MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

LOUIS FREY

Besançon : la porte noire. Carrés et diagonales

Mathématiques et sciences humaines, tome 105 (1989), p. 27-62
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1989__105__27_0>

Math. Inf. Sci. hum. (27e année, n°105, *1989*, p.27-62).

BESANCON : La Porte Noire
Carrés et Diagonales

Louis FREY[1]

Il n'existe pas, et il ne peut exister, d'interprétation du plan d'un édifice qui ne repose sur certaines idées a priori. Celles-ci constituent le cadre général de l'interprétation du projet architectural. Ce cadre demeure le plus souvent implicite, il est généralement flou et il s'inspire davantage de notre manière actuelle de penser le plan d'un monument que des conceptions qui pouvaient avoir cours à l'époque de la construction.

L'interprétation proposée ici pour le dessein de la Porte Noire se veut résolument autre. Elle se fonde explicitement sur une théorie très cohérente, d'inspiration mathématique mais qui est totalement ignorée aujourd'hui. Il s'agit de la très ancienne et très vénérable théorie des proportions, dont on admettra qu'elle a des chances raisonnables d'intervenir en architecture. Attribuée à la première école pythagoricienne, les historiens de la mathématique se sont efforcés de la reconstituer au travers de divers témoignages. Pour peu que l'on en ait quelque connaissance, on en retrouve effectivement de nombreux éléments dans maints édifices antiques et la Porte Noire n'en est qu'un nouvel exemple parmi d'autres. Un très bref résumé en est donné dans une note technique en fin d'article.

Autant que faire se peut, il ne s'agit aucunement de plaquer une théorie séduisante en malmenant les données pour qu'elles s'y adaptent à quelque prix que ce soit. Comme on le verra dans ce qui suit, la démarche suivie ici est rigoureusement inverse : ce sont les relations relevées entre les diverses dimensions qui suggèrent d'elles mêmes l'interprétation proposée. Par ailleurs le critère d'adéquation est on ne peut plus rigoureux puisqu'il ne tolère aucun écart entre la valeur qu'indique le modèle pour telle dimension et la valeur que donne l'archéologue. Aussi convient-il avant tout de tenir fidèlement compte de la description archéologique, de la traduire dans les mesures de l'époque et d'en dégager les relations que présentent entre elles les diverses dimensions du monument. Une fois cette base établie, se construira l'interprétation qui suggère une raison plausible des relations observées et de la genèse du projet architectural.

I. DESCRIPTION DU MONUMENT

L'analyse de ce monument est entreprise d'après l'étude de Hélène Walter : *La porte noire de Besançon - Contribution à l'étude de l'art triomphal des Gaules* (2 volumes - Belles Lettres - 1985) dont les relevés et les dessins sont de J. Bruchet.

Les principales dimensions de l'arc sont indiqués par les auteurs sur la figure 5 du tome 2 reproduite dans la figure 1 ci-après :

[1] Université de Provence, Séminaire d'Epistémologie.

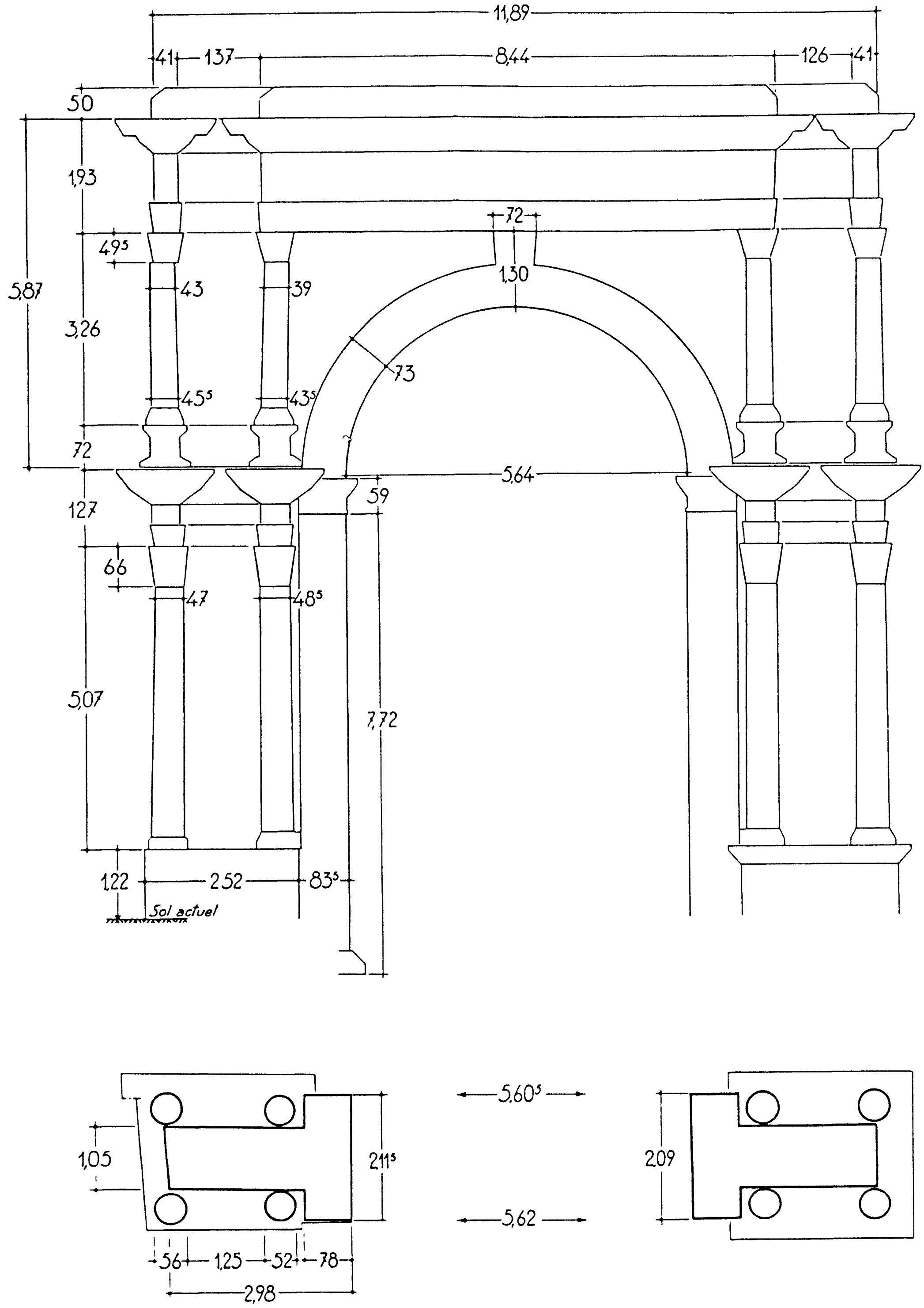

Figure 1 - Principales dimensions de l'arc.

Quelques compléments doivent être apportés à ce premier relevé puisque plusieurs hauteurs ou largeurs ne sont pas mentionnées et, notamment, les hauteurs à partir du sol antique. Celles-ci devront être calculées par sommations et retranchements sur les valeurs données. La totalité des mesures utiles pour l'analyse de cet édifice est reportée sur la figure 2 sur laquelle, pour faciliter l'exposé, on distingue 12 niveaux de hauteurs dont les numéros sont inscits dans des cercles.

1 - *Hauteur de la dernière assise conservée : (1 à 12)*

Désignation	Niveaux	Valeurs	Sommes partielles
Pilastres	1 - 4	7,72	
Chapiteaux	4 - 5	0,59	8,31
Arche	5 - 8	2,82	11,30
Clé de voute	8 - 10	1,30	12,43
Entablement	10 - 11	1,96	14,36
Dernière assise	11 - 12	0,50	
TOTAL	1 - 12		**14,86**

2 - *Hauteur du socle de base : (1 - 2)*

Cette hauteur n'est pas indiquée sur la figure 5. D'après le relevé de sondage de la figure 50 bis elle serait de : 2,065. Toutefois, le calcul par retranchement sur la hauteur totale qui vient d'être déterminée donne une valeur légérement supérieure :

Colonne	2 - 3	5,07	
Entablement	3 - 6	1,27	
Second étage	6 - 12	6,41	= 0,72 + 3,26 + 1,93 + 0,50
TOTAL	2 - 12	12,75	

Socle de base (1 - 2) : 14,86 - 12,75 = **2,11**

Retenant cette valeur de 2,11 , la hauteur de la colonne avec le socle est alors de :

(1 - 3) = 5,07 + 2,11 = **7,18**

On constate que cette valeur est exactement égale à la moitié de la hauteur 1 - 11 de la seconde corniche : 14,36 / 2 = 7,18 . La colonne inférieure coupe ainsi en deux parts égales la hauteur de cette corniche.

3 - *Largeurs de la baie* :

a) - Au départ de l'archivolte (niveau 5) :

Largeur intérieure :	5,67
Archivolte : 0,73 x 2 =	1,46
TOTAL	**7,10**

b) - Au niveau des pilastres

Largeur intérieure :	5,62
Pilastres : 0,78 x 2 =	1,56
TOTAL	**7,18**

La largeur de la baie avec ses pilastres est donc égale à la hauteur de la colonne et de son socle.

4 - *Distances inter-axiales* :

a) - Colonnes des piedroits :

Entre-colonnements :	1,25
Demi-somme des diamètres :	0,54
TOTAL	**1,79**

b)- Colonnes d'angle :

Demi-largeur de la baie : 2,81

De la baie à la colonne : 2,98

TOTAL 5,79 x 2 = **11,58**

Comme les axes de ces colonnes d'angle sont alignés sur l'extrémité du mur, cette valeur est aussi la largeur hors-tout des murs au dessus du socle de base.

c) - Colonnes centrales : 5,79 - 1,79 = 4,0 x 2 = **8,0**

5 - *Largeur totale au niveau du socle* :

En raison de l'insertion du monument dans des constructions modernes, la valeur de cette dimension ne peut être déterminée avec une absolue certitude. En fonction des données disponibles, elle est approximativement égale à :

(2,52 + 0,835 + 2,81) x 2 = 12,33

Toutes ces estimations complémentaires sont reportées sur la figure 2 :

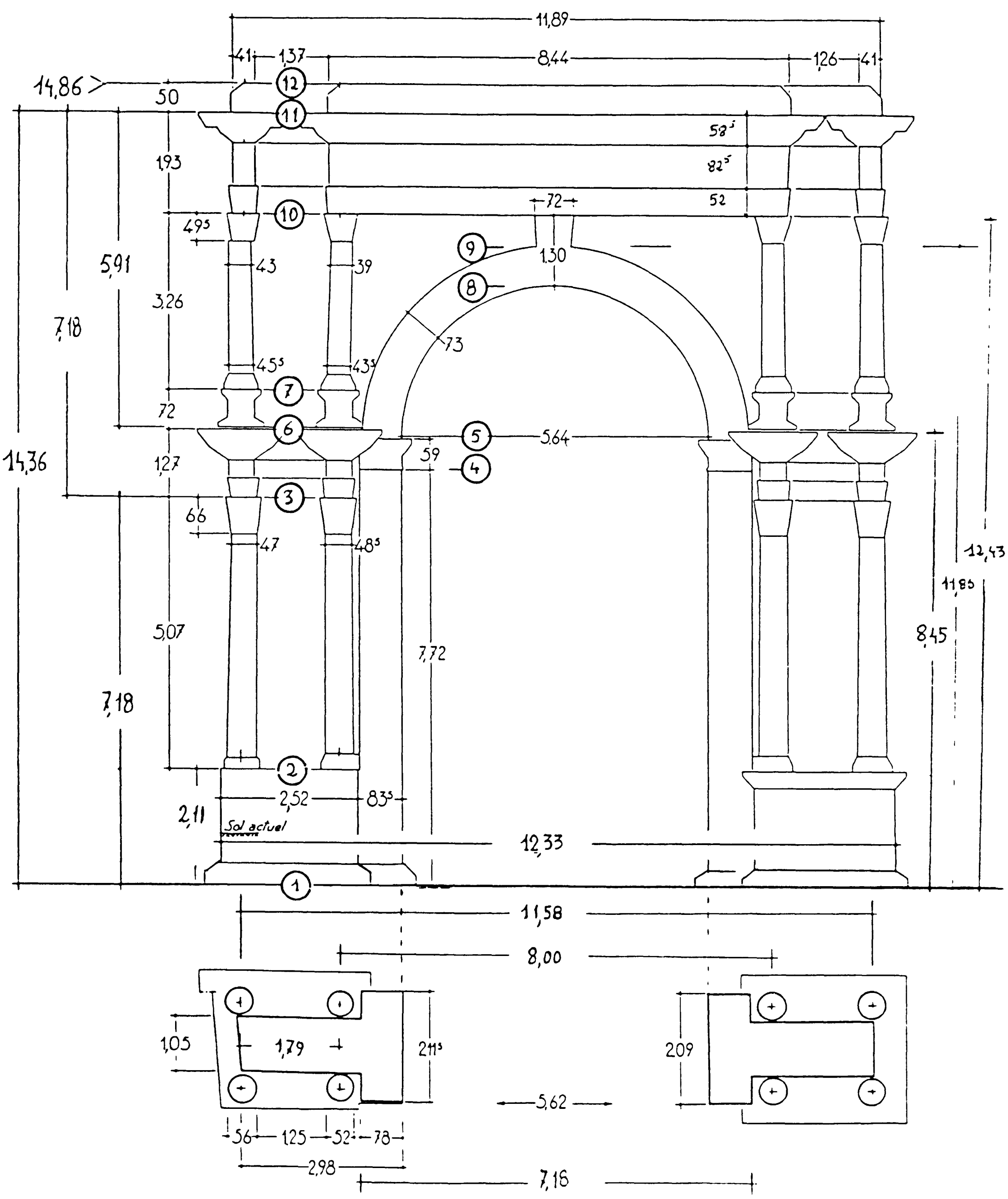

Figure 2 - Principales dimensions de l'arc

METROLOGIE

La détermination de l'unité de mesure effectivement utilisée pour la Porte Noire part de la valeur standard du pied romain de 0,2957. On obtiendrait sur cette base pour les dimensions suivantes les résultats ci-après en pieds et en pouces :

1 - Hauteur de la dernière assise	14,86 ----->	50' 3'''
2 - Largeur de la dernière assise	11,89 ----->	40' 2'''
3 - Distance inter-axiale	11,58 ----->	39' 2'''
4 - Largeur de l'Arc au niveau 5	5,64 ----->	19' 1'''
5 - Hauteur du pilastre (1 - 4)	7,72 ----->	26' 1'''

Comme les écarts avec des "valeurs rondes" sont faibles, il y a tout lieu de supposer que ces dimensions avaient un nombre entiers de pieds et que la valeur de celui-ci était légèrement supérieure à la valeur standard. Sous cette hypothèse on devrait avoir :

1 - 14,86 / 50 = 0,2972
2 - 11,89 / 40 = 0,2975
3 - 11,58 / 39 = 0,2969
4 - 5,64 / 19 = 0,2968
5 - 7,72 / 26 = 0,2969

La valeur moyenne étant de : 0,29706... on adoptera pour valeur des unités de mesures utiliées :

PIED : 1' = 0,297
POUCE : 1''' = 0,02475

Les interprétations onciales et pédiques calculées sur cette base sont reportées sur la figure 3. Comme on le voit, et comme il fallait bien s'y attendre, toutes les dimensions n'ont pas un nombre entier de pieds.

Il convient de préciser au lecteur non averti que l'on ne peut disposer de la hauteur totale de l'édifice puisqu'il ne susbiste de l'attique que la seule base constituant le niveau 12. Le monument complet devait avoir quelques deux mètres de plus.

Adéquation de la traduction onciale :

Hauteurs

Niveaux	*Pouces*	*Val. Théorique*	*Val.Donnée*	*Ecart cms*	*PIEDS*
1 - 2	85	2,104	2,11	-0,6	7'1'''
2 - 3	205	5,074	5,07	+0,4	17' 1'''
3 - 7	80	1,98	1,99	-1,0	6' 8'''
7 - 10	32	3,267	3,26	+0,7	11'
10 - 11	78	1,93	1,93	0	6' 6'''
1 - 11	580	14,355	14,36	-0,5	48' 4'''
6 - 11	240 *	5,94	5,91	+3	20'
1 - 6	340 *	8,415	8,45	-3,5	28' 4'''
1 - 5	336	8,316	8,31	+0,6	28'
1 - 9	480	11,88	11,86	+2	40'

Largeurs

Entre-axes aux piedroits :

72	1,782	1,78	+0,2	6'

Colonnes d'angle :

468	11,583	11,58	+0,3	39'

Largeurs intérieures de la baie :

Haut	228	5,643	5,64	+0,3	19'
Sol	228	5,643	5,62	+2,3	"

Largeurs extérieures de la baie :

Haut	288	7,128	7,128	0	24'
Bas	290	7,177	7,18	-0,3	24' 2"

Entablement supérieur :

480	11,88	11,89	-1,0	40'

Décrochement central :

340	8,415	8,44	-2,5	28' 4'''

Largeur hors-tout au niveau 1 :

504 (?)	12,474	(12,33 ?)	?	42' (?)

