MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

ALAN P. KIRMAN

L'importance des réseaux en économie

Mathématiques et sciences humaines, tome 106 (1989), p. 5-15
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1989__106__5_0>

Math. Inf. Sci. hum.(27e année, n° 106, *1989*, p. 5-15).

L'IMPORTANCE DES RESEAUX EN ECONOMIE

Alan P. KIRMAN [1]

Le fait qu'il existe dans les économies modernes, des réseaux d'information, de communication, d'organisation dans tous les secteurs d'activité, semble si évident que ceci ne mérite pas de commentaire. Néanmoins la majeure partie de la littérature en économie est construite autour d'un modèle qui ignore la communication entre individus dans l'économie. Individu, ici, signifie acteur économique c'est-à-dire les consommateurs, les entreprises et les autorités publiques. Dans les modèles économiques standard, il suffit que tous les prix soient affichés. Cette information est alors disponible pour tous les participants. En conséquence, si l'économie a déjà établi des "prix d'équilibre", le réseau de communication est minimal. Un lien ou arête entre chaque individu et le centre suffit, et dans ce cas, le centre ne joue aucun rôle actif. Une fois les prix communiqués, les quantités demandées par les agents, qui sont, par la définition d'équilibre, égales aux quantités offertes, sont annoncées et le problème est terminé. Même si on accepte l'idée d'une économie qui se trouve déjà en équilibre, l'explication donnée n'est pas complète. Même si les quantités demandées des biens sont égales aux quantités offertes, comment s'effectuent les transactions nécessaires pour atteindre l'allocation finale?

Une réponse à cette question est donnée par la voie explorée par Goldman (1985), Goldman et Starr (1982), Feldman (1973) et Rader (1968). Ces auteurs ont établi les conditions sous lesquelles des transactions bilatérales ou "t-latérales" amènent à un optimun de Pareto, lequel par un théorème standard constitue un équilibre concurrentiel. Notons, immédiatement que le processus envisagé implique un réseau beaucoup plus compliqué que le réseau nécessaire pour transmettre les prix aux individus ($\frac{n^2+n}{2}$ arêtes au lieu de n).

La seule façon d'obtenir une allocation d'équilibre avec le réseau nécessaire pour la transmission des signaux-prix serait d'exiger que chaque agent dépose son panier de biens "offerts" au centre et reçoive en retour les quantités des biens demandées. Cette idée du fonctionnement d'une économie ne constitue pas une vision même idéalisée du fonctionnement d'une économie réelle.

Alors même si les prix d'équilibre sont établis, le réseau de communication nécessaire, pour obtenir par des transactions entre individus une allocation concurrentielle, est très complexe.

---

[1] Institut Universitaire Européen, Florence

Pour l'instant, nous n'avons pas étudié la façon d'établir les prix et, dès qu'on abandonne l'idée d'un commissaire-priseur lié avec tous les agents économiques, calculant et transmettant des prix, la notion de réseau joue un rôle important. Le système abstrait avec agent central que nous venons de décrire est "informationnellement" efficace. Dans une économie d'échange avec ℓ biens et n agents, la dimension de l'espace de messages nécessaires pour aboutir à une allocation qui est un optimum de Pareto est de $n(\ell-1)$. (Voir Jordan, 1982), de plus le mécanisme concurrentiel est le seul qui a cette dimension. Tout système plus réaliste est plus exigeant.

Afin de préciser ces notions et de donner une idée des problèmes d'information et de communication dans une économie, nous définissons une économie très simple, qui constitue non pas une représentation de la réalité mais une sorte de modèle de référence.

Considérons un ensemble A de n agents, chacun ayant des ressources initiales dans R_+^ℓ où ℓ est le nombre des biens, des préférences $\geq$ (c'est-à-dire un préordre complet, continu, monotone et strictement convexe) définies sur R_+^ℓ . [Pour une explication complète, voir Hildenbrand et Kirman (1988)]. Plus formellement :

DEFINITION

Une "économie d'échange" $\mathcal{E}$ *est définie par*

$$\mathcal{E} = A \rightarrow \mathcal{P}_{mo,sco} \times R_+^\ell$$

où $\mathcal{P}_{mo,sco}$ *est l'espace des préférences qui sont monotones et strictement convexes.*

Les préférences de l'agent a dans l'économie sont notées $\geq_a$ et ses ressources initiales e(a).

