...,5) avaient à tester 11 produits selon 4 critères :

1 - présentation du produit	(noté sur 2),
2 - présentation de la coupe	(noté sur 4),
3 - goût	(noté sur 15),
4 - odeur	(noté sur 4),

on a obtenu les données suivantes (section oie année 87) :

critères	présentation du produit /2					présentation à la coupe /4				
juges	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
produits 1	1.5	1.5	1	1	1	2.5	3	2	2.5	2.5
2	0.5	1	1	1	0.5	3	1	1.5	2	1
3	0.5	0.7	1	1	1.5	1	2	1	2.5	2
4	0	0.3	1	0	0.5	0.5	1	1	1	1
5	1.5	1.8	1.5	1.5	1.5	3.5	2	2.5	3.5	3
6	1	1.7	1.5	1.5	1.5	1	2	3	3	3
7	0.5	1.3	0.5	1.5	1.5	1	3	2	3	3.5
8	1.5	1.7	2	1.5	1.5	2	1.5	3.5	3	3
9	1.5	1	1	1	1	1.5	1	1	1.5	1.5
10	1.5	0.7	1	1	1.5	3	2	1.5	3	2.5
11	1.5	0.7	0.5	1	1.5	1.5	1.5	1.2	2.5	3

critères	Goût /15					Odeur /4				
juges	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
produits 1	8	11	5	9.5	7.5	3	2	2	3	2
2	5	5	5	8	5	1.5	1	2	2	1.5
3	0.5	5	2	6.5	6	0.5	2	1	2	1
4	0	3	2	3	4	0	1	1	2	1
5	9	10	11	9	7	2.5	2	3	3	2
6	5	8	10.5	11.5	9.5	2	2	2.5	2	2
7	5	6	4	6	12	2	2	1	2.5	2
8	8	12	12	10	8.5	2	2	3.5	2.5	2
9	7	8	5	6.5	8.5	2	2	2	2	1.5
10	7	3	4	7	7.5	2	1	1	3	2
11	6	12	6	9.5	11	2.5	2	2	2	2

Le classement officiel du concours a été obtenu en faisant la moyenne des notes (sur 25) attribuées aux produits par chacun des juges.

Conservons les pondérations affectées aux critères. Le seuil de concordance est fixé à 0,84. Nous estimons qu'un foie x_i surclasse un foie x_j, s'il est au moins aussi bien noté que x_j pour tous les critères excepté celui de coefficient 0,08 (= 2/25 : présentation du produit) ou un critère de coefficient 0,16 (= 4/25).

Le seuil de discordance est fixé à 2/3. La différence en défaveur de x_i pour le seul critère qui lui est défavorable ne doit pas excéder les deux tiers de l'étendue des notes du juge considéré.

Après avoir construit l'ensemble des surclassements entre les produits nous obtenons la matrice de préférences :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 5 & 5 & 1 & 2 & 3 & 1 & 4 & 5 & 2 \\ 1 & 0 & 3 & 5 & 0 & 0 & 2 & 0 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 5 & 5 & 5 & 0 & 3 & 4 & 1 & 4 & 4 & 2 \\ 2 & 5 & 5 & 5 & 1 & 0 & 4 & 2 & 4 & 3 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 & 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 5 & 5 & 2 & 3 & 3 & 0 & 5 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 4 & 5 & 0 & 1 & 2 & 0 & 0 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 5 & 1 & 1 & 3 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 5 & 5 & 1 & 2 & 2 & 2 & 4 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

et, par conséquence les ordres optimaux :

$$\rho_1 = 8\ 5\ 11\quad 6\ 1\ 7\ 10\quad 9\ 2\quad 3\ 4$$
$$\rho_2 = 5\ 8\ 11\quad 6\ 1\ 7\ 10\quad 9\ 2\quad 3\ 4$$
et $\min f(\rho) = 106$

Ces deux ordres totaux correspondent à un préordre total dans lequel les produits 5 et 8 ne sont pas départagés. Nous noterons ce préordre :

(5 8) 11 6 1 7 10 9 2 3 4

Le classement officiel du concours est le suivant :

8 5 6 1 11 7 10 9 2 3 4

Il correspond à une valeur de la fonction objectif de 108.

Les produits 5 et 8 sont les deux meilleurs produits. Le produit 8 devance assez nettement le produit 5 lorsque l'on effectue la moyenne des notes alors que les deux produits sont à égalité par la méthode de surclassement.

Quatre juges sur cinq ont donné un avantage de un à deux points (sur 15) au produit 8 au niveau du goût. Cette préférence faible nous amène à nous interroger sur la validité des échelles de note. Les méthodes de surclassement ne tiennent pas compte des préférences trop faibles et mettent les produits 5 et 8 à égalité.

Les produits 1, 6 et 11 sont très proches. En effectuant toutes les permutations possibles sur ces trois éléments on augmente très peu la valeur de $f(\rho)$ $f(\rho) \leq 108$).