(Pour cette dernière dimension il ne s'agit que d'une estimation)

Certains ajustements ont été effectués notamment pour obtenir un nombre entiers de pouces à tout le moins. Comme on peut le constater ils entraînent des écarts négligeables. Il n'en est qu'un seul qui présente un écart de plus de trois centimètres : il s'agit de la découpe de la hauteur 1 - 11, de 580''', en deux segments de 340''' et 240''' (soulignés par : *).

Le segment 6 - 11 est donné comme égal à : 5,91. Cette valeur serait égale à : 239''' , soit : 19' 11'''. On a, pour ce seul cas, décidé d'arrondir à 20', d'où les deux valeurs choisies de 240 et 340 , dont le total 580 présente un écart quasi-nul. Semblable ajustement à une valeur entière de pieds ne serait, par contre, pas possible pour la hauteur du socle et celle de la colonne car la somme de ces ajustements aboutirait à un écart de plus de deux pouces. Par ailleurs, si l'on se reporte à l'état actuel du monument tel que le donne le relevé pierre à pierre de la figure 8 du tome 2, ce niveau 6, qui est celui de la première corniche, est des plus endommagés, ce qui autorise une certaine incertitude sur la précision des relevés.

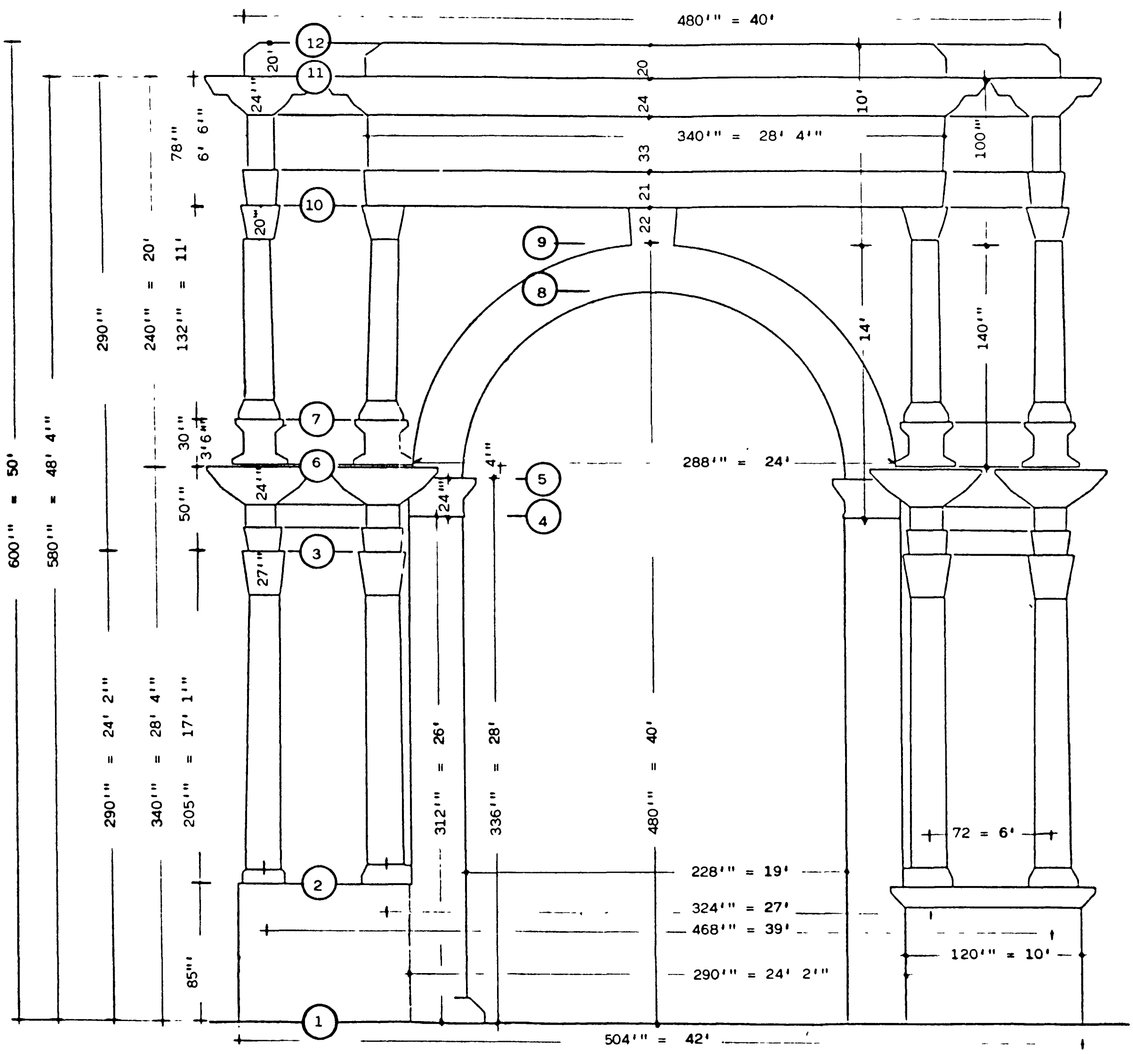

Figure 3 - La Porte Noire : Estimation des dimensions en pouces et pieds

Remarque :
L'étude de H. Walter ne comprend aucune analyse métrologique. Toutefois, la note (1) de la page 140 signale que J. Bruchet proposait un pied local de valeur :

$$1' = 0{,}282$$

Il est intéressant de comparer les résultats auxquels aboutissent les deux valeurs envisagées. Cette comparaison est l'objet des deux tableaux ci-après où elle est effectuée sur 17 dimensions dont 9 hauteurs et 8 largeurs. La septième colonne comporte un arrondi automatique calculé de la même manière pour les deux valeurs et la huitième colonne indique les écarts absolus entre les valeurs réelles et les valeurs théoriques dont le total est mentionné sur la première ligne de cette colonne. La dixième colonne mentionne un ajustement qualifié de 'personnel' destiné à maximiser le nombre des valeurs entières sur une base assez intuitive (et qui n'est peut-être pas celle qu'aurait adoptée J. Bruchet). Elle est est à nouveau suivie d'un calcul des écarts et de leur somme en onzième colonne.

Tableau 1

		Besançon		Porte	Noire					
					Total		Total			Total
	0,282	<-- Pied	J. Bruchet		0,103		0,103			0,238
	0,0235	Pouces	Pieds	1/12	résidu	Arrondi	Ecarts	POUCES	AJUST.	Ecarts
Dimensions	Mesures					automatique			personnel	
1 - 2	2,11	89,8	7	6	0,005	7,5	0,005	90	7,5	0,005
2 - 3	5,07	215,7	17	12	0,006	18	0,006	216	18	0,006
3 - 7	1,99	84,7	7	1	0,007	7,08333	0,007	85	7	0,016
7 - 10	3,26	138,7	11	7	0,007	11,5833	0,007	139	11,5	0,017
1 - 11	14,36	611,1	50	11	0,002	50,9167	0,002	611	51	0,022
6 - 11	5,94	252,8	21	1	0,005	21,0833	0,005	253	21	0,018
1 - 6	8,45	359,6	29	12	0,01	30	0,010	360	30	0,010
1 - 5	8,31	353,6	29	6	0,009	29,5	0,009	354	29,5	0,009
1 - 9	11,86	504,7	42	1	0,007	42,0833	0,008	505	42	0,016
E - A 1	1,78	75,7	6	4	0,006	6,33333	0,006	76	6,33	0,005
E - A 2	11,58	492,8	41	1	0,005	41,0833	0,005	493	41	0,018
E - A 3	8	340,4	28	4	0,01	28,3333	0,010	340	28,33	0,011
Baie 1	5,64	240	20	0	9E-16	20	0,000	240	20	0,000
Baie 2	7,128	303,3	25	3	0,008	25,25	0,008	303	25,25	0,008
Baie 3	7,18	305,5	25	6	0,011	25,5	0,011	306	25,5	0,011
Entablement	11,89	506	42	2	1E-03	42,1667	0,001	506	42	0,046
Décrochement	8,44	359,1	29	11	0,004	29,9167	0,004	359	30	0,020

Tableau 1 : Estimation de J. Bruchet

Si l'on considère la onzième colonne dite de l'ajustement personnel, la valeur du pied adopté par J. Bruchet donne des résultats fort acceptables conduisant à des écarts en général négligeables.

Tableau 2

		Besançon		Porte	Noire					
					Total		Total			Total
	0,297	<-- Pied	L. Frey		0,080		0,079			0,161
	0,02475	Pouces	Pieds	1/12	résidu	Arrondi	Ecarts	POUCES	AJUST.	Ecarts
Dimensions	Mesures					automatique			personnel	
1 - 2	2,11	85,3	7	1	0,006	7,0833	0,006	85	7,083	0,006
2 - 3	5,07	204,8	17	1	0,004	17,083	0,004	205	17,083	0,004
3 - 7	1,99	80,4	6	8	0,01	6,6667	0,010	80	6,666	0,010
7 - 10	3,26	131,7	10	12	0,007	11	0,007	132	11	0,007
1 - 11	14,36	580,2	48	4	0,005	48,333	0,005	580	48,33	0,006
6 - 11	5,94	240	20	0	9E-16	20	0,000	240	20	0,000
1 - 6	8,45	341,4	28	5	0,01	28,417	0,010	341	28,33	0,036
1 - 5	8,31	335,8	27	12	0,006	28	0,006	336	28	0,006
1 - 9	11,86	479,2	39	11	0,005	39,917	0,005	479	40	0,020
E - A 1	1,78	71,9	5	12	0,002	6	0,002	72	6	0,002
E - A 2	11,58	467,9	38	12	0,003	39	0,003	468	39	0,003
E - A 3	8	323,2	26	11	0,006	26,917	0,006	323	27	0,019
Baie 1	5,64	227,9	18	12	0,003	19	0,003	228	19	0,003
Baie 2	7,128	288	24	0	9E-16	24	0,000	288	24	0,000
Baie 3	7,18	290,1	24	2	0,003	24,167	0,002	290	24,166	0,003
Entablement	11,89	480,4	40	0	0,01	40	0,010	480	40	0,010
Décrochement	8,44	341	28	5	2E-04	28,417	0,000	341	28,33	0,026

Tableau 2 : Estimation de L. Frey

Si l'on compare maintenant les deux tableaux, on relève notamment que :

- pour les arrondis automatiques, le premier tableau comprend trois valeurs entières tandis que le second en comprend huit tout en présentant un total des écarts inférieur avec 0,079 m contre 0,103 m.

- pour les ajustements personnels, chacun des tableaux comprend dix valeurs entières mais la somme des écarts du second est toujours inférieure avec 0,158 m contre 0,237 m.

Il n'existe évidemment aucun critère absolument décisif pour sélectioner avec une certitude absolue la vraie valeur de l'unité de mesure. Cependant il semble, au vu des résultats obtenus, que le pied romain présente une meilleure adéquation que le pied local. C'est donc la valeur de 0,297 qui sera retenue pour la suite de cette étude.

Une comparaison a aussi été effectuée entre les résultats que donnent les subdivisions du pied soit en pouces soit en dactyles. C'est la subdivision en pouces qui présente la meilleure adéquation.

II . RELATIONS ENTRE DIMENSIONS

Il est important de justifier les décisions prises lors des ajustements en pieds et en pouces, même pour des écarts que certains tiendraient pour négligeables, car les nombres ainsi obtenus seront les seuls démormais qui seront pris en considération pour déceler les relations que présente la Porte Noire.

Il serait certes possible de calculer les rapports entre mesures métriques. On retrouverait ainsi pour quelques couples les valeurs approchées de relations telles que : $\sqrt{2} \approx 1,4...$, ou : $2-\sqrt{2} \approx 0,585....$ En fonction de la théorie des approximations ce détour peut être évité car les nombres attribués aux dimensions expriment directement ces rapports. En effet, dans plusieurs édifices de la période romaine les architectes semblent avoir disposé de tables ou d'abaques qui leur donnaient directement les valeurs que devaient avoir les dimensions qu'ils souhaitaient voir dans telle relation ou telle proportion.

La Porte Noire est un nouvel exemple de cette pratique dont la constatation s'est tout d'abord imposée lors de l'analyse du plan de maisons de Pompéi (relevés de C. Peterse) pour se confirmer par l'étude de divers autres édifices tels que le Centre Commercial de Belo (relevés de J-L Paillet), la Maison Carrée de Nîmes et l'arc d'Orange (relevés R. Amy) et même l'autel d'Apollon d'Arles (relevés personnels). Il ne s'agit certainement pas d'une règle universelle de l'architecture romaine, puisque Vitruve ne la mentione pas, à tout le moins d'une tradition d'atelier tenace que l'on retrouve à l'oeuvre sur près de quatre siècles.

1 - Les partages de la hauteur 1 - 11

Premier partage :

La restitution du petit côté de l'arc (figure 61 de J. Bruchet) met en évidence le rôle esthétique que doit jouer la première corniche (niveau 6) dans la perception du monument subdivisé en deux étages de hauteur inégales mais dans un rapport qui est loin d'être quelconque.

Les valeurs attribuées sont de 340''' pour l'étage inférieur (niveaux 1 à 6) et de 240''' ou 20' pour l'étage supérieur (niveaux 6 à 11). On reconnaît aussitôt un rapport de 17 à 12, c'est à dire l'une des approximations d'un rapport de 1 à $1/\sqrt{2}$.

Un tel rapport entre deux segments d'une grandeur correspond au *partage harmonique* de la grandeur totale. La hauteur entre le sol et la seconde corniche de 580''' se trouve donc subdivisée harmoniquement par la première corniche. On dirait aussi que 340 est le moyen harmonique des deux extrêmes 240 et 580.

Deuxième partage :
Le niveau 3 correspond au lit d'attente des chapiteaux des colonnes inférieures et ce niveau subdivise en deux parties égales la hauteur 1 - 11 avec :

$$580/2 = 290.$$

Troisième partage :
La hauteur de la colonne est de 205" qui est la moitié de 410. Or l'une des approximations de $\sqrt{2}$ est le couple (29, 41). La hauteur de la colonne est donc égale à la demi-diagonale d'un carré de 290. Ce partage correspond à la sixième médiété de Nicomaque que l'on est convenu de qualifier de sous-harmonique (cf note technique in fine).

Signalons enfin que la hauteur du socle de base de 85''' et celle de l'entablement de 50''' sont aussi dans la relation harmonique puisque : 50/85 = 10/17 = 0,588....

Toutes ces valeurs sont reportées sur la figure 4 ci-après :

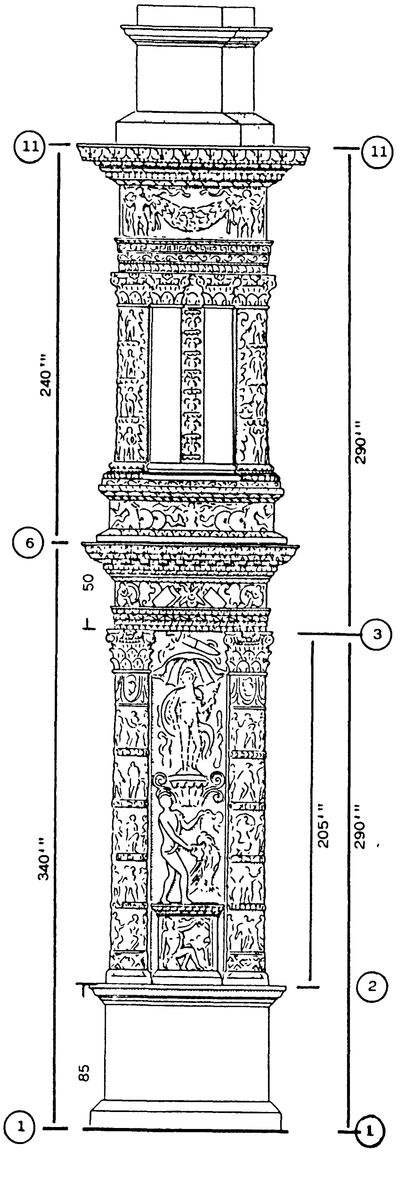

Figure 4

2 - *Les relations de la façade*

Il suffit de se reporter à la figure 5 ci-dessous pour constater que des relations de type √2 se retrouvent sur le largeurs et hauteurs de la façade :

1 - Entre la hauteur 1 - 6 de 340 et la hauteur totale de l'arc de 480 = 240 < 2 ;
2- Entre la largeur du décrochement central de 340 et la largeur totale de l'entablement supérieur de 480 ;
3 - Entre la largeur de baie au niveau du sol de 290 et la hauteur de la colonne de 205 ;
4 - La hauteur 6 - 11 de 240 est partagée harmoniquement au somment de l'archivolte avec : 6 - 9 = 140 et : 9 - 11 = 100 ; ce même niveau 9 partage à nouveau harmoniquement la hauteur 4 - 12 de 24' avec : 4 - 9 = 14' et : 9 - 12 = 10'.