Maintenant nous avons les définitions suivantes :

DEFINITION

Une allocation réalisable f *pour l'économie* $\mathcal{E}$ *est définie par*

$$f : A \rightarrow R_+^\ell \quad \text{tel que} \quad \sum_{a \in A} f(a) = \sum_{a \in A} e(a).$$

Pour un système de prix $p \in R_+^\ell$, nous avons :

DEFINITION

L'ensemble de budget $\beta(a,p)$ *d'un agent* $a \in A$ *est donné par*

$$\beta(a,p) = \{x \mid p.x \leq p.e(a)\},$$

et

DEFINITION

La demande $\phi(a,p)$ *de l'agent* a *est donnée par*

$$\phi(a,p) = \{x \mid x \geq_a y \text{ pour tout } y \in \beta(a,p)\}.$$

Avec l'aide de ces définitions nous arrivons à la notion fondamentale de l'économie Walrasienne : l'équilibre concurrentiel.

DEFINITION

Une allocation réalisable f *est concurrentielle s'il existe un système de prix* p *en* R_+^ℓ *tel que*

$$f(a) = \phi(a,p) \text{ pour tout } a \text{ en } A.$$

Il est relativement facile de montrer avec l'aide d'un théorème de point fixe qu'une allocation concurrentielle existe.

Une autre façon parfois utile d'exprimer l'équilibre est de définir l'excès de demande, i.e.

DEFINITION

L'excès de demande $z(a,p)$ *d'un individu* a *est donné par*

$$z(a,p) = \phi(a,p) - e(a),$$

et l'excès de demande agrégé par

$$Z(p) = \sum_{a \in A} z(a,p).$$

Alors un système p^* de prix d'équilibre est donné par

$$p^* \text{ tel que } Z(p^*) = 0.$$

En d'autres termes, il n'y a excès de demande pour aucun bien.

Deux propriétés de $Z(p)$ sont utiles :

1) $Z(p)$ *est homogène de degré* 0

$$\text{i.e. } Z(p) = Z(\lambda p) \text{ pour tout } \lambda > 0,$$

2) $p.Z(p) = 0$, *la "loi" de Walras.*

Comme nous avons déjà expliqué, l'information nécessaire pour atteindre une allocation et un système du prix d'équilibre est en principe très limitée. Chaque agent doit transmettre son vecteur d'excès de demande aux prix donnés. Il n'a besoin que de transmettre les quantités de ℓ-1 de ces biens, la quantité de l'autre étant donnée par la seconde propriété de sa fonction d'excès de demande. L'agent central ne transmet que ℓ-1 prix car, grâce à la première propriété, il peut normaliser les prix, en considérant par exemple un bien comme numéraire et en fixant son prix égal à l'unité.

A ce point, il faut répéter que rien ne nous explique comment les échanges de biens s'effectuent, une fois que les prix d'équilibre et l'allocation associée sont terminés.

Avant de revenir sur ce point, nous considérons une autre approche qui consiste à trouver des allocations qui sont des solutions satisfaisantes à certaines conditions mais qui ne dépendent pas du mécanisme des prix. L'idée de base est de considérer le problème économique comme un jeu coopératif et de définir une solution pour un tel jeu.

Afin de faire ceci, nous devons définir les conditions et les actions possibles pour celles-ci.

Une coalition C est simplement un sous-ensemble non-vide de A, l'ensemble des agents économiques.

DEFINITION

Une coalition C *dans une économie* $\mathcal{E}$ *peut améliorer une allocation réalisable* f *s'il existe une allocation* g *telle que*

$$g(a) >_a f(a) \text{ pour tout a en } A,$$

et

$$\sum_{a \in C} g(a) = \sum_{a \in C} e(a) .$$

Avec cette définition, nous pouvons décrire la solution ou plutôt l'ensemble des solutions du problème économique.