La moyenne relativement faible du produit 11 est due à deux juges qui l'ont très mal noté. Le poids pris par ces deux juges est donc excessif au niveau de la moyenne des notes. Les méthodes de surclassement ont l'avantage d'accorder une importance égale à chaque juge quelle que soit sa façon de noter.

7 - EFFET DE CHANGEMENT DE SEUILS

En faisant varier q_1 et q_2, une information supplémentaire au niveau de la distance entre les produits est obtenue. Ceci nous amène à établir non plus un classement, mais une classification des produits. Nous avons choisi $q_1 = 0{,}84$ et $q_2 = 0{,}66$. Les valeurs voisines de q_1 sont 0,76 et 0,92. Les variations de classement par changement du seuil de discordance étant moindres, nous choisirons pour autres valeurs de q_2 respectivement 0,4 et 1.

(Prendre $q_2 = 1$ revient à éliminer le principe de discordance).

Valeurs des seuils	Classements
$q_2 = 0{,}4$	
$q_1 = 0{,}76$	8 5 (1,11) 6 7 10 (9,2) 3 4
$q_1 = 0{,}84$	8 5 1 (11 6) 7 10 9 2 3 4
$q_1 = 0{,}92$	8 5 (1,11) 6 7 10 9 2 3 4
$q_2 = 0{,}67$	
$q_1 = 0{,}76$	8 5 (1,11) 6 7 9 10 2 3 4
$q_1 = 0{,}84$	(8,5) 11 6 1 7 10 9 2 3 4
$q_1 = 0{,}92$	(8,5) 11 1 6 7 10 (9,2) 3 4
$q_2 = 1$	
$q_1 = 0{,}76$	8 (5,11) 1 6 7 10 9 2 3 4
$q_1 = 0{,}84$	(8,5) 11 6 1 7 9 10 2 3 4
$q_1 = 0{,}92$	(8,5) 11 1 6 7 10 9 2 3 4

Ces différents classements permettent certaines conclusions sur les produits :

- Les produits 1, 6 et 11 sont très proches. Le produit 11 est avantagé lorsque q_2 augmente, c'est-à-dire lorsque l'indice de discordance ne revêt que peu ou pas d'importance. Le produit 11 est supérieur aux autres pour le goût et plus faible pour les critères de poids inférieurs. L'indice de discordance évite de placer en trop bonne position un produit ayant une faiblesse pour un critère mineur.
- Le produit 9 devance le produit 10 dans le cas où q_2 est fort et q_1 est faible donc dans le cas où les conditions de surclassement sont moins sévères. Dans ces conditions, si les cinq juges peuvent pencher en faveur du produit 9 par rapport à d'autres produits, pour les deux juges qui ont "sous-noté" le produit 10, aucun surclassement en faveur de ce produit ne pourra être établi.

De l'ensemble de ces classements, on déduit une classification des produits en regroupant ceux qui semblent les plus proches :

(5,8) (1,6,11) 7 (9,10) 2 3 4

8 - CONCLUSION

En utilisant les méthodes de surclassement pour des données multicritères, nous avons ramené ces problèmes d'évaluations par plusieurs juges à des problèmes de comparaisons par paires. L'intérêt de cette approche est double puisqu'elle permet d'utiliser les algorithmes de classement afférents - *et donc de déterminer des solutions optimales pour classer les objets à partir de données issues de choix multicritères* - et que, d'autre part, elle prend en compte les évaluations par plusieurs juges.

BIBLIOGRAPHIE

[1] BEGHIN-PICAVET M., HANSEN P., "Deux problèmes d'affectation non linéaires", *R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle*, n° 3, (août 1982), 235-267.

[2] DAVID H., "Ranking from unbalanced paired comparison data", *Biometrika*, 4, 2, (1987), 432-436.

[3] DROESBEKE F., HALLIN M., LEFEVRE C., *Les graphes par l'exemple*, Ellipses, 1987

[4] FREY J.J., YEHIA ALCOUTLABI A. , "Comparaisons par paires : une interprétation et une généralisation de la méthode des scores", *R.A.I.R.O. Recherche opérationnelle*, Vol 20, n° 3, (août 1986), 213-227

[5] KENDALL M.G., *Rank correlation methods*, 4th ed , New York, Hafner, 1970.

[6] ROY B., "Méthodologie multicritère d'aide à la décision", *Economica*, 1985.

[7] ROY B., "Classement et choix en présence de points de vue multiples. La méthode ELECTRE", *Riro*, n°8, p.57-75, 1968.

[8] SCHÄRLIG A., *Décider sur plusieurs critères*, Lausanne, Presses polytechniques romandes, 1985.

[9] SLATER P., "Inconsistencies in a schedule of paired comparisons", *Biometrika* Vol 48, (1961) 303-312.

[10] SZCZOTKA F.A., "On a method of ordering and clustering of objects", *Applicationes mathematicae*, vol 13 , n° 1, 1972.

[11] YEHIA ALCOUTLABI A., *Sur le classement des sommets d'un graphe de comparaisons par paires*, Thèse de 3° cycle, U.P.S Toulouse, mars 1985.