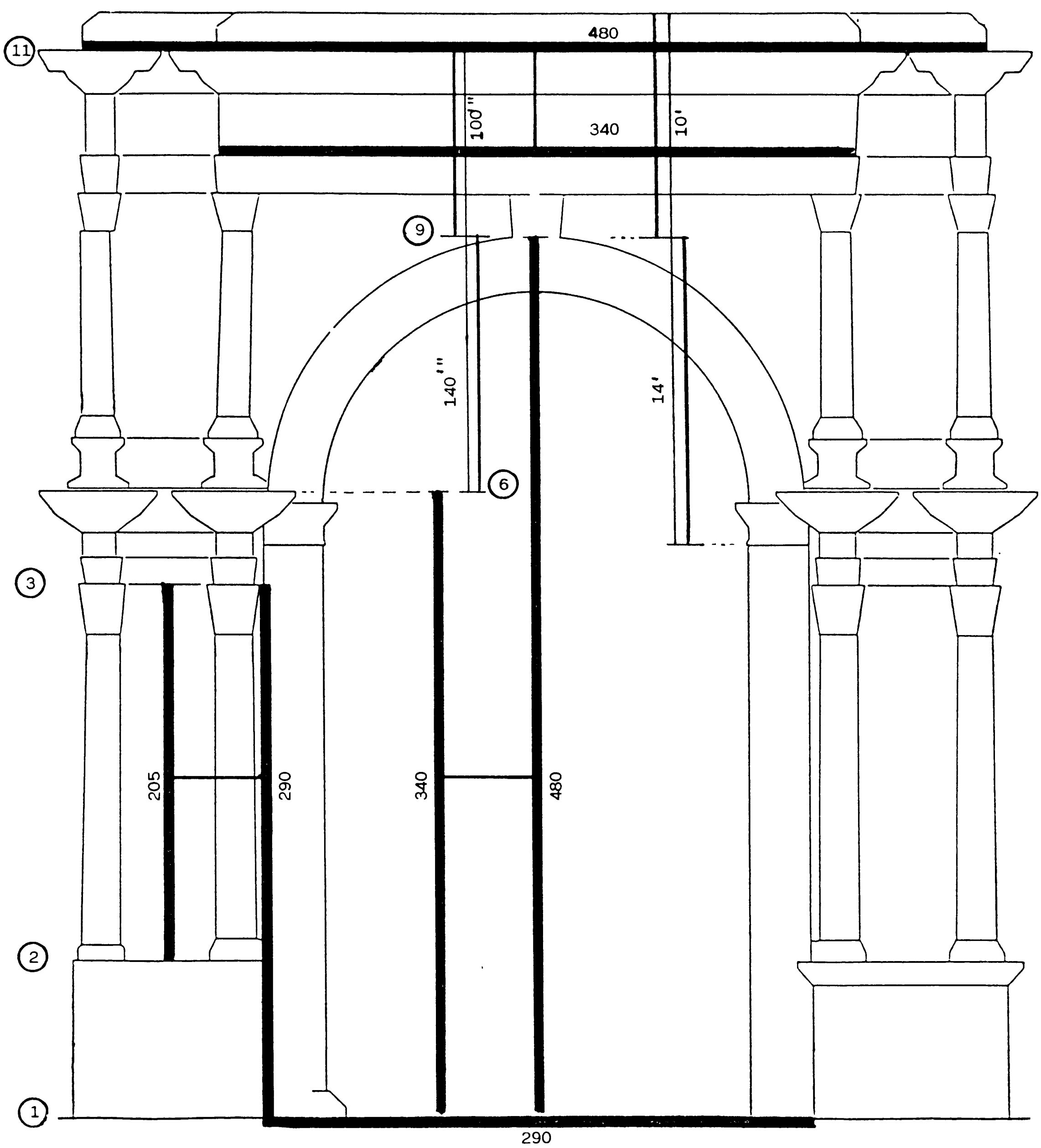

Figure 5

Il est difficile de contester que les dimensions qui viennent d'être passées en revue ont reçu des valeurs caractéristiques et que ces valeurs ont été choisies parmi les approximations de $\sqrt{2}$ et leurs dérivées directes.

Ces approximations jouent le rôle d'un code. Pour l'architecte antique, ce code lui permet de traduire en nombres entiers la relation qu'il souhaite établir entre deux ou trois dimensions. Symétriquement, pour l'analyste du XX° siècle, ce code, lorsqu'il est utilisé, lui permet de décrypter immédiatement ces relations et de déceler ainsi qu'elle fût le dessein du concepteur.

Dans le cas présent, il est évident que, pour la partie du monument conservée, l'architecte a tenu à ce que son édifice soit réglé par la proportion harmonique et sa symétrique qu'est la sixième médiété. Cependant, et contrairement à ce que l'on constate sur d'autres monuments tel que l'arc d'Orange, on ne détecte aucune relation particulière sur la plupart de largeurs et notamment entre les largeurs de la baie et les distances axiales des colonnes où les nombres qui leur sont attribués : 19, 24, 27 ou 39, ne paraissent pas avoir une quelconque signification. Hélène Walter souligne d'ailleurs ce qu'elle qualifie , page 269, de traits structurels insolites : "*En regardant attentivement les façades de l'arc, nous constatons un fractionement des éléments constitutifs en trois groupes réunis artificiellement : à savoir 1) les piedroits, 2) la partie centrale et 3) la partie supérieure faite de l'entablement et de l'attique. La baie forme une unité, distincte de celle des piles de l'arc ...... Cette dissociation de la baie et des montant de l'arc apparaît comme une exclusivité du monument bisontin dans la catégorie des arcs de triomphe.*"

III. COORDINATION DES DIMENSIONS

Il serait tentant de supposer que, si pour les hauteurs l'architecte a pris la précaution de s'appuyer sur la théorie du partage harmonique d'une droite, pour les largeurs, par contre, il s'est contenté de faire confiance à son sens esthétique personnel pour réaliser un arc aux proportions qui lui paraissaient opportunes d'où le choix de ces valeurs apparemment sans lien entre elles.

Divers indices suggèrent pourtant qu'il n'en est rien et que ces dimensions ont été déterminées et coordonnées entre elles avec tout autant de soin et de précision que les partages des hauteurs.

1 - C'est ainsi que, au départ de l'archivolte (niveau 5), les largeurs de la baie sont de 19' et 24'. Or :

19 est une approximation de : $17 \sqrt{5} / 2$

24 est une approximation de : $17 \sqrt{2}$

Ces deux dimensions se trouveraient donc coordonnées par l'intermédiaire d'un carré de 17 puisque l'une (24') correspondrait à la diagonale de ce carré alors que l'autre (19') correspondrait à la diagonale d'un double carré 8 1/2 par 17. Elles pourraient donc avoir été obtenues par les deux rabattements de la figure 6 ci-après.

2 - Il se pourrait fort bien que les hauteurs du socle de base (7' 1''') et de la colonne (17' 1''') aient été déterminées en deux étapes. Initialement ces deux hauteurs auraient eu un nombre entier de pieds : respectivement 7' et 17' donnant une hauteur totale de 24' = 288'''. Au cours d'une étape de finition chacune de ces valeurs auraient été augmentée de 1 pouce afin que leur somme soit exactement la moitié de la hauteur 1 - 11 = 580 = 290 x 2.

Sous cette hypothèse, la hauteur de la colonne et celle du socle auraient correspondu au rabattement à la verticale de la diagonale du carré de 17' de la figure 7. Cette hypothèse est renforcée par le fait que la hauteur 1 - 4 du pilastre, qui est de 26', peut être considérée comme égale à : 7 + 19. Enfin, si l'on ajoute à cette hauteur de 26' la largeur extrême extérieure de la baie de 24 ' on obtient la hauteur de la dernière assise avec : 24 + 26 = 50.

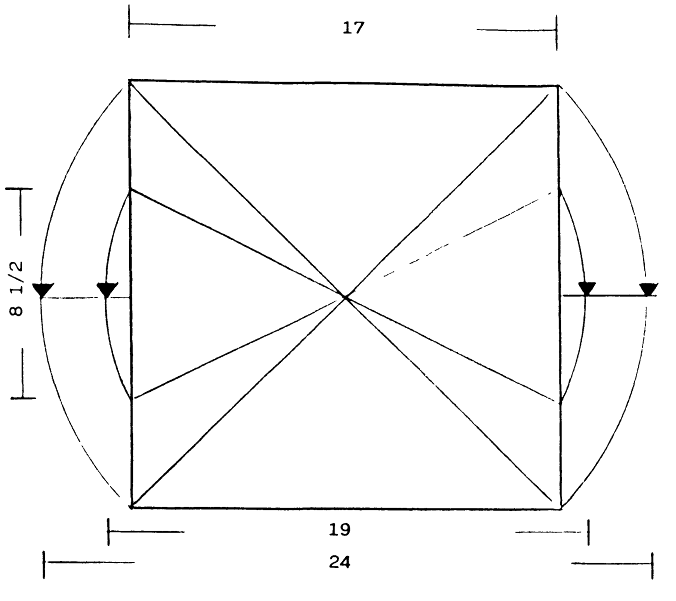

Figure 6

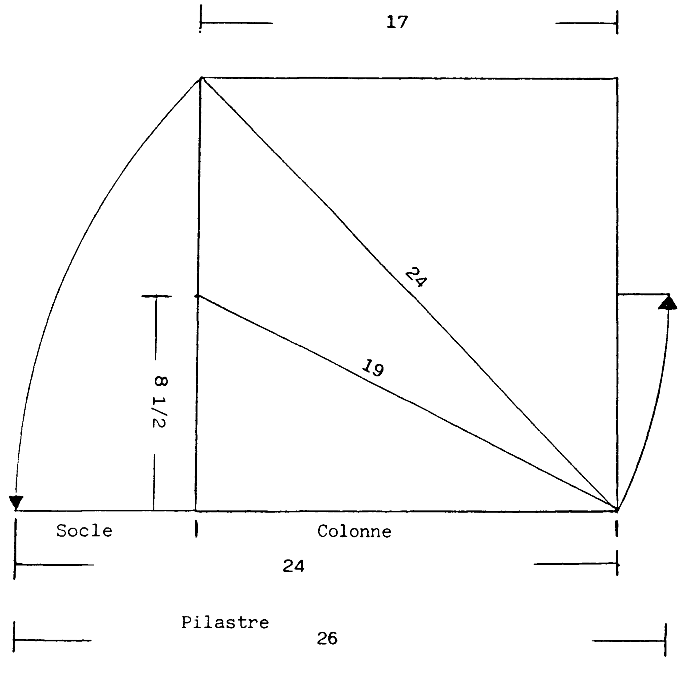

Figure 7

Ainsi donc, pour les six dimensions : largeurs intérieures et extérieures de la baie (19 et 24), hauteurs provisoires du socle et de la colonne (7 et 17), hauteur du pilastre (26) et hauteur de la 12° assise (50) , le carré de côté 17 joue le rôle d'un *carré générateur*, situé au niveau 2 de la base des colonnes, dont le simple déploiement des diagonales permet d'obtenir les autres dimensions.

Initialement, l'hypothèse avancée plus haut d'une détermination en deux étapes des hauteurs du socle et de la colonne pouvait paraître aventureuse sinon même totalement gratuite. Le nombre de dimensions dont elle révèle la coordination commence à lui donner quelque vraissemblance que renforcent encore les remarques qui suivent.

Ce carré générateur n'est d'ailleurs pas un carré isolé. Si l'on tient à construire effectivement la hauteur de 50', il est nécéssaire de le compléter par un second carré de même dimension dont on utilisera la diagonale pour obtenir : 19+24.

Toutefois, il est fort peu probable que le plan ait été dressé par agglutination de carrés ajoutés au fur et à mesure. Il est nettement plus vraissemblable de supposer que, dès le départ, le plan s'est inscrit sur un *quadrillage de maille donnée* et, en l'occurrence, de maille 17 (ou 8,5). Les différentes parties de l'édifice auraient alors été progressivement situées sur ce système de repérage.

On retrouverait ainsi une procédure de détermination du plan d'un édifice qui semble avoir été utilisée pour la Maison Carrée de Nîmes (maille 12) comme pour l'arc d'Orange (maille 17) mais que l'on trouve déjà à l'oeuvre sur la "maison de Pansa" de Pompei (maille 34). Cette procédure, dont on ne peut évidemment assurer qu'elle fut effectivement celle de l'architecte, permet à tout le moins de construire d'une manière ordonnée les diverses parties de l'édifice en commençant par les dimensions intérieures de la baie, passant ensuite à ses dimensions extérieures pour terminer par le placement des colonnes.

3 - *Les dimensions intérieures de la baie.*

Ces dimensions sont au coeur de l'édifice construit autour de cette porte. Elles paraissent toutes résulter de rabattements de diverses parties d'une même diagonale d'un double carré de 17 x 34. Sur la figure 8, ce double carré est situé dans un quadrillage de largeur : 17 x3 et de hauteur : 17x2.

a) - La largeur intérieure de la baie est posée comme égale à 19'. Comme on l'a vu plus haut, elle est obtenue par le rabattement à l'horizontale de la demi-diagonale d'un double-carré 8 1/2 x 17.

b) - La hauteur du pilastre avec son chapiteau est de 28'. Avec une hauteur du socle de base de 7', cette valeur se décompose en : 7 + 21 = 28. Or le nombre 21 est une approximation de 17 ($\sqrt{5}$-1) avec :

$$17\sqrt{5} \approx 38 \qquad \text{et :} \qquad 38 - 17 = 21$$

Ce segment de 21 s'obtient en retranchant de la diagonale de 38 un côté de 17. Le relèvement à la verticale de ce segment donne le centre de l'archivolte.

c) - La largeur de l'édifice au niveau du socle de base a été supposée égale à 42'. Elle est obtenu par le rabattement à l'horizontale de ce même segment de 21 de part et d'autre de l'axe médian de l'édifice.

d) - Le diamètre de l'archivolte est de 19' et son rayon de 9 1/2. Le hauteur de la voute étant alors de : 28 + 9 1/2 = 37 1/2. Une fois définis le centre de l'archivolte et la largeur intérieure, il suffit de tracer un cercle de rayon 9 1/2. On peut aussi obtenir directement cette valeur en la projetant sur la diagonale utilisée en (b) comme l'indique la figure 8 :

4 - *Dimensions extérieures de la baie.*

a) - La largeur extérieure au niveau 5 est de 24'. On l'obtient, ainsi qu'on l'a vu précédemment, par un double rabattement à l'horizontale de demi-diagonales du carré de 17 '.

b) - La hauteur du pilastre sans le chapiteau est de 26 '. En retranchant la hauteur du socle : 26 -7 = 19 . Cette valeur est égale à la diagonale du double-carré : 8 1/2 x 17.

c) - La hauteur de la dernière assise conservée est de 50 '. On l'obtient en projetant sur le prolongement de la diagonale de 19 une diagonale de 24 et en relevant le tout à la verticale.

d) - La hauteur extérieure de l'archivolte est de 40 ' et ce niveau 9 est situé au point du partage harmonique du segment situé entre les niveau 4 et 12. Il conviendrait donc d'effectuer le partage harmonique de la diagonale de 24. Le moyen le plus simple est de construire le partage harmonique du coté de 17 en deux segments de 10 ' et 7' et de projeter horizontalement ce partage sur la diagonale pour le diviser harmoniquement en deux segment de 14 ' et 10 ' comme l'indique la figure 9 :