DEFINITION

Le noyau (ou cœur) d'une économie $\mathcal{E}$, *noté* C($\mathcal{E}$), *est l'ensemble des allocations qu'aucune coalition ne peut améliorer.*

L'idée ici est très simple. Une coalition a une objection contre une allocation f, si ses membres peuvent se retirer de l'économie avec leurs ressources initiales et peuvent trouver quelque chose qui est préférable à f pour eux. Cette idée et la communication qu'elle implique est fondamentalement différente de celle de concurrence parfaite. Les coalitions ne peuvent pas être créées s'il n'y a pas de lien entre les membres. L'hypothèse implicite, qui est toujours faite en économie théorique, est que tous les individus dans l'économie sont liés et qu'en conséquence toutes les coalitions sont admissibles.

Si nous acceptons ceci, nous avons en premier un résultat très simple : *l'ensemble des allocations concurrentielles* W($\mathcal{E}$) *est contenu dans le noyau* C($\mathcal{E}$).

Mais, sans entrer dans les détails formels, nous pouvons démontrer que la distance entre le noyau $C(\mathcal{E})$ et $W(\mathcal{E})$ diminue quand le nombre d'individus dans l'économie augmente. Cette proposition assez remarquable dont une première version est due à Edgeworth (1881), montre que deux processus apparemment complètement différents amènent, dans des grandes économies, au même résultat. Alors nous considérons une suite d'économies $\mathcal{E}_n$ avec la caractéristique : $\# A_n \to \infty$. Alors nous avons :

$$d(C(\mathcal{E}_n), W(\mathcal{E}_n)) \underset{n \to \infty}{\to} 0.$$

Maintenant, si on limite le nombre de coalitions possibles, est-il possible de démontrer le même résultat ? Si, par exemple, nous considérons les agents A comme constituant les sommets d'un graphe Γ_A et les liens (non orientés) entre les agents comme des arcs ou arêtes, c'est-à-dire le graphe correspondant à A, matrice carrée $n \times n$ où $a_{ij}=1$ si l'arête entre i, j existe et 0 sinon. Alors nous pouvons avoir une situation comme celle illustrée en figure 1.

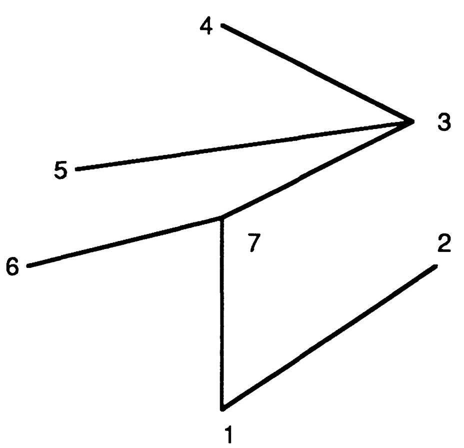

Figure 1

Supposons que nous exigions qu'une coalition C ne puisse se créer que si tous les agents dans cette coalition "se connaissent", c'est-à-dire si le graphe correspondant à la coalition C est totalement connexe.

Rappelons que la *distance* d_{ij} entre les sommets i et j est définie par le nombre d'arcs dans le plus court chemin entre i et j, et que d_{ij} est considérée comme infinie s'il n'existe pas de chemin entre i et j, et que le *diamètre* d'un graphe $D(\Gamma_A)$ est donné par $D(\Gamma_A) = \underset{i,j \in A}{\text{Max}} \; d_{ij}$.

Rappelons la condition que nous avons proposée : tous les agents se connaissent et donc le graphe associé avec la coalition C a un diamètre 1.

Alors sur la figure 1, les coalitions possibles, mises à part les coalitions contenant un individu seul, sont {1,2}, {1,7}, {3,4}, {3,5}, {3,7}, {6,7}.