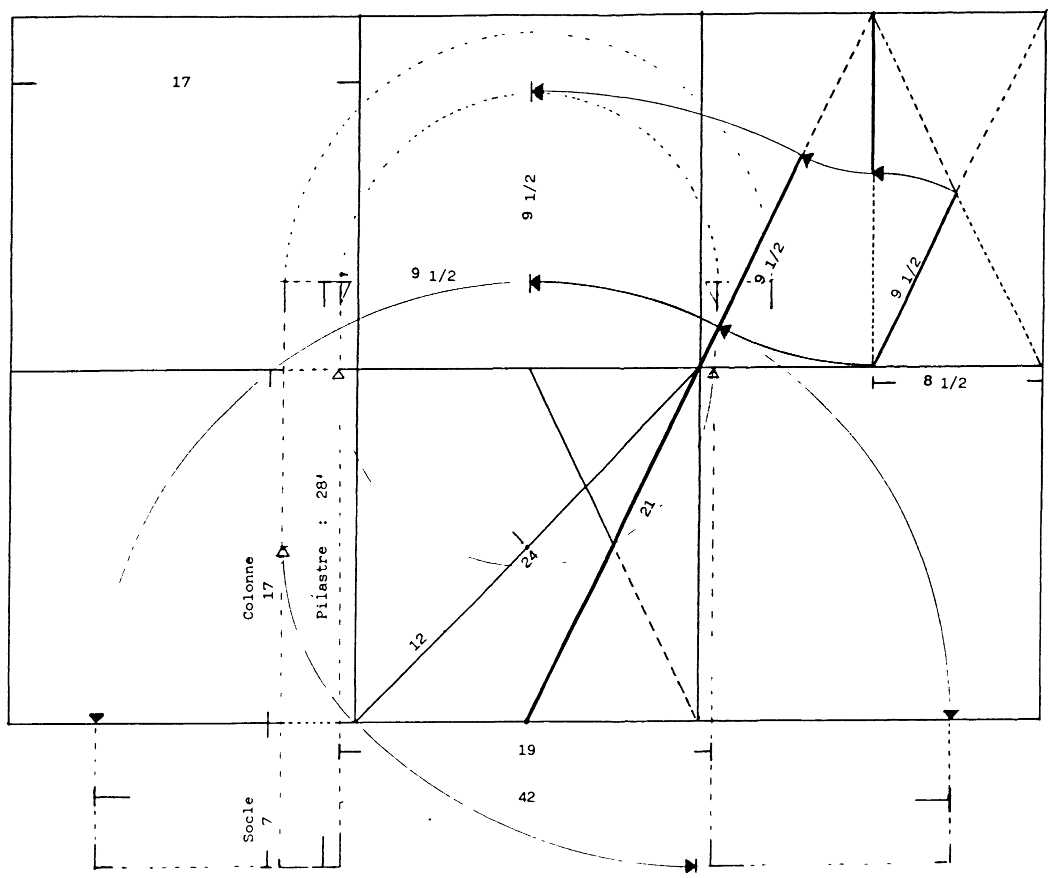

Figure 8

5 - *Placement des colonnes.*
Il est possible de rendre compte du placement des colonnes de deux manières rigoureusement symétriques : soit à partir du carré générateur, soit à partir d'un quadrillage partiel comportant trois mailles de 17 '.

a) - La distance axiale des colonnes centrales est de 27 ' dont la moitié est 13 1/2. Comme : 13 1/2 = 8 1/2 + 5 , chacune des deux colonnes centrales est située à 5 pieds des bords du carré générateur. Si l'on rabat à la verticale la demi-diagonale de ce carré, de valeur 12, on obtient un segment de valeur : 17 - 12 = 5. Il reste à rabattre vers l'extèrieur de segment de 5 pour situer les colonnes.

Symétriquement, en partant des extrémités du quadrillage de maille 17, il suffit de rabattre à l'horizontale une demi-diagonale de valeur 12 pour obtenir directement le placement de ces colonnes.

b) -La distance axiale des colonnes d'angle est de 39 ' dont la moitié est 19 1/2. Comme 19 1/2 = 8 1/2 + 11 , ces colonnes sont placées à 11 pieds des bords du carré générateur. Si l'on rabat à la verticale la moitié de la diagonale précédente, qui est de valeur 6 , on obtient un segment de valeur : 17 - 6 = 11 qu'il reste à rabattre vers l'extérieur pour placer les colonnes d'angle.

Symétriquement, en partant des extrèmités du quadrillage, il suffit de rabattre un quart de la diagonale du carré de 17, de valeur 6, pour placer directement ces colonnes.

Il est à noter que les murs au-dessus du socle de base sont dans l'axe des colonnes d'angle. Cette valeur de 39 pieds est donc aussi celle de la largeur des murs au-dessus du socle.

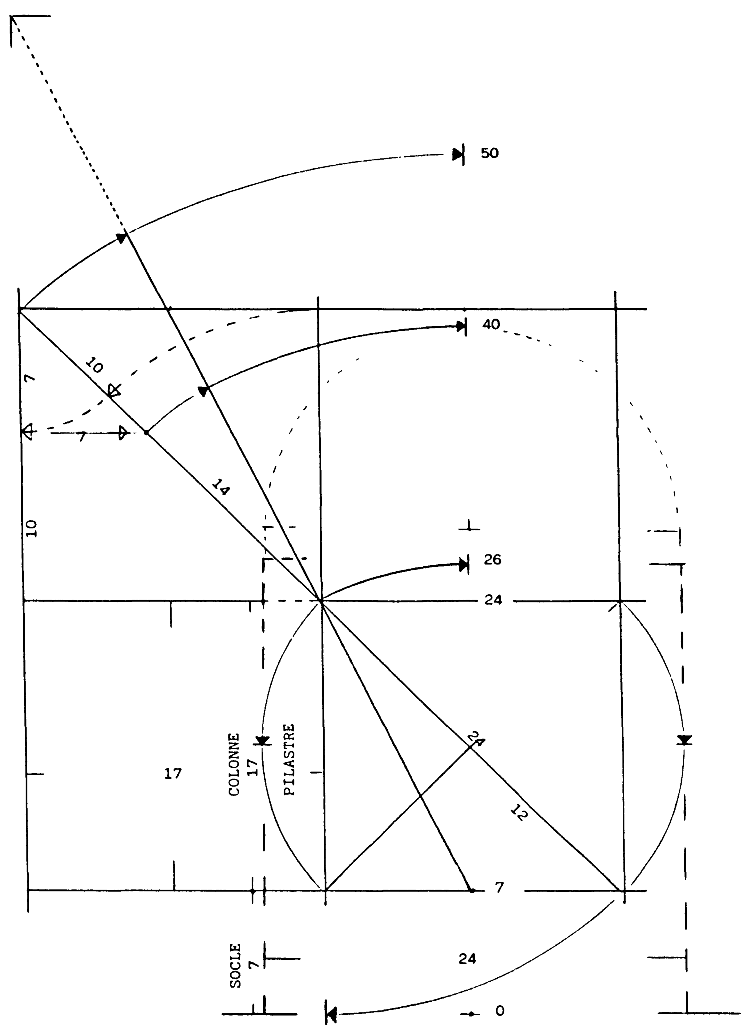

Figure 9

Par un ensemble de constructions élémentaires que sont ces rabattements de parties de diagonales d'un carré de 17 pieds ou d'un double-carré de 17 x 34 , on arrive à déterminer et à coordonner une douzaine des dimensions de la Porte Noire.

- Détermination provisoire des hauteurs du socle (7 ') et des colonnes (17 ') ainsi que la profondeur des murs qui est aussi de 7 pieds : 3 dimensions.

- Dimensions intérieures et extérieures de la baie, largeur, hauteur des pilastres, sommet de l'archivolte : 3 dimensions.

- Hauteur totale de 50 pieds, largeur des murs de 42 et 39 pieds, entre-axe des colonnes centrales de 27 pieds : 3 dimensions.

- Par ailleurs, la largeur de l'entablement supérieur est implicitement obtenue puisque, étant de 40 pieds, elle est égale à la hauteur de l'archivolte au niveau 9.

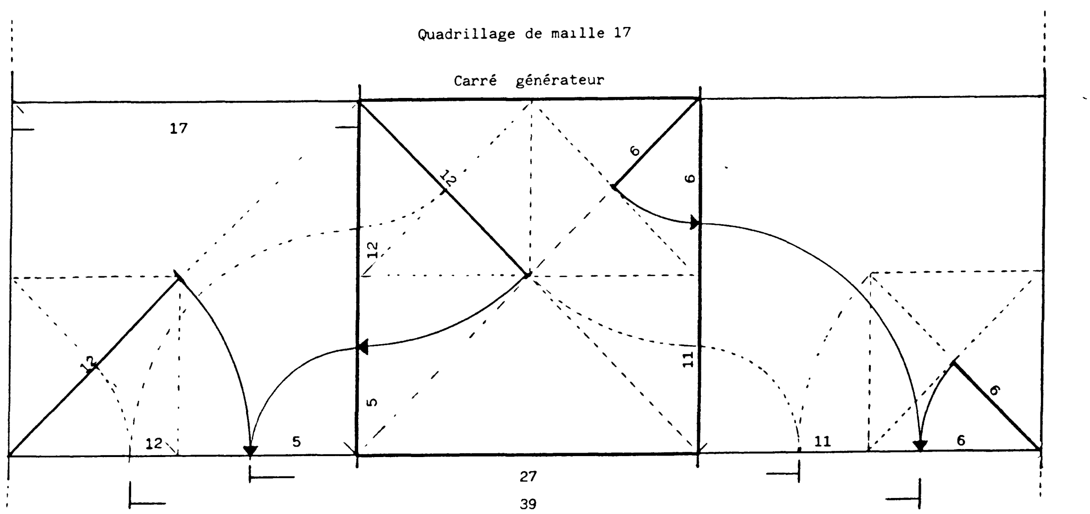

Figure 10

Premières conclusions :

Il était tentant, il paraissait même légitime de supposer que les valeurs de toutes ces dimensions avaient été choisies en fonction des seules considérations esthétiques de son architecte. Sans pour autant sous-estimer la recherche d'un équilibre général des diverses parties de l'édifice, force est de reconnaître que cette recherche se poursuit d'une manière raisonnée et que les choix effectués s'inscrivent dans un cadre strictement défini.

Certes, considérée individuellement, chacune de ces déterminations paraît totalement arbitraire et ne témoigner que d'une certaine habileté à décomposer une grandeur donnée en une somme de deux ou trois autres grandeurs.

Leur vraissemblance individuelle tient à leur caractère collectif : ce sont toujours les mêmes décompositions élémentaires qui interviennent. Elles sont seulement combinées entre elles de manière différente pour obtenir des dimensions de valeurs différentes. Cette homogénéité des opérations élémentaires est mise en évidence sur la figure 11 qui regroupe toutes les déterminations précédentes sur un quadrillage minimum de trois mailles de 17 ' de large et de trois mailles et demi de haut :
Soit A B la diagonale d'un double carré de 17 par 34 avec :

$$AB = 17\sqrt{5} \approx 38$$

La figure 11 comporte deux de ces diagonales symétriquement tracées à partir du point médian A. La diagonale de droite reproduit les constructions de la figure 8 et la diagonale de gauche celles de la figure 9. Les autres dimensions dérivent de rabattements de diagonales de carrés décrits sur les figures 7 et 10.

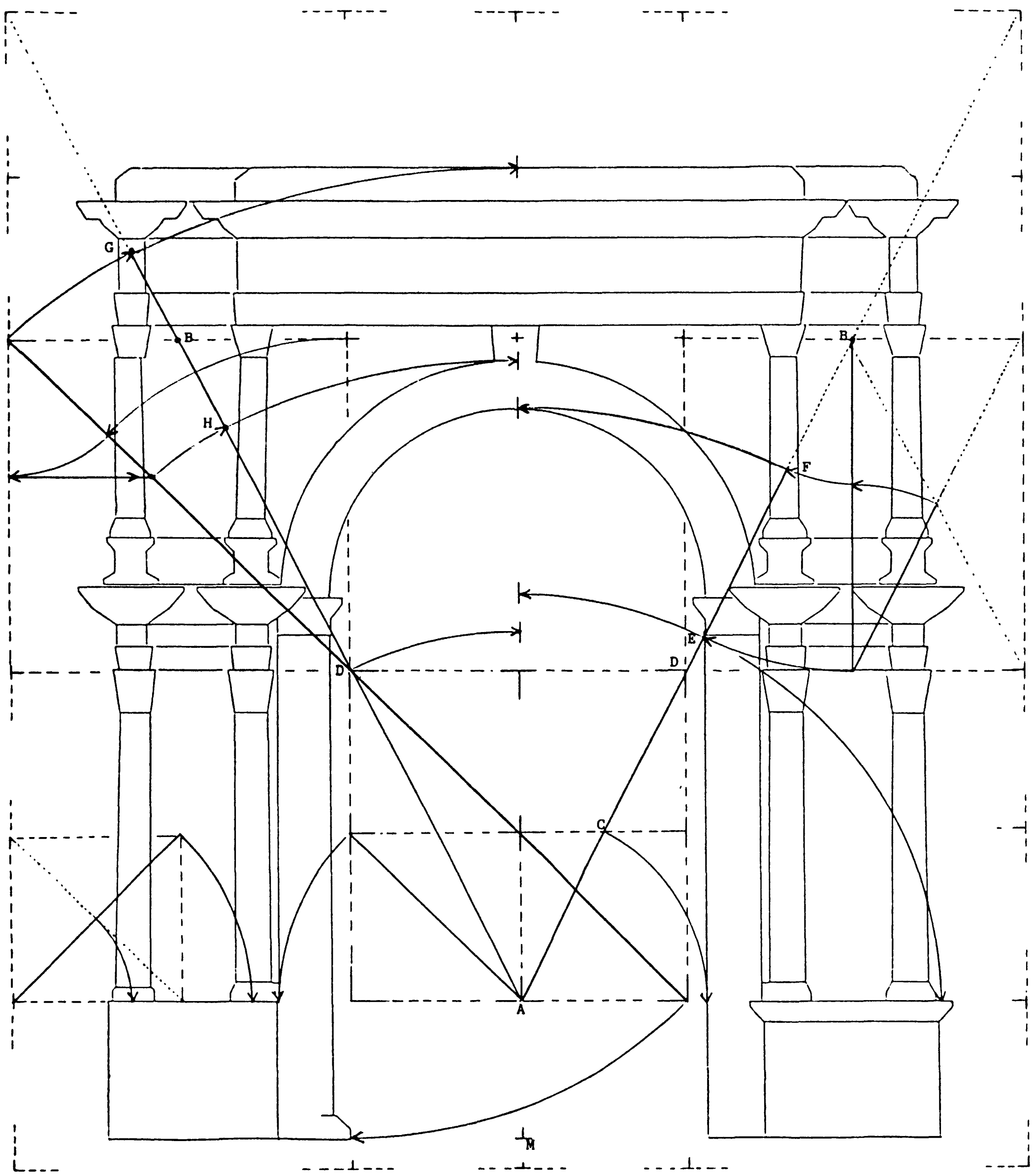

Figure 11

Toutes les dimensions obtenues ont un nombre entier de pieds ou de demi-pieds, ce qui est dire qu'elles sont toutes des *multiples de 6* pouces. Par ailleurs, à la seule exception de l'entre-axe des colonnes centrales, ces dimensions concernent toutes le gros-oeuvre de l'édifice dont la figure 12 restitue l'aspect au terme de ces premières déterminations :

Tout semble se passer comme si le gros oeuvre et le décor architectural qui lui est surajouté, notamment les deux corniches qui scandent l'élévation par un partage harmonique, étaient traités de deux manières distinctes et même sur deux bases unitaires différentes puisque la plupart des dimensions de ce décor sont des *multiples de 10* pouces et deux d'entre elles des multiples de 5 pouces.