Mais maintenant si nous affaiblissons la condition et acceptons qu'une coalition soit admissible, et si le diamètre du graphe associé est inférieur ou égal à 2, alors les coalitions suivantes sont admissibles en addition à celles que nous avons déjà énumérées {1,2,7}, {1,6,7}, {1,3,7}, {3,6,7}, {3,5,7}, {3,4,5}, {3,4,7}, {3,4,5,7}.

Il est évident que le noyau, au cas où nous acceptons les conditions de "diamètre 2", est plus petit que le noyau de l'économie où nous exigeons que les coalitions soient de "diamètre 1". Avec un critère donné pour la formation des coalitions, nous pouvons alors examiner la relation entre le noyau et les allocations concurrentielles, une fois le réseau de communication spécifié.

Néanmoins, en général, le réseau de communication n'est pas connu et n'est pas nécessairement déterministe. En conséquence, nous devons spécifier un modèle où le réseau est de nature stochastique. Et pour ceci, nous avons besoin d'un outil, le graphe stochastique.

DEFINITION

Un graphe stochastique $\Gamma_A(p_{ij})$ *est défini par un ensemble* A *de sommets et pour chaque couple* i,j *une probabilité* p_{ij} *que l'arête entre* i *et* j *existe.*

Afin de simplifier le raisonnement nous prenons

$$p_{ij} = p, \text{ pour tout } i,j \text{ en } A.$$

Si $p_{ij} > 0$ pour tout i,j alors l'hypothèse serait satisfaite en prenant

$$p = \operatorname*{Min}_{i,j \in A} p_{ij}.$$

Dans ce contexte, nous définissons un critère pour la formation des coalitions (par exemple, que le sous-graphe associé avec une coalition doit avoir le diamètre 1) et le noyau devient une variable aléatoire.

Cas 1: diamètre des coalitions ≤ 2.

Dans ce cas, définissons le noyau stochastique par

$$C_{s2}\ (\mathcal{E},p),$$

et nous avons le résultat suivant : dans une économie suffisamment grande, presque sûrement, une allocation dans le noyau sera très près d'une allocation concurrentielle, si la probabilité p que deux agents sont liés n'est pas trop petite. Plus formellement :

PROPOSITION 1 [Kirman (1983)]

Si $\mathcal{E}_n \to \mathcal{E}_\infty$ *est une suite d'économie avec* $\# A_n \to \infty$ *alors, pour tout* $p > 0$ *et tout* $\varepsilon > 0$

$$\text{prob}\,(\delta[C_{s2}\ (\mathcal{E}_n,p),\ W(\mathcal{E}_n)] < \varepsilon) \underset{n\to\infty}{\to} 1.$$

Ce résultat a un défaut évident, la probabilité que deux agents soient liés est indépendante du nombre d'agents. Cette objection est levée par le résultat suivant :

PROPOSITION 2 [Kirman, Oddou, Weber (1986)]

Si $\mathcal{E}_n \to \mathcal{E}_\infty$ *est une suite d'économie d'échange avec* $\# A_n \to \infty$ *alors, pour tout* $\varepsilon > 0$,

$$\text{prob}\left(\delta[C_{s2}(\mathcal{E}_n, p_n), W(\mathcal{E}_n) < \varepsilon\right) \underset{n\to\infty}{\to} 1,$$

si $$p_n \geq \frac{1}{\sqrt{n}} \text{ pour tout } n\ .$$

Cette proposition dépend du fait que tous les "grands" sous-graphes ont presque sûrement un diamètre 2 et les grandes coalitions suffisent pour assurer la convergence du noyau vers les allocations concurrentielles. Le résultat explique entre autres choses les résultats standard de sociologues montrant que empiriquement deux individus ont souvent "un ami en commun". Ceci devrait nous amener à remarquer, contrairement à l'observation habituelle, quand nous rencontrons quelqu'un avec qui nous avons un ami en commun, "que le monde est grand"!

Une question naturelle est : qu'arrive-t-il si nous exigeons un critère plus sévère pour la formation des coalitions ? Ceci nous amène au cas suivant :

Cas 2 : diamètre des coalitions = 1.

Dans ce cas, nous ne pouvons pas utiliser les grandes coalitions qui ont une probabilité presque nulle de se former.

Mais la probabilité que beaucoup de petites coalitions se créent est élevée, et celles-ci suffisent. Nous avons donc le résultat suivant :

PROPOSITION [Kirman, Oddou, Weber (1986)]

Si $\mathcal{E}_n \to \mathcal{E}_\infty$ *est une suite d'économies avec* $\# A_n \to \infty$ *alors, pour tout* $\varepsilon > 0$

$$\text{prob}\left(\delta[C_{s1}(\mathcal{E}_n, p_n), W(\mathcal{E}_n)] < \varepsilon\right) \underset{n\to\infty}{\to} 1,$$

si $$p_n \geq \frac{1}{\log n}\ .$$

La condition plus exigeante (diamètre 1) est compensée par une probabilité plus élevée que dans la proposition précédente.

Nous voyons ainsi le rôle joué par le réseau de communication quand on établit des résultats montrant l'équivalence entre deux solutions différentes du problème de l'allocation des ressources dans une économie simple.

Nous passons maintenant à d'autres exemples économiques où le rôle de la communication est important.

Communication et concurrence imparfaite

Dans les situations de "concurrence imparfaite", les agents reconnaissent que leurs actions ont des conséquences pour l'état du système à l'intérieur duquel ils fonctionnent. En particulier, ils doivent tenir compte des réactions de leurs "adversaires", et leur problème devient un problème stratégique. Ils choisissent "la meilleure réponse" aux stratégies des autres, et un équilibre est un choix pour chaque individu d'une stratégie telle qu'aucun individu a une incitation à choisir une autre stratégie. Écrivons l'ensemble des stratégies pour le joueur i comme s_i et son gain comme $\pi_i\,(s_i \ldots s_n)$, alors un "équilibre de Nash" est donné par la définition suivante.

DEFINITION

Un équilibre de Nash pour un jeu à n *personnes est un vecteur de stratégies* s^* *tel que*

$$\pi_i\,(s_1{}^* \ldots s_i \ldots s_n{}^*) \;\leq\; (\pi_i\,(s_1{}^* \ldots s_i{}^* \ldots s_n{}^*),$$

pour tout s_i dans S_i et pour tout i.

En réalité, le problème n'est pas aussi simple car nous avons supposé que l'entreprise connaît non seulement le gain en fonction des stratégies des autres joueurs, mais aussi qu'elle peut identifier les autres joueurs qui sont pertinents. Ceci naturellement dépend du réseau d'information. Si l'entreprise n'a pas l'information concernant la stratégie d'un certain concurrent, elle peut être amenée à choisir une stratégie qui n'est pas optimale pour le jeu en information complète. Si le réseau d'information n'est pas complet alors le résultat d'un tel jeu peut être une situation qui ne correspond pas à l'équilibre du vrai jeu.

Typiquement, la réaction de l'économiste est de dire que l'individu apprendra l'existence des variables omises. Malheureusement, il est possible [voir Arrow et Green (1973), Kirman (1974) et (1983), Gates, Rickard et Wilson (1977)] de démontrer qu'un processus d'apprentissage raisonnable peut converger vers un équilibre différent du vrai équilibre, quand les agents manquent de l'information sur certaines variables.

L'illustration la plus simple de cette idée est de considérer deux "duopolistes" 1 et 2 face aux courbes de demande suivantes :

$$q_1 = a - bp_1 + cp_2 \,,$$

$$q_2 = a - bp_2 + cp_1 \,,$$

leurs coûts sont donnés par $C_1\,(q_1) = C_1$ et $C_2\,(q_2) = C_2$. Pour simplifier les choses, choisissons :

$$C_1 = C_2 = 0.$$

L'équilibre est donné par

$$q_1 = q_2 = \frac{a}{2b-c}\,.$$

Mais supposons que chaque entreprise ignore l'existence de l'autre, et chacun considère que le modèle suivant représente la réalité :

$$q_1 = \alpha_1 - \beta_1 p_1 + \varepsilon_1 ,$$

$$q_2 = \alpha_2 - \beta_2 p_2 + \varepsilon_2 ,$$

où ε_1 et ε_2 sont des variables aléatoires.