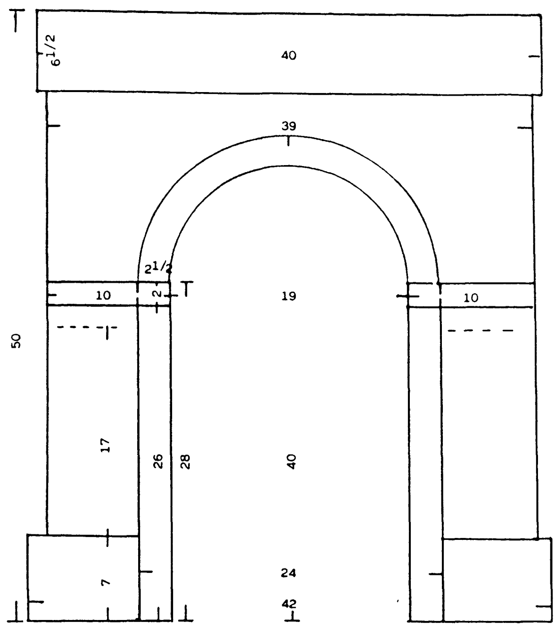

Figure 12

6 - *Les découpes de la hauteur.*
Si cette impression est exacte, il conviendrait de distinguer une logique "architectonique" de la construction et une logique "esthétique" des apparences " *La surabondance du décor est incontestablement la caractéristique la plus immédiatement sensible de l'arc : c'est elle qui frappe au premier regard, c'est elle qui lui confère une allure atectonique, anarchitecturale, que nous avons détectée tout au long de la présentation.*" constate H. Walter page 261. Un détail du relevé pierre à pierre (tome 2, figure 8) corroborerait cette hypothèse :

L'écart entre les niveaux 5 et 6 (départ de l'archivolte et corniche) est de quatre pouces. Tandis que l'archivolte (dont le niveau relève de l'une des déterminations précédentes) démarre sur une assise de la construction, le niveau 6 de la corniche est taillé dans l'assise supérieure. Il n'y a plus, dès lors, de concordance entre les blocs de construction et l'apparence finale que crée la modénature et il reste encore à déterminer ce niveau 6. Deux logiques donc, mais qui ne sont absolument pas indépendantes. Bien au contraire, la logique des apparences constitue un déploiement fort habilement conçu de la logique de la construction.

a) - Le niveau de la seconde corniche, qui est de 48 ' 4''' soit 580''', n'est pas encore déterminé. Il est aisé d'y parvenir à partir du rectangle d'encadrement de la baie qui est un rectangle épiditrite de 24 ' de large sur 40 ' de haut. L'intersection de ses diagonales détermine deux segments de 20 '. Leurs rabattements à l'horizontale permet de construire le carré de 40 ' de la figure 13 a et de retrouver ainsi la largeur totale de l'entablement supérieur.

Ce carré est composé de quatre carrés de côté 20 ' = 240'''. Les diagonales de ces carrés ont pour valeur : 240 x 17/12 = 340''' qui est égale à la hauteur 1-6 de l'étage inférieur ainsi qu'à la largeur du décrochement central de l'entablement supérieur.
Les relèvements à la verticale des diagonales des carrés inférieurs déterminent le niveau de la première corniche. Pareillement, les relévements à la verticale des diagonales des carrés supérieurs déterminent le niveau de la seconde corniche puisque l'on a :

$$240 + 340 = 580'''$$

De plus, comme : $240\sqrt{2} \approx 340$, ces deux valeurs correspondent à un *partage harmonique* de la hauteur 1-11 qui est ainsi automatiquement induit par le relèvement de ces diagonales. Enfin, en relevant à l'horizontale les demi-diagonales des carrés supérieurs on détermine la largeur du décrochement central de l'entablement :

b) - Le niveau de la seconde corniche étant déterminé, les diagonales du rectangle de largeur 480''' et de hauteur 580''' segmentent en deux parts égales de 290''' la hauteur totale.

Or cette valeur de 290''', soit 24 pieds et deux pouces, est la hauteur exacte de la colonne inférieure et de son socle ainsi que la largeur exacte de la baie avec ses pilastres.

Sur ces deux dimensions il est facile de construire un carré de côté 290 '''. En fonction de l'approximation d'ordre 1 : $29\sqrt{2} \approx 41$, la valeur de la demi-diagonale de ce carré est égale à : $290\sqrt{2}/2 \approx 205$ = 17 ' 1 ''' qui est la valeur exacte de la hauteur de la colonne inférieure.

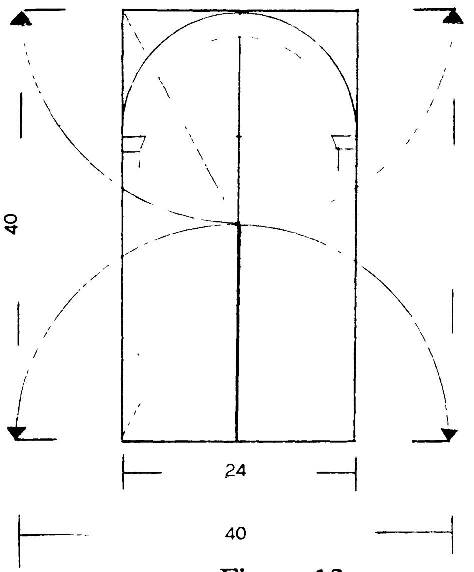

Figure 13 a

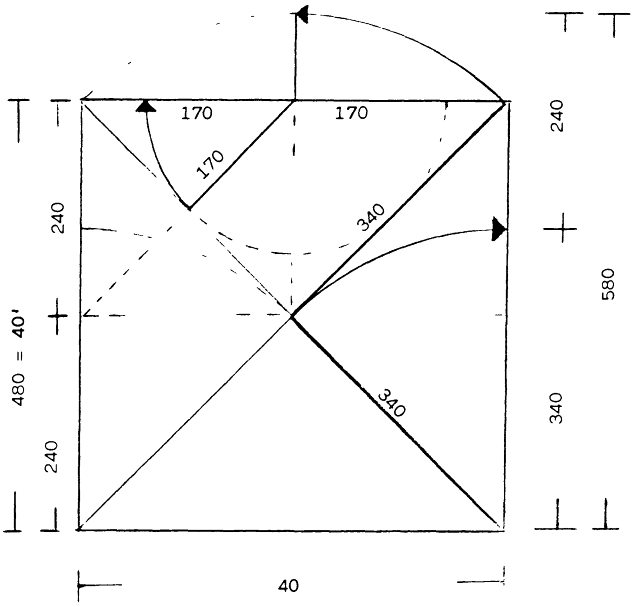

Figure 13 b

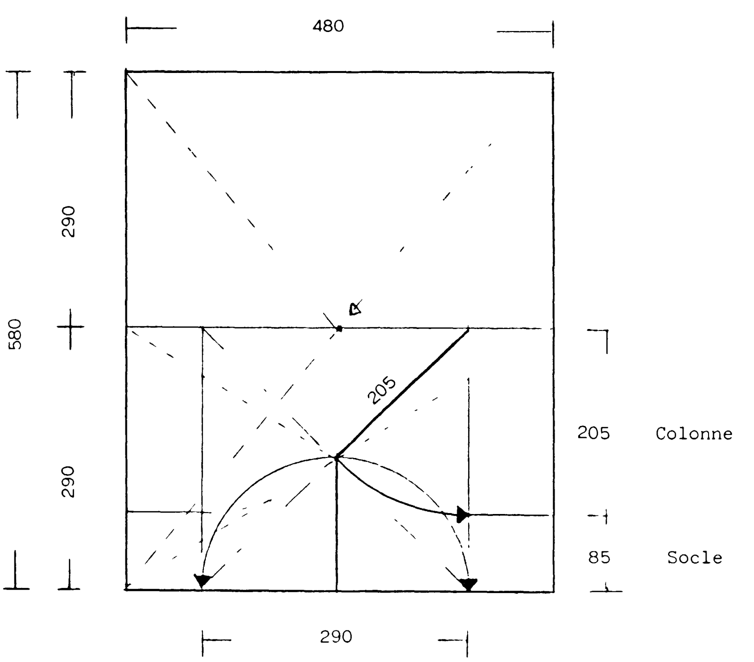

Figure 14

L'ensemble de ces déterminations "esthétiques" est reporté sur la figure 15 qui illustre notamment une relation de proportionalité entre trois couples de dimensions :

1 - Hauteurs des étages supérieur et inférieur : 240 et 340
2 - Largeurs de l'avancée et de l'entablement total : 340 et 480
3 - Hauteurs colonnes et colonnes + socle : 205 et 290

Ces trois couples sont proportionnels puisqu'ils dérivent des approximations de $\sqrt{2}$ et l'on peut écrire dans le vieux langage de l'analogie :

$$240 : 340 \quad :: \quad 340 : 480 \quad :: \quad 205 : 290$$

- Des deux premiers couples il découle que 340 est une approximation de la moyenne géométrique de 240 et 480 (dont la valeur approchée serait de : 339,11...).

- Par permutation, le premier et le dernier couple conduisent à la proportion :

$$240 : 205 \quad :: \quad 340 : 290$$

dont la valeur est égale au double de celle de la médiété harmonique.

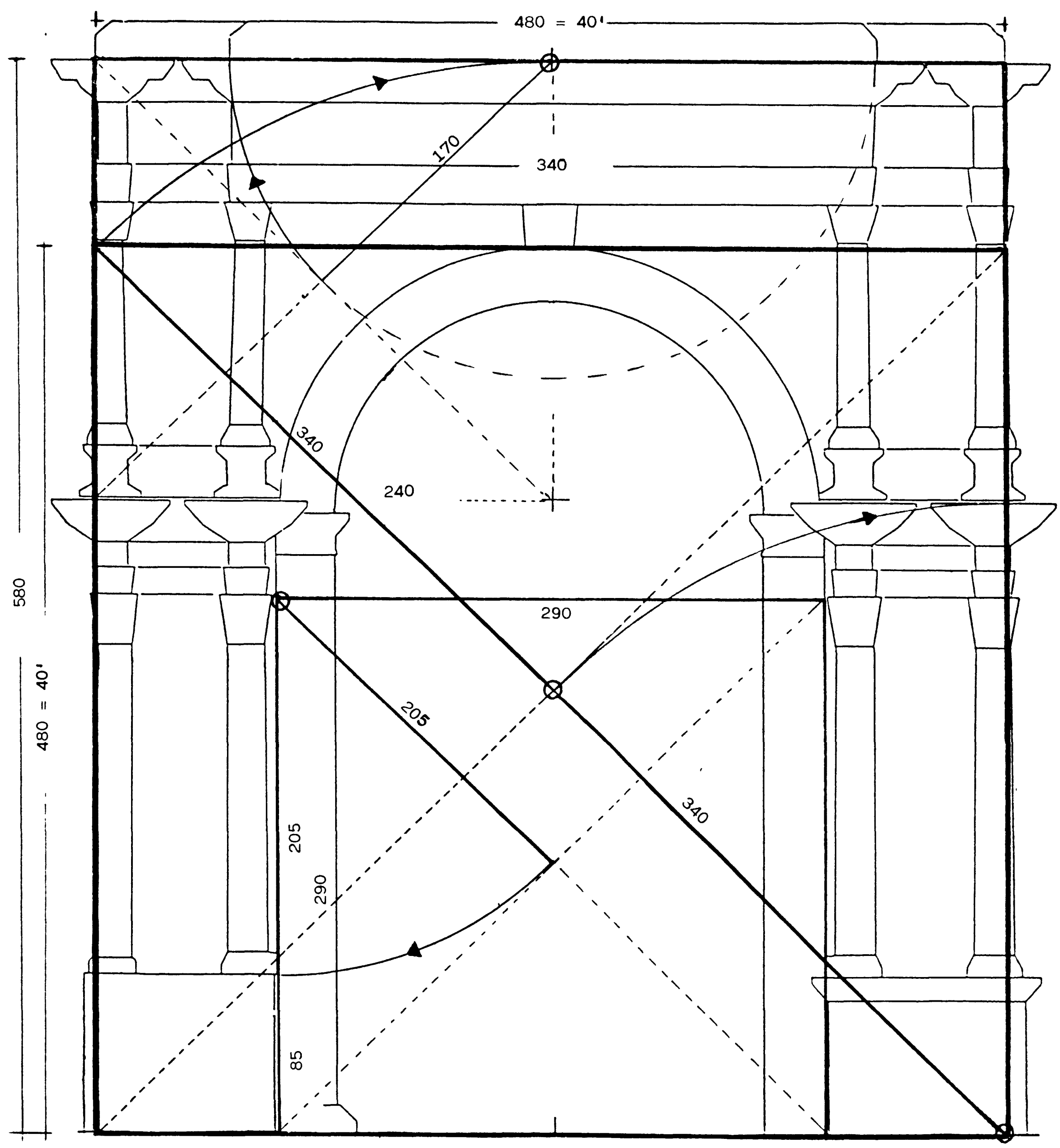

Figure 15

Au terme de toutes ces constructions, l'organisation générale du plan de la Porte Noire et l'équilibre de ses parties se traduisent aussi par l'intrication de plusieurs doubles carrés.

L'organisation est évidemment dominée par le double carré central de 290 sur 580 dont le carré inférieur correspond au niveau 3 des colonnes et à la largeur de la baie avec ses pilastres. La hauteur de 580 est segmentée par le partage harmonique entre le premier et le second étage.

L'étage supérieur comprend un premier double carré de 240 sur 480 correspondant à la hauteur de cet étage et à la largeur de l'entablement. Il en comprend aussi un second de 162 sur 324 (ou 13 ' 1/2 sur 27 ') correspondant à la hauteur des colonnes supérieures et à l'entre-axe des colonnes centrales : la hauteur de ces colonnes avec leur socle est donc égale à leur distance à l'axe médian de la Porte.

L'étage inférieur est segmenté par un partage sous-harmonique qui donne les hauteurs de la colonne et du socle de base. La largeur de ce socle est donnée comme égale à 8 ' 1/2 = 102 ''' ce qui, à un pouce près, est la moitié de la hauteur de la colonne de 205.

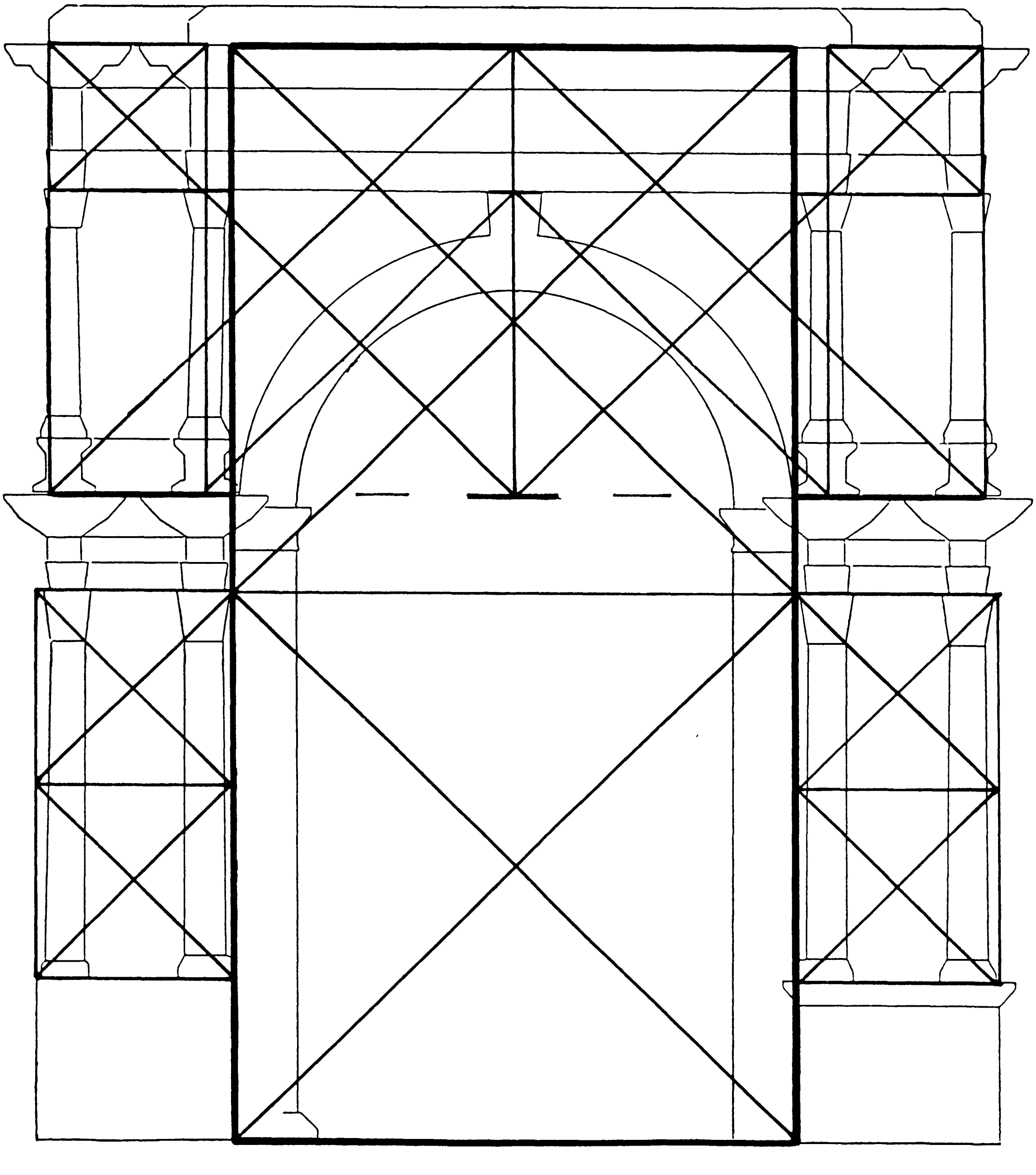

Figure 16

III. ELABORATION DU PLAN

Les analyses précédentes sont essentiellement descriptives. Elles constituent un simple inventaire des relations géométriques qui existent entre les dimensions en indiquant comment l'une d'entre elles peut être construite à partir de certaines autres. Elles ne disent en rien dans quel ordre ces déterminations ont été effectuées ou, en d'autres termes, comment l'architecte a procédé à l'élaboration de son plan. Les contraintes que révèlent ces analyses permettent toutefois de proposer une hypothèse sur le déroulement des étapes qui ont été parcourues.