Si les entreprises calculent à chaque moment dans le temps les valeurs des paramètres α et β, par exemple, par la méthode des moindres carrés, il est facile de démontrer que le processus peut converger vers une solution qui est un équilibre du faux modèle. Dans ce cas, les prévisions des agents sont correctes, ils n'ont aucune incitation à modifier leurs stratégies, mais la situation ne correspond nullement à un équilibre du vrai modèle.

Le manque de communication amène alors à modifier l'état stable d'un système économique et la définition d'équilibre appropriée devrait inclure une spécification du réseau de communication (qui tient compte du comportement de qui ?).

Effets externes et réseaux

En théorie économique, les effets externes, c'est-à-dire l'impact des actions d'un individu sur le bien-être d'un autre sont considérés comme des imperfections d'un marché. Il y a néanmoins une école qui considère que ces effets sont primordiaux, et en particulier dans son livre, Hirsch (1977) "The Social Limit to Growth", décrit une vision de l'économie fondée sur des positions relatives des agents économiques. Nous savons, que dès qu'il y a un effet externe, les propositions classiques de la théorie économique ne sont plus valables et en particulier, l'équilibre n'est plus efficace d'un point de vue social.

Ceci dit, il faut identifier les effets externes et essayer de quantifier leur importance. Mais avant de procéder à une telle quantification, il faut identifier les agents concernés. Qui produit un effet externe pour qui? Ceci implique qu'on doit concevoir un réseau d'intéraction. Dans une économie comme celle envisagée dans le modèle d'Arrow et Debreu, dont nous avons présenté une version simple, le réseau serait constitué comme nous l'avons déjà dit d'une étoile ayant pour centre celui qui annonce les prix.

Encore une fois, nous devons envisager un graphe qui montre les liens entre les agents économiques spécifiant précisément où se trouvent les effets externes. Naturellement, ceci ne constitue qu'une base, mais une base nécessaire pour l'examen des effets externes. Dans ce cas, une tradition ancienne veut que ce graphe soit orienté, mais une école plus récente insiste sur le fait que le problème des effets externes doit toujours être réglé par un accord réciproque et qu'en conséquence un graphe non orienté peut bien représenter les liens en question.

Deux autres exemples

Nous citons ici brièvement deux autres exemples de l'importance de la communication. Le premier concerne les cycles dans un marché financier. Nous avons construit un modèle dans lequel les agents ont deux opinions différentes sur l'évolution du marché, se rencontrent stochastiquement et changent leur opinion selon l'opinion de ceux qu'ils trouvent avec une certaine probabilité. S'il y a N agents et S est le nombre d'agents avec opinion 1 (par exemple, ceux qui pensent que le prix d'équilibre est $\bar{p}$) et N-S qui ont une opinion 2, alors nous pouvons définir un processus aléatoire où S est l'état du système. Nous avons démontré que la distribution limite de S/N quand N devient grand est une distribution symétrique β, et en conséquence le système peut avoir des fluctuations importantes, S/N variant entre 0 et 1, mais restant peu de temps entre les deux. Le modèle stochastique, qui engendre ces fluctuations semblables à celles qu'on trouve dans les modèles d'épidémies, est fondé sur un modèle que nous avons utilisé afin d'expliquer les phénomènes observés dans le comportement de certaines espèces de fourmis.

Dans le modèle de l'économie, le comportement des agents est influencé par leurs opinions. Le résultat est que les "épidémies d'opinion" engendrent des cycles de prix. Ainsi par la voie d'intéraction entre les individus, on trouve une autre explication des "cycles endogènes" qui ont récemment attirés les attentions des économistes (voir par exemple, Grandmont [1985]).

Le dernier exemple que nous donnons montre encore une fois l'importance du réseau d'information dans une économie. Kamecke (1988) montre comment on peut résoudre un problème de marché avec des biens invisibles. L'exemple le plus simple est celui d'un marché où n individus cherchent à acheter une maison à un des n vendeurs de maisons. Le problème est de trouver une solution optimale de "matching" et de transferts. L'algorithme employé utilise les techniques de la théorie des graphes afin de construire des réseaux annexes à l'intérieur desquels les échanges profitables peuvent être effectués.

CONCLUSION

Malgré l'utilisation des outils de graphes dès 1957 (Rosenblatt les a utilisés afin d'examiner la structure d'interdépendance dans un secteur productif), la notion de communication et l'importance des liens directs entre les individus ont été peu exploitées ou même étudiées en économie, et l'ignorance des liens directs entre les individus contribue à perpétuer une tradition économique qui laisse de côté toute idée d'évolution économique liée aux résultats des contacts entre agents autres que par le système des prix. Néanmoins, il est évident que les résultats standard de la théorie économique sont modifiés quand on tient compte des effets de réseau de communication et méritent une investigation approfondie.

BIBLIOGRAPHIE

ARROW K. et GREEN J., "Notes on Expectations Equilibria in Bayesian Settings", *I.M.S.S. Working Paper*, 33, Stanford, 1973.

EDGEWORTH F., *Mathematical Psychics*, London, Kegan Paul, 1981.

FELDMAN A., "Bilateral Trading Processes, Pairwise Optimality and Pareto Optimality", *Review of Economic Studies*, 40, 1973, pp. 463-473.

GATES D., RICKARD A. et WILSON D., "A Convergent Adjustment Process for Firms in Competition", *Econometrica*, 45, 1977, pp.1349-64.

GATES D. et WESTCOTT M., "Extended Optima and Equilibria for Continuous Games I : General Results ; II : A Class of Economic Models ; III : Comparison with Bargaining Experiments", *Journal of the Australian Mathematical Society*, series B 23, 1981, pp. 187-208.

GOLDMAN S. et STARR R., "Pairwise, t-wise, and Pareto Optimalities", *Econometrica*, 50, 1982, pp. 593-606.

GOLDMAN S., "Efficiency with Limited Trading Opportunities", *Working Paper*, 189, Dept. of Economics, University of California, Berkeley, 1985.

GRANDMONT J.M., "On Endogeneous Business Cycles", *Econometrica*, 53, 1985, pp.995-1045.

HILDENBRAND W. et KIRMAN A., *Equilibrium Analysis*, Amsterdam, North-Holland, 1988.

JORDAN J., "The Competitive Process is Informationally Efficient Uniquely", *Journal of Economic Theory*, 28, 1982, pp. 1-18.

KAMECKE U., "Computing Equilibrium in a Matching Model with a Walrasian Mechanism", *Discussion Paper*, A-208, Universität Bonn, 1988.

KIRMAN A., "Learning by Firms about Demand Conditions" in *Adaptive Economic Models*, eds. R. Day et T. Groves, N.Y., Academic Press, 1975.

KIRMAN A., "On Mistaken Beliefs and Resultant Equilibria" in *Individual Forecasts and Aggregate Outcomes*, eds. R. Frydman et E. Phelps, N.Y., Cambridge University Press, N.Y., 1983.

KIRMAN A., "Communication in Markets, a Suggested Approach", *Economics Letters*, 12, 1983, pp. 101-108.

KIRMAN A., ODDOU C. et WEBER S., "Stochastic Communication and Coalition Formation", *Econometrica*, 1986 (January).

KIRMAN A., "On Ants and Markets", *European University Institute Working Paper*, 351, 1988.

RADER T., "Pairwise Optimality and Non-Cooperative Behaviour" in *Papers in Quantitative Economics*, eds. J. Quirk et A. Zarley, University Press of Kansas, Lawrence, Kansas, 1968.

ROSENBLATT D., "On Linear Models and the Graphs of Minkowski-Leontief Matrices", *Econometrica*, 25, 1957, pp. 325-338.