La plus importante, et sans doute la première de ces contraintes réside dans la distinction de ce qui plus haut a été appelé logique "architectonique" et logique "esthétique en même temps, et c'est celà qui importe, que leur très étroite coordination qui laisse supposer qu'il s'agit de deux démarches parallèles entreprises à partir d'une même origine.

Ce point de départ commun ne peut être que le carré de 40 pieds construit sur la hauteur 1-9 de la baie et la largeur de l'entablement supérieur car sous l'angle "architectonique", la dimension de 40 pieds dérive du carré générateur de 17 ', tandis que sous l'angle "esthétique", les partages harmoniques et sous-harmoniques se construisent à partir des diagonales d'un carré de 40 '.[2]

Il est, par ailleurs, vraisemblable de supposer que cette valeur de 40 pieds correspondait approximativement à la largeur de la Porte que l'on avait demandé à l'architecte de construire. Elle en aura, en fait, 42 au niveau du socle et 43,5 à la corniche supérieure.

Pour réaliser son projet, l'architecte se serait donc initialement donné un carré de 40 pieds, ou 480 pouces, sachant que ce nombre lui faciliterait les calculs s'il recourait à la théorie des approximations et, notamment, lui permettrait d'obtenir très aisément les partages de la hauteur qu'il avait en vue. Sur cette base il aurait alors accompli deux démarches parallèles mais indépendantes :

- une démarche "architectonique" régressive aboutissant à la définition de la maille de son quadrillage ;

- une démarche "esthétique" progressive conduisant aux partages déjà mentionnés.

Les grandes étapes de ces deux démarches sont résumées dans le tableau ci-après dans lequel les diverses constructions, qui ont déjà été exposées, sont simplement évoquées.

Au terme de ces deux étapes, la démarche esthétique est pratiquement achevée tandis que du côté architectonique la maille de 17 pieds se trouve définie. Il ne reste plus, dès lors, qu'à construire le quadrillage, à tracer sur celui-ci la diagonale AB de la figure 11 et effectuer les constructions reportées sur cette figure.

Présenté de la sorte, le plan de la Porte Noire se révèle d'une assez grande simplicité puisqu'il repose exclusivement sur des rabattements de diagonales de carrés ou de doubles carrés. Cette interprétation repose toutefois sur un présupposé : les valeurs attribuées aux dimensions sont toutes dérivées de la théorie des approximations des grandeurs non co-mesurables. Ces nombres particuliers apparaissent immédiatement sur les dimensions "esthétiques" qui sont l'objet des partages relevant de la théorie des médiétés. Il est, par contre, nécéssaire de les "dévoiler" pour les dimensions "architectoniques" sur lesquelles ils

[2] Il est à noter que J. Bruchet proposait aussi une valeur de 40 pieds (de 0,28) pour la hauteur 1-9 (Tome 1, p 142), mais en supposant que le centre de l'arcade était initialement au niveau 6 de la corniche et non pas au niveau 5 du pilastre comme il l'est actuellement après la reconstruction de Marnotte. Bien que cet architecte ait procédé vers 1870-75 à une réfection totale de l'archivolte et de la voûte, il n'est pas nécéssaire de supposer qu'il n'ait pas respecté sur ce point précis les données dont il disposait alors.

Architectonique

1 - Délimiter à l'intérieur du carré de 40 un rectangle épiditrite de 24 x 40, ou, d'une manière équivalente, couper la hauteur hauteur de 40 selon la relation hémiole de 16 à 24.

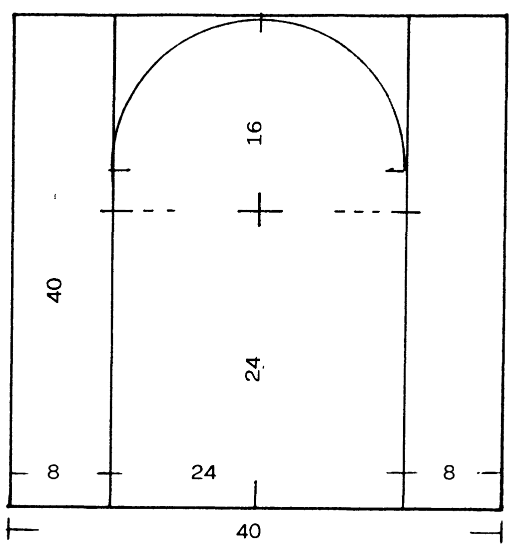

Figure 17 a

2 - Construire un carré de 24 ' = 288'''
Tracer les demi-diagonales et les rabattre pour obtenir les hauteurs théoriques de ses demi-diagonales pour obtenir les
colonne : $24 / \sqrt{2} \approx 17' = 204'''$
socle : $24 - 17 = 7' = 84'''$

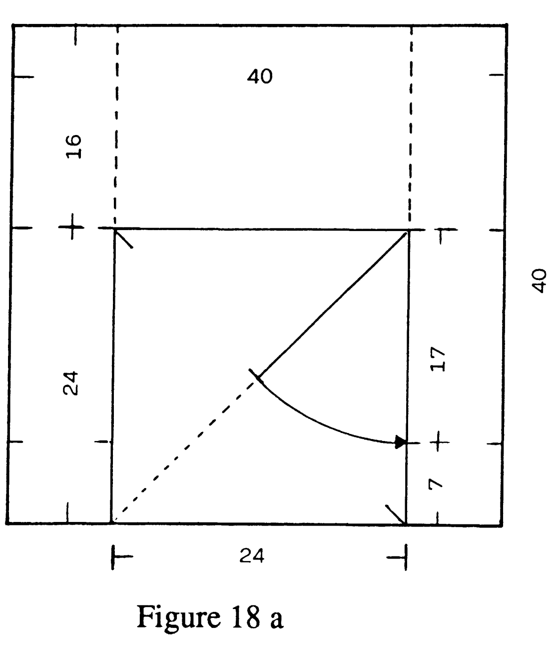

Figure 18 a

Esthétique

1-Tracer les diagonales du carré de 40'= 480'''
Relever à la verticale les demi-diagonales pour situer les deux corniches avec :
1 - 6 = 340
6 - 11 = 240 TOTAL = 580

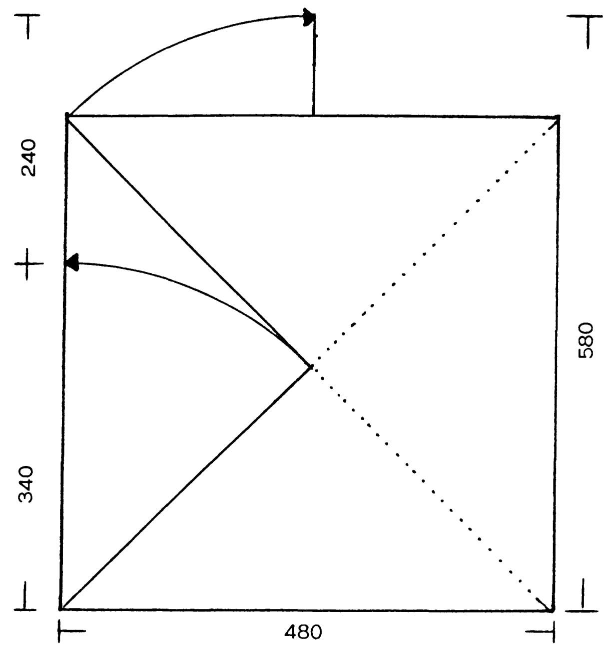

Figure 17 b

2 - Tracer les diagonales du rectangle 580 < 480 pour partager la hauteur et construire le carré de 290. Rabattre hauteurs effectives de
colonne : $290 / \sqrt{2} = 205$
socle : 290 - 205

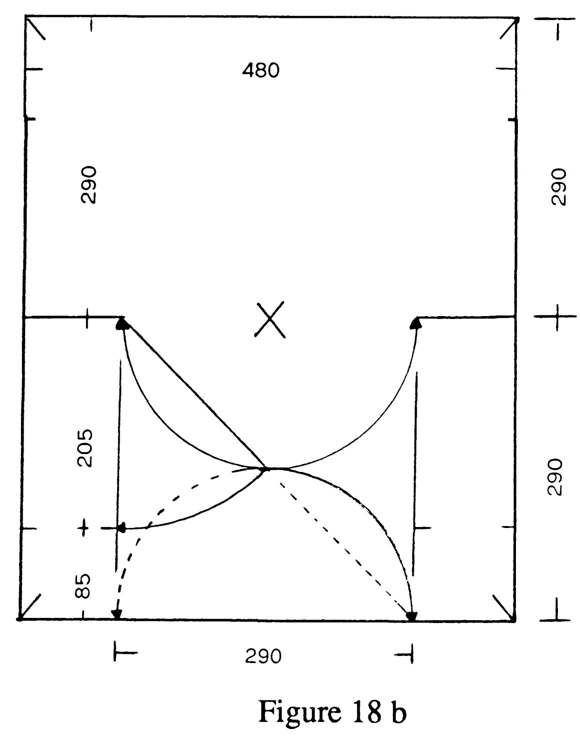

Figure 18 b

n'apparaissent qu'à la condition de retrancher des diverses hauteurs la hauteur théorique de 7 pieds du socle de base. L'homogénéité des résultats ainsi obtenus est le signe que ce dévoilement n'est sans doute pas arbitraire.

L'interprétation proposée pésente trois avantages : simplicité, cohérence et précision.

Simplicité — des constructions géométriques, certes, mais aussi et surtout, de l'attribution d'une valeur à une dimension : en fonction de la théorie des approximations, aucun calcul n'est désormais nécéssaire. Pour obtenir la valeur souhaitée, il suffit de consulter un abaque ou une table de ces nombres.

Cohérence — des diverses opérations élémentaires effectuées sur un quadrillage commun qui en assure la compatibilité et cohérence des démarches régressive et progressive effectuées à partir d'un point de départ commun. Cette cohérence ne se révèle qu'à condition de dissocier d'abord ce qui relève de l'architectonique et ce qui relève de la décoration. Ce n'est qu'après cette dissociation que l'unité de l'ensemble peut être mise en évidence.

Précision — des résultats obtenus : après la traduction en pieds et en pouces, qui est le seul moment où l'on procède à un ajustement, toutes les dimensions principales données par les auteurs sont déterminées sans aucun écart. Il est loin d'en être ainsi de bien des schémas ou tracés régulateurs parfois proposés sans que leur adéquation soit vérifiable autrement que par des coïncidences graphiques. Ici, les tracés des figures 11 et 15 ne sont pas des preuves mais de simples illustrations des résultats de certaines opérations. La véritable preuve réside dans les nombres. Si l'on conteste ces nombres, qui sont fonction de l'unité de mesure choisie, le pied romain, les rapports entre mesures métriques conduiraient aux mêmes conclusions, mais il faudrait alors faire appel à l'incertaine et subjective notion de valeur approchée.

Ces constatations euphoriques étant faites, il n'en résulte pas pour autant que l'on soit en mesure d'affirmer avec une certitude absolue que la démarche de l'architecte fut effectivement celle qui vient d'être esquissée. Il ne s'agit encore que d'une hypothèse.

D'aucuns la jugeront aventureuse car supposant trop de connaissances de la part de l'architecte qui, toutefois, n'aurait fait que suivre les préceptes que Vitruve prend le soin d'édicter dès le premier chapitre de son premier livre.

Quelques autres l'estimeront peut-être digne d'intérêt du fait qu'elle situe délibérément la conception architecturale dans un cadre strictement défini et qu'elle s'éfforce de rejoindre la façon dont on concevait et traitait jadis les relations et les proportions.

Quoiqu'il en soit, l'homogénéité et la complétude des résultats auxquels elle conduit rendent cette hypothèse vraisemblable. De plus, l'analyse d'autres monuments déjà évoqués suggère que ce type de démarche ne constitue pas un cas isolé, un hapax, mais qu'elle s'inscrit dans un tradition architecturale qui recourait à la théorie géométrique des proportions définies entre les segments d'une droite ainsi qu'à la théorie arithmétiquedes approximations qui en est le complément indispensable dès que l'on veut exprimer ces proportions en nombres entiers.

Ce monument de " l'art triomphal des Gaules ", comme le dit Hélène Walter, n'est pourtant pas l'un des exemples les plus réussis de cette tradition. Certes le recours à l'antique théorie des médiétés est-il ici incontestable : l'architecte a effectivement tenu à inscrire l'une de ces médiétés sur son édifice. Mais, d'une part, il n'en choisit qu'une seule et, d'autre part, il l'inscrit <u>sur</u> et non pas <u>dans</u> la structure même de la construction. Il est, en effet, remarquable que cette médiété harmonique ou sous-harmonique ne porte que sur les hauteurs et qu'en soient exclues les largeurs bien que celles-ci soient aussi rigoureusement déterminées que les hauteurs. D'autres témoins de cet art triomphal, comme l'Arc d'Orange, apportent la preuve d'une bien meilleure maîtrise des proportions par la coordination de médiétés tant harmoniques que géométriques et qui concernent aussi bien les hauteurs que les largeurs. (Actuellement en préparation : " L'Arc d'Orange ou la maîtrise des proportions ")

En apporte aussi la preuve un témoin beaucoup plus modeste quant à ses dimensions qui n'ont rien de triomphal : l'*autel d'Apollon* d'Arles. Connu surtout pour sa décoration sculptée, ses dimensions n'en sont pas moins fort intéréssantes car l'on y découvre, malgré leur nombre très réduit, les trois médiétés de partition.

Il s'agit d'un bloc unique de : 1,34 de large - 0,782 de haut - 0,445 de profondeur. En sa partie médiane est creusée sur toute la hauteur une sorte de niche de 0,595 de large et 0,15 de profondeur bordée de deux panneaux de 0,375 de large. Le bloc supérieur servant de table de sacrifice n'a pas été retrouvé.

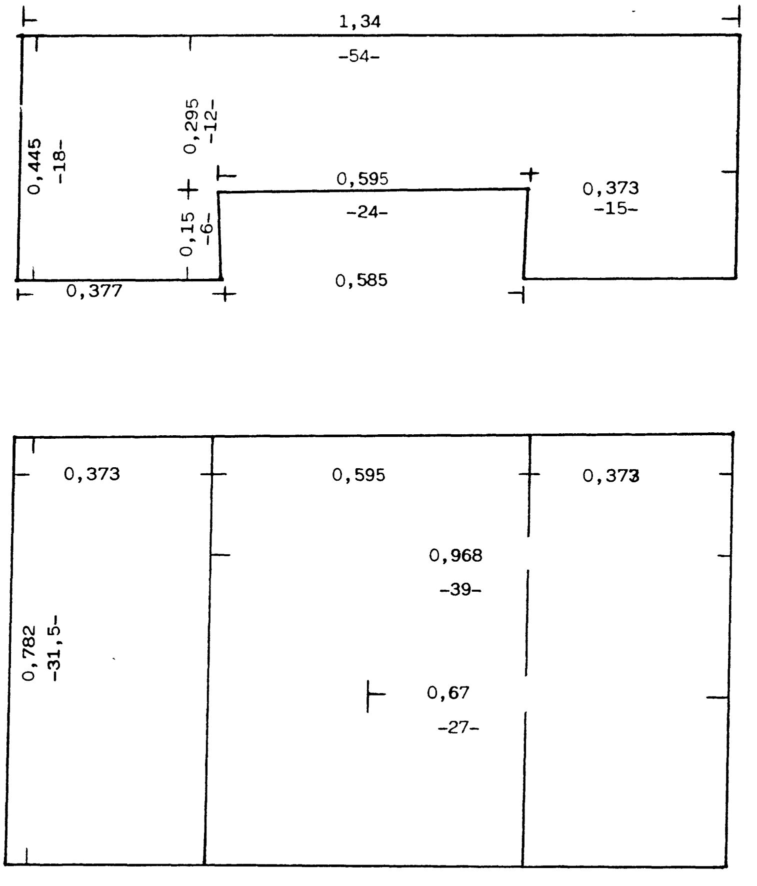

Figure 19

La procédure euclidienne du retranchement alterné, ou *anthyphérèse*, est une technique, aisément programmable, qui permet d'exprimer par des rapports d'entiers simples la valeur du rapport de deux dimensions. Appliquée sur quatre couples de dimensions de l'autel d'Apollon, elle conduit à des résultats directement interprétables en termes de médiété en même temps qu'elle suggère quelle doit être la valeur de l'unité de mesure utilisée par le sculpteur. (cf le tablau 4 in note technique pour la lecture du tableau)

Tableau 3

ARLES — Autel d'Apollon — Anthyphérèses

0,58358	- 1 -		1,34	0,782
1,34	Largeur		*0*	*1*
0,782	Hauteur		*1*	*0*
1,71355	1,34	0,782	1	1
1,4014	0,67	1,564	2	1
2,4911	0,804	1,303	5	3
2,0364	0,7817	1,341	**12**	**7**
27,5	0,782	1,34	329	192

0,44403	- 2 -		1,34	0,595
1,34	Largeur		*0*	*1*
0,595	Niche		*1*	*0*
2,2521	0,67	1,19	2	1
3,96667	0,5743	1,388	7	3
1,03448	0,5956	1,339	**9**	**4**
29	0,595	1,34	259	115
1	0,595	1,34	268	119

0,62689	- 3 -		0,595	0,373
0,595	Niche		*0*	*1*
0,373	Panneaux		*1*	*0*
1,59517	0,595	0,373	1	1
1,6802	0,2975	0,746	2	1
1,4702	0,3967	0,56	3	2
2,1268	0,3719	0,597	**8**	**5**
7,8889	0,3731	0,595	59	37

0,80785	- 4 -		0,968	0,782
0,968	0,595+0,373		*0*	*1*
0,782	Hauteur		*1*	*0*
1,23785	0,968	0,782	1	1
4,2043	0,7744	0,978	5	4
4,89474	0,7836	0,966	**21**	**17**
1,11765	0,7818	0,968	**26**	**21**
8,5	0,782	0,968	229	185

Tableau 3

Couple 1 : Largeur et hauteur sont dans le rapport de 12 à 7 qui est l'une des approximations de la médiété harmonique, ce qui est dire que le rectangle principal de l'autel est un *rectangle harmonique.*

Couple 2 : La largeur de l'autel et celle de la niche sont dans le rapport de 9 à 4 qui est l'une des approximations de $\sqrt{5}$.

Couple 3 : La largeur de la niche et celle de l'un des panneaux sont dans le rapport de 8 à 5; ce qui est l'une des approximations de la *médiété géométrique.*

Couple 4 : Le rapport de 21 à 17 (ou de 26 à 21) est une approximation de $\sqrt{5}$-*1*.

Il convient enfin de mentionner que la profondeur de la niche (0,15) est le tiers de la profondeur totale, donc la moitié de la partie restante, ce qui correspond à la *médiété arithmétique* de partition.

Les trois "anciennes" médiétés pythagoriciennes se retrouvent donc bien sur cet autel où elles se découvrent non seulement par la valeurs des rapports mais aussi par les nombres en pouces qui ont été attribués aux dimensions concernées.

Si l'on part du rapport de 9 à 4 du deuxième couple, en supposant que les valeurs en pouces de ces dimensions sont des multiples de 9 et de 4, et en attribuant 54 pouces et 24 pouces à ces dimensions (soit respectivement : 4 pieds 6 pouces et 2 pieds) les valeurs du pied et du pouce sont voisines des valeurs standards avec :

1 ' = 0,2977 1''' = 0,02481

Avec ces unités, les valeurs des dimensions en unité antiques (reportées entre deux tirets sur la figure 19) sont les suivantes et les écarts avec les relevés sont absolument négligeables :

	Mesures	*Pouces*	*Val.Théorique*
1 - Largeur	1,34	54	1,339
2 - Hauteur	0,782	31 1/2	0,7814
3 - Profondeur	0,445	18	0,4475
4 - Niche	0,595	24	0,5954
5 - Profondeur	0,15	6	0,1488
6 - Panneaux	0,373	15	0,372

La construction géométrique de ces dimensions est excessivement simple :

1 - Sur un carré initial de 2 pieds, soit 24 pouces, effectuer la construction euclidienne du "partage en moyenne et extrême raison" (Euclide II, 11) pour laquelle :

$$12\sqrt{5} = 4\sqrt{5} \times 3 \approx 9 \times 3 = 27$$

et rabattre à l'horizontale ces diagonales de 27 pour avoir la largeur totale de 54. Ce faisant on détermine *deux partages géométriques* entre la largeur de la niche et chacun des panneaux.

2 - Construire un carré de 54 et effectuer le *partage harmonique* de sa hauteur en considérant que : $54 = 6 \times 9$,
et que l'on a donc l'approximation dérivée :

$$54\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \times 9 \approx 8\,1/2 \times 9 = 76\ 1/2$$

et : $54(\sqrt{2}-1) \approx 76\ 1/2 - 54 = 22\ 1/2$

d'où : $54(2-\sqrt{2}) = 54 - 22\ 1/2 = \mathbf{31\ 1/2}$

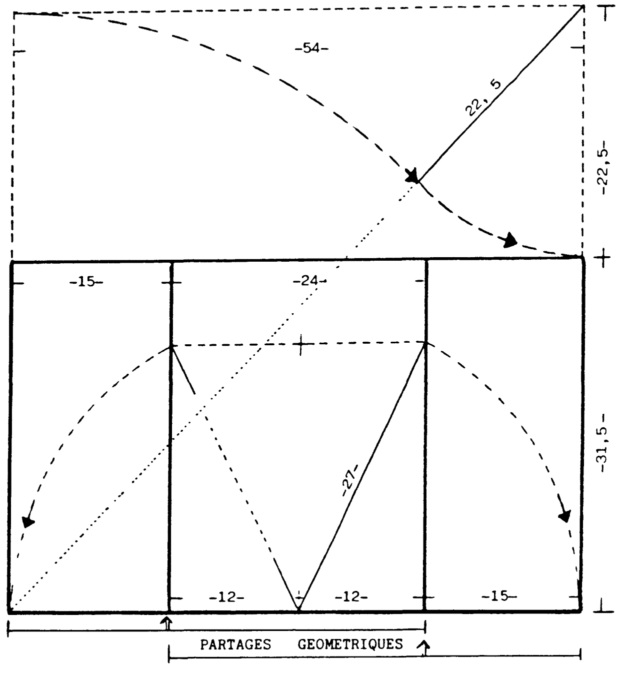

Figure 20

Malgré la modestie de ses dimensions, malgré leur nombre réduit, le petit autel d'Arles présente rigoureusement les mêmes caractéristiques formelles que la monumentale Porte Noire. Essentiellement : le recours aux médiétés de partition ainsi qu'à leur complément qu'est la théorie des approximations. Il apporterait ainsi une nouvelle preuve, s'il en était besoin, à l'axiome selon lequel " il n'y a de coordination géométrique entre dimensions que si et seulement si il y a approximations ".

Toutefois, les différences importent autant que les similitudes : à l'intérieur de ce cadre conceptuel commun, la théorie des médiétés est loin d'être utilisée avec autant d'habileté ou de virtuosité. Rien de plus simple, d'enfantin même, que la détermination des dimensions de l'autel, le rabattement de deux diagonales y suffit. Il ne faut cependant pas se leurrer, cette simplicité des moyens est précisément preuve de maîtrise, on pourait même dire de perfection. A l'opposé, les déterminations de le Porte Noire paraissent laborieuses, quelque peu artificielles, uniquement dirigées par le souci d'avoir des dimensions "bien réglées" mais sans que l'on ait cherché à établir entre elles une quelconque proportion au contraire de ce qui se passe, par exemple, pour l'Arc d'Orange.

De ce point de vue, la Porte Noire n'est pas le meilleur des exemples que l'on puisse présenter de l'utilisation des médiétés en architecture. A contrario, elle constitue une excellente illustration d'une coordination géométrique des dimensions, qu'au fond rien n'imposait, associée à la théorie des approximations : même lorsqu'il n'y pas désir d'inscrire l'une des médiétés, on n'en continue pas moins à recourir à des déterminations d'origine géométrique et à les traduire dans ces nombres particuliers que sont les approximations.

* * *

L'historien de la mathématique ancienne aborde l'étude d'un monument d'un point de vue qui, naturellement, diffère de celui de l'archéologue. Implantation, techniques de construction, combinaison des éléments d'une modénature ou programme iconographique ne sont pas de son ressort. Par contre, en l'absence de textes, il cherche des indices, non pas de la mathématique pure, mais de ses retombées, de ses utilisations. Toute collection de mesures prises sur un édifice est, pour lui, témoignage potentiel d'inter-relations ordonnées par un principe d'origine mathématique. Il se délecte alors à les combiner pour découvrir leurs éventuelles particularités. Il lui arrive même parfois de regretter de ne pas disposer de toutes les mesures qui lui seraient utiles et dont pourtant les relevés pierre à pierre attestent qu'elles ont été effectuées avec précision pour les moindres détails. Il lui semble alors que l'archéologue fait preuve de méfiance envers ce qui n'est que numérique. Sans doute est-ce simplement parce qu'il ne saurait en donner une interprétation rationnellement satisfaisante et qui échapperait aux pièges de la numérologie et de la mystique des nombres.

Pourtant, rapports et proportions ont certainement été choisis et combinés avec tout autant de soin que les divers éléments d'une modénature. Systématiquement étudiés et répertoriés comme le sont ces éléments, classés par périodes et aires géographiques, ils apporteraient une information complémentaire non négligeable en permettant de mieux caractériser la genèse d'un projet architectural, "l'allure" d'un monument, le "style" d'une période, son esthétique, ses modes ainsi que leur diffusion et leur évolution. Cet historien très spécial s'insèrerait ainsi, à sa place et avec ses moyens, dans une oeuvre collective dont tous les acteurs sont indispensables pour mieux connaître notre passé aussi objectivement que possible.

Pour les édifices qui ont été élaborés selon les mêmes principes - dont il n'est absolument pas question d'affirmer la validité universelle - cette étude de la Porte Noire est un exemple de ce que ces analyses pourraient être. Il est à souhaiter que d'autres édifices soient passés au crible de la même interprétation, ne serait-ce que pour constater s'ils en vérifient ou non les contraintes. Ce tri est relativement aisé pour le monde romain par suite de la valeur à peu près stable de l'unité de mesure. La connaissance assurée des nombres attribués aux dimensions permet, en effet, de reconnaître, avec un minimum d'entraînement, s'ils correspondent ou non à des approximations. Le problème restera plus difficile à résoudre pour le monde grec tant que les archéologues n'auront pas élaboré un critère absolument indubitable pour le choix de l'unité de mesure. Il se pourrait, toutefois, que la théorie des approximations, si elle est admise pour le monde romain, constitue l'un des éléments de ce critère qu'il conviendra, certes, de combiner avec d'autres relevant de l'histoire comme de la géographie politique.

NOTE TECHNIQUE

Rapports - Médiétés - Approximations

Pour autant qu'un édifice poursuit une visée esthétique, son architecte-concepteur, qui est, en quelque sorte, le Maître des Proportions, détermine les dimensions en fonction de rapports privilégiés à ses yeux et les coordonne dans des systèmes de proportions considérées comme harmonieuses.

La détection de son dessein doit donc commencer par tenter de déceler quels sont les rapports et les proportions mis en oeuvre. On ne saurait y parvenir sans s'efforcer de se remettre, autant que faire se peut, dans l'état d'esprit et les conceptions de l'époque ni sans faire intervenir la manière de parler des rapports et de traiter des proportions qui avaient alors cours et qui étaient, non seulement différents, mais beaucoup plus subtils que ceux de notre époque. Cette brève note technique n'a d'autre but que de rappeller sommairement quelques notions qu'il importe de connaître avant toute tentative d'interprétation du plan d'un monument antique.

Langage des rapports

Un rapport est une certaine relation entre un couple de deux grandeurs. Dans l'antiquité, cette relation se décrit en indiquant comment l'une des grandeurs se construit à partir de l'autre grandeur. Cette manière de faire est totalement tombée en désuétude. Ainsi pour la relation de la métope et du triglyphe d'une frise dorique de la période classique dont nous disons qu'elle est égale à : 2/3. Les anciens ne ramènent jamais un rapport à une fraction irréductible comme nous avons coutume de le faire. Ils considèrent que la métope se construit à partir du triglyphe en lui ajoutant sa moitié, ou symétriquement, que le triglyphe est égal à la métope moins son tiers. D'une certaine façon, ils constituent des classes de couples qui tous sont tenus pour différents, mais qui ont une propiété commune : "être égal à l'autre plus sa moitié" , ce qu'ils appellent la relation " hémiole" (ou sesquialtère). Le plus grand est l'hémiole du petit, et symétriquement, le petit est le "sous-épitrite" du plus grand :

+1/2 Hémiole
A <========> B
- 1/3 Sous-Epitrite

Il se construit ainsi un véritable langage, qu'il n'y a pas lieu d'exposer ici mais qu'il est néanmoins utile de connaître car il y a tout lieu de penser, que tout comme le lexique des modénatures, un architecte puisait dans ce langage bien standardisé pour déterminer des couples de dimensions. Sauf pour des valeurs simples, les rapports entre mesures métriques ne mettent pas en évidence une relation épiditrite ou bi-sesquialtère, aussi est-il souvent utile de recourir à" l'algorithme d'Euclide ", ou anthyphérèse, pour les déceler puisqu'il fournit des approximations d'un rapport par une liste de couples d'entiers généralement petits.

Se reporter à : D.H. Fowler, 1979. Cet auteur est le premier à avoir proposé l'utilisation de l'anthyphérèse lors d'une discussion avec J.J. Coulton dans un article non encore publié : " An objective and practical method for describing and understanding ratios " dans lequel il fournit un programme simple adapté dans le tableau 3 ci-dessus pour le calcul des anthyphérèses de l'autel d'Apollon d'Arles. La composition de ce tableau est la suivante :

Tableau 4

Procédure d'anthyphérèse

				A	B	
B / A	0,58358			1,34	0,782	
A	**1,34**	Largeur		*0*	*1*	*Paramètres*
B	**0,782**	Hauteur		*1*	*0*	*de calcul*
A / B	1,71355	1,34	0,782	1	1	Rapport A/B approximé
	1,40143	0,67	1,564	2	1	par le couple (X,Y)
Calculs	*2,49107*	0,804	1,30333	5	3	
	2,03636	0,781667	1,34057	**12**	**7**	<--- Rapport choisi
	27,5	0,782006	1,33999	329	192	
				X	**Y**	
Vérification :		A x Y/X	B x X/Y			

(tableau 4)

Proportions

Une proportion (qui est à distinguer soigneusement d'un rapport) concerne au moins trois termes et généralement quatre. Comme le dit Euclide : " une proportion est une identité de raisons " (livre V, définition 4). Au sens le plus strict, qui est celui d'Euclide, sont considérés comme proportionnels les couples de grandeurs qui appartiennent à la même classe ou d'hémioles, ou d'épitrites, etc...

Mais, plus généralement, on considérait aussi comme analogues ou proportionnels les couples (A, B) et (C, D) qui avaient une propriété commune, ce que l'on énonçait dans le vieux langage de l'analogie :

A est à B comme C est à D

en le notant selon :

A : B :: C : D

Les Médiétés

La notion de médiété, qui fut l'un des sommets de l'arithmétique pythagoricienne, est totalement ignorée aujourd'hui. Comme on en rencontre fréquemment la trace dans l'architecture antique, il est indispensable d'en connaître les éléments.

Une médiété concerne trois termes exclusivement : le "moyen" B et les deux "extrêmes" (le petit : A et le grand : C) qui sont entre eux dans une relation de même type sans être nécéssairement de même sens. On ne mentionnera ici que les trois "anciennes" médiétés, dont la découverte est attribuée aux premiers pythagoriciens, en les présentant au travers d'exemples numériques unis par la relation d'hémiole ou sous-hémiole, toute autre relation convenant aussi bien, seul importe l'orientation de cette relation et donc ci-dessous, le sens des flèches.

a) - *Médiétés de Comparaison.*
Médiété arithmétique
Le triplet (18, 36, 54) constitue une médiété arithmétique car il vérifie :

18 <----------- 36 ----------> 54
-18 +18
sous-hémiole hémiole

Médiété géométrique

Le triplet (24, 36, 54) constitue une médiété géométrique car il vérifie :

24 -----------> 36 ----------> 54
+12 +18
hémiole hémiole

Médiété harmonique

Le triplet (18, 27, 54) constitue une médiété harmonique car il vérifie :

18 --------------> 27 <-------------- 54
+9 -27
hémiole sous-hémiole (= moitié)

Exemple : On pourrait ainsi avoir un édifice de longueur 54' et de largeur 27' (donc un double carré) et de hauteur 18 . Ce triplet de dimensions constituerait une médiété harmonique et la largeur de 27' serait le moyen harmonique des deux autres dimensions. Dans l'ignorance de la théorie des médiétés, la relation harmonique de ces trois termes passerait inaperçue alors qu'elle serait, très vraissemblablement, une caractéristique importante et délibérée de l'édifice.

Ces trois médiétés se définissent aussi par une égalité de rapports sur les différences :

1 - *Arithmétique* : a-b / b-c = a / a

Le moyen diffère du petit et du grand de la même part de lui même

2 - *Géométrique* : a-b / b-c = a / b

Chaque terme excède l'autre de la même part

3 - *Harmonique* : a-b / b-c = a / c

Les deux extrêmes sont dans une relation inversée avec le moyen

b) - *Médiétés de Partition.*

Au lieu de choisir trois dimensions telles que longueur, largeur et hauteur pour les coordonner dans l'une des trois médiétés, on peut aussi chercher à segmenter une hauteur par des colonnes, entablement ou corniches de telle sorte que les segments vérifient la propriété caractéristique de l'une des médiétés. On parle alors soit de " partage d'une droite ", soit de " médiétés de partition".

En raison des contraintes qu'impose le partage d'une droite la relation qui existe entre le grand extrême A et le moyen B est maintenant compètement déterminée et pour les trois médiétés précédentes on aura :

Partage arithmétique : B/A = 2/3
" géométrique : B/A = ($\sqrt{5}$-1)/2 ≈ 0,618...
" harmonique : B/A = 2 - $\sqrt{2}$ ≈ 0,5857...

Prenons, par exemple, une colonne dont la hauteur est le double de la hauteur de l'entablement. Les trois hauteurs (entablement, colonne, totale) constituent alors une *médiété arithmétique* puisque l'on peut les représenter par les nombres : entablement = 1, colonne = 2, hauteur totale = 3 et que : (1+3)/2 = 2. De ce fait, dès qu'une dimension est divisée en deux segments dont l'un est le double de l'autre on est en présence d'une médiété arithmétique de partition.

Le partage géométrique, qui est directement lié au "nombre d'or", est l'objet d'une célébrité sans doute excessive. Il consiste à partager une droite de telle sorte que :

" le tout soit au grand comme le grand est au petit "

L'une des façons (car il en existe plusieurs) de le construire géométriquement est de projeter une partie de la diagonale d'un double carré comme sur la figure ci-après :

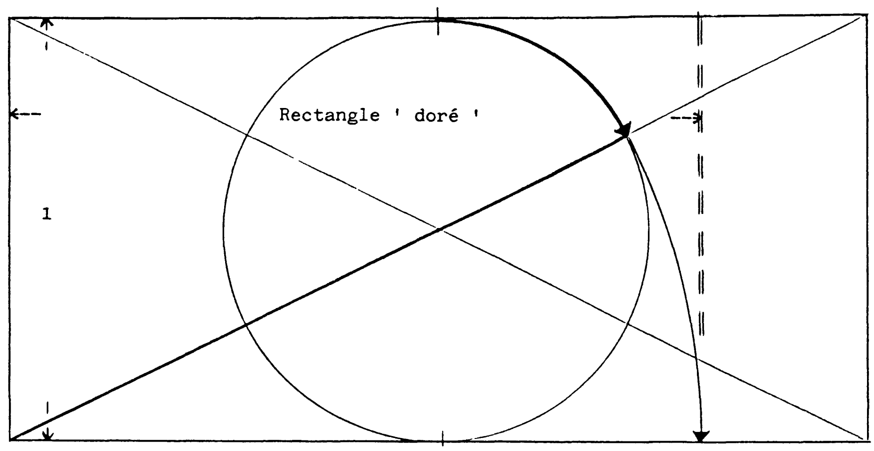

Figure A - Partage géométrique

Le *partage harmonique*, que nul ne mentionne, semble pourtant plus fréquemment utilisé en architecture que le précédent. On le construit géométriquement par le rabattement d'une partie de la diagonale d'un carré car $2 - \sqrt{2}$ a pour complément à l'unité $\sqrt{2} - 1$, d'ou la construction de la figure ci-dessous :

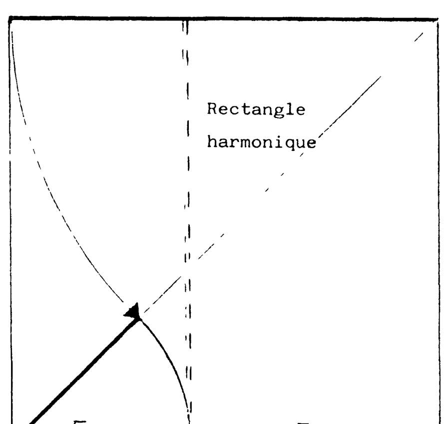

Figure B - Partage harmonique

Le quatrième et dernier partage n'a pas de désignation aussi évocatrice que les deux précédents. Il correspond à la sixième médiété de Nicomaque dite " sous-contraire à la géométrique". Cette appellation résulte de sa définition arithmétique: $a\text{-}b / b\text{-}c = b / a$.

En tant que médiété de partition,il est caractérisé par le fait que : $B/A = 1 / \sqrt{2}$.
On le construit donc très facilement par le rabattement de la demi-diagonale d'un carré. Géométriquement, plus que du partage géométrique, il est proche du partage harmonique dont il est, en quelque sorte, le symétrique. On conviendra donc, pour cette raison, de la qualifier de *partage sous-harmonique* :

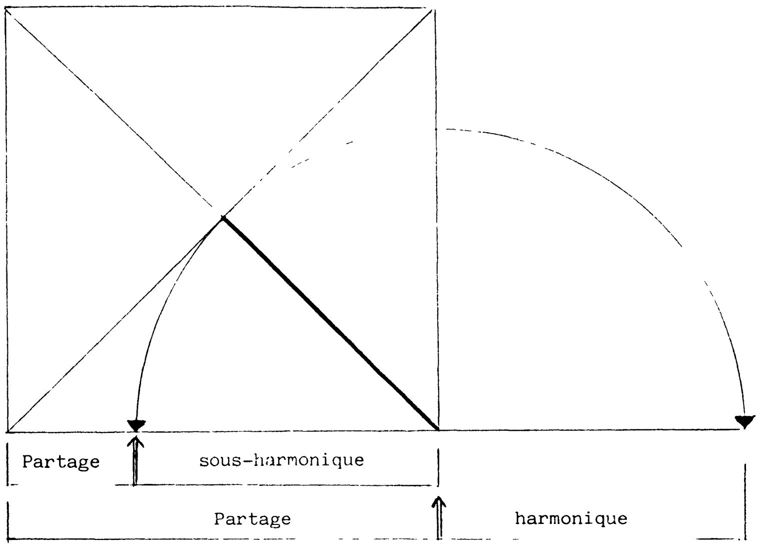

Figure C - Association des deux médiétés

Ces quatre partages d'une droite font intervenir des couples de grandeurs qui, comme on le sait, ne sont pas commensurables. Il n'en est pas pour autant nécéssaire de suivre le conseil de Vitruve : "il faudra se servir de lignes parce que cela ne peut se faire par les nombres ". Tout au contraire des nombres existent et ils ont été effectivement utilisés par les architectes antiques (à tout le moins par les architectes romains). Ils constituent ce que l'on appelle des approximations d'incommensurables.

Les approximations

Déclarer que le côté d'un carré et sa diagonale ne sont pas co-mesurables revient à dire qu'il n'est pas possible de trouver deux carrés, dont les côtés soient mesurés en nombres entiers, et dont l'un soit exactement le double de l'autre. S'il est effectivement impossible d'avoir exactement le double, par contre, on peut trouver "presque" le double.

Soit ainsi un carré de côté 5 et un autre de côté 7. Le double de la surface du premier est de : 25 x 2 = 50 alors que la surface du second et de 49. Le deux surfaces ne diffèrent que d'une seule unité. Il en irait de même avec le couple (12, 17) puisque 122 x 2 = 288 et que : 172 = 289. De tels couples sont dits " *approximations d'ordre 1*" de $\sqrt{2}$ et l'on convient de poser : $5\sqrt{2} \approx 7$ ou : $12\sqrt{2} \approx 17$.

D'une façon plus formelle, on conviendra d'appeller " approximation d'ordre 1 " tout couple de deux nombres entiers X et Y tels que k fois le carré du premier soit égal au carré du second à une unité près , d'où la définition précise donnée par l'équation (1), souvent appellée "équation de Pell - Fermat " :

(1) *Couple (X, Y) d'entiers vérifiant* : $(k.X^2) - Y^2 = \pm 1$ $\quad (k \in N)$

Ce qui est vrai du carré l'est aussi du double-carré, constitué de deux carrés accolés. Il s'agit cette fois-ci de trouver un carré dont la surface soit " presque " le quintuple de la surface du premier. Soit un carré de 4 et un carré de 9. On a : $4^2 \times 5 = 80$ alors que : $9^2 = 81$. De même : $17^2 \times 5 = 1445$ alors que : $38^2 = 1444$. On posera à nouveau :
$4\sqrt{5} \approx 9$ ainsi que : $17\sqrt{5} \approx 38$.

On dispose ainsi de listes initiales de couples de nombres à partir desquelles se déduisent aisément les approximations des partages harmoniques et géométriques. On aurait ainsi :

(12, 17) ---> $\sqrt{2}-1 \approx (5, 12)$ et : $2-\sqrt{2} \approx (7, 12)$

(17, 38) ---> $(\sqrt{5}-1)/2 = (38 - 17)/2 = 10{,}5$, soit le couple : (17, 10,5)

Approximations dérivées
Si un architecte a recours aux mathématiques, il n'en est pas pour autant l'esclave. Ses dimensions peuvent avoir des valeurs quelconques qui ne coïncident pas forcément aux couples de nombres que le mathématicien lui fournit et les approximations d'ordre 1 constituent un lexique trop restreint pour ce qu'il doit réaliser. Il lui faut donc étendre ce lexique et recourir à des approximations dérivées c'est à dire à des couples dont les différences sur les carrés, tout en restant petites, seront supérieures à l'unité. Il se trouve heureusement des manières systématiques de procéder à l'extension du glossaire initial sans en atténuer pour autant la rigueur. On admettra ainsi que :

a) - Un carré de côté double aura une diagonale double.
Si 17 est diagonale de 12, alors 34 sera admis comme diagonale de 24 ;
Pareillement un carré ou un double carré de côté moitié aura une diagonale de valeur moitié.
Si : $17\sqrt{5} \approx 38$, alors : $8{,}5\sqrt{5} \approx 19$.

b) - On appliquera aux approximations la règle (qui ne vaut que pour la valeur "exacte" de $\sqrt{n}$) :

$$1/\sqrt{n} \times n = \sqrt{n}$$

Si 17 est diagonale de 12 , 12 x 2 = 24 sera admis comme diagonale de 17 ,
Si 38 est diagonale de 17, 17 x 5 = 85 sera diagonale de 38.

Approximations et valeurs approchées
Compte tenu de cette extension de la notion d'approximation, on admettra pour principe fondamental qu'en architecture seules ces approximations sont utilisées et que l'on ne recourt jamais à une "valeur approchée".

La valeur approchée de la racine carrée d'un entier (qui n'est pas un carré parfait) est, en général, le résultat d'une procédure systématique d'extraction de la racine carré de ce nombre. Elle peut aussi être le résultat de la division des deux entiers d'une approximation. Procédure d'extraction ou division de deux entiers fournissent une raison théorique la valeur retenue mais, dans la pratique, on ne se soucie guère d'une telle justification et l'on se contente de retenir une ou deux décimales des valeurs affichées par une calculatrice de poche ...!

Implicitement cela suppose un calcul effectué par l'architecte. Or, il n'est que de parcourir l'oeuvre de Diophante pour constater les difficultés de ces calculs comme de la formulation de leurs résultats dans un système de notation par quantièmes. Il y a tout lieu de penser que lors de la détermination de leurs dimensions les architectes antiques ne se sont pas livrés à ce genre de calculs fort peu commodes. Pour autant qu'ils ont eu recours à des modèles géométriques, que présuppose la théorie des médiétés, ils se sont arrangés pour utiliser les approximations directes ou dérivées. En d'autres termes on prendra pour axiome : "Coordination géométrique si et seulement si recours aux approximations directes ou dérivées".

Liste des approximations

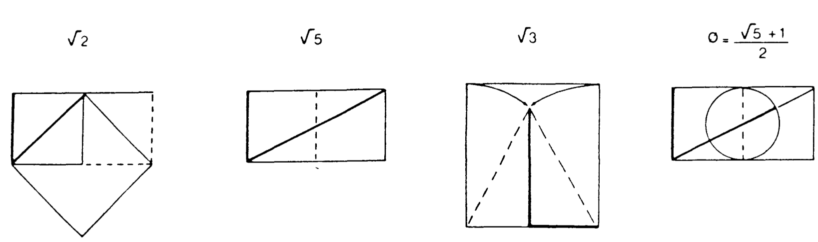

Figure D

Carré $\sqrt{2}$		Double-carré $\sqrt{5}$		Triangle Equi... $\sqrt{3}$		Part... Géom... $(\sqrt{5}+1)/2 = Ø$
5	7	4	9	4	7	1, 2, 3, 5, 8,
12	17	17	38	15	26	13, 21, 34, 55,
29	41	à partir de Ø		56	97	89, 144, 233,...
70	99	13	29	et :		Suite de LUCAS :
(Nombres de Théon)		21	47	11	19	11, 18, 29, 47,
		55	123	41	71	76, 123, ...

Tel est donc, très sommairement esquissé, le cadre général proposé pour l'interprétation des relations d'un édifice. Il n'a rien de mystérieux ou de secret, comme certains se complaisent à le supposer. Il s'agit beaucoup plus simplement d'une théorie mathématique parfaitement connue des Anciens et qui ne tire son prétendu mystère que de l'oubli dans lequel elle est aujourd'hui tombée. Ce cadre demande bien évidemment à être complété. A défaut de se reporter vers les auteurs anciens tels que Nicomaque ou Théon , on peut consulter les restitutions de la mathématique pré-euclidienne que proposent :

Sir Thomas Heath , *A history of Greek Mahematics*, Clarendon Press, Oxford, 1921-1960.

David H. Fowler, *The Mathematics of Plato's Academy : a new reconstruction*, Clarendon Press, Oxford, 1987.
"Ratio in Early Greek Mathematics", *Bulletin of Am. Math. Soc.*, (new series), Vol 1, 1979, 807/846.

Pierre-Henri Michel , *De Pythagore à Euclide*, Les Belles Lettres, Paris, 1957

On trouvera aussi chez ces auteurs toutes les indications utiles sur les triangles rectangles rationnels, ou diophantiens, de type (3 , 4 , 5) ou (5 , 12 , 13) ainsi que sur les nombres polygonaux dont il n'a pas été question ici mais que les archéologues déclarent parfois rencontrer.

(Bibémus, décembre 1988).

* * *