MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

B. MONJARDET

Métriques et relations. Avant-propos

Mathématiques et sciences humaines, tome 67 (1979), p. 5-6
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1979__67__5_0>

Math. Sci. hum. (*17*^e année, n°67, *1979*, p.5-6)

METRIQUES ET RELATIONS
Avant-propos

B. MONJARDET

Ce numéro spécial de *Mathématiques et Sciences Humaines* a pour titre Métrique et Relations, thème dont on ne s'étonnera pas qu'il ait déjà fait l'objet de nombreux articles de la Revue. On sait bien que beaucoup de "données" en Sciences Humaines : préférences, classements, choix, réseaux sociaux, structures linguistiques, etc. peuvent être modélisées mathématiquement, au moins en partie, à l'aide de relations - ou de graphes - de natures diverses. Des considérations métriques peuvent alors intervenir à différents niveaux. Par exemple, dans un réseau de communications modélisé par un graphe, on peut chercher à évaluer la proximité de deux noeuds en se donnant une distance entre sommets du graphe, ce qui conduit à l'étude de telles métriques. On peut aussi si le réseau a évolué chercher à comparer les deux graphes correspondants,ce qui peut conduire à définir une distance entre graphes. Mais en fait une telle distance sera toujours plus ou moins reliée aux propriétés structurelles pertinentes de l'ensemble des graphes possibles dans la situation considérée. Ces structures seront souvent de nature relationnelle et en particulier ordinale, ce qui conduit à accorder une grande importance aux métriques définies sur les graphes particuliers que sont les ensembles ordonnés (cf. par exemple *Math. Sci. hum.* n°56). Il faut toutefois noter que d'autres structurations pertinentes peuvent être de nature algébrique (par exemple, le groupe des permutations), le cas latticiel, souvent observé étant à la fois algébrique et ordinal.

Dans d'autres cas, la définition d'une distance entre relations ne sert pas seulement à les comparer, mais est utilisée pour définir des procédures d'ajustement ou de résumé, généralisant des pratiques usuelles en statistique descriptive (il est bien connu, par exemple, que les valeurs centrales, moyenne, médiane et mode d'une série statistique sont des valeurs "à distance minimum" de la série pour le choix de trois formulations particulières de cette distance).Dans ce contexte relationnel, l'obtention du meilleur résumé ou ajustement n'est pas toujours aussi simple que dans le cas numérique. Et bien que de telles méthodes métriques aient été définies depuis assez longtemps (cf. la bibliographie, page 115, qui recense entre autres une vingtaine d'articles de M.S.H. sur ce thème), il restait difficile d'obtenir effectivement les solutions optimales. L'article de Michaud et Marcotorchino constitue une avancée importante dans ce domaine d'optimisation combinatoire, basée sur une modélisation linéaire des problèmes et l'emploi élégant de méthodes de programmation linéaire.

Une question est bien naturelle dans ce contexte : quelle métrique ou quel "éloignement" (cf. page 115) choisir ? On sait qu'il s'agit d'une question fondamentale en "analyse des données" et que la réponse dépend à la fois du contexte et de considérations pratiques ou (et) théoriques. Parmi ces dernières, l'étude systématique des propriétés d'une distance et en particulier de ses axiomatiques, constitue une piste intéressante, pouvant parfois justifier son emploi. L'article de Barthélémy fait la synthèse de plusieurs caractérisations axiomatiques de la distance de la différence symétrique dans différents ensembles de relations, en apportant des résultats nouveaux (par exemple, des systèmes d'axiomes indépendants). On remarquera à ce propos que si cette distance est apparue souvent comme "naturelle", c'est qu'elle est très liée à certaines propriétés structurelles des ensembles de relations considérés. Mais, comme nous l'avons déjà signalé, le même ensemble de relations peut recevoir plusieurs structures. Ainsi il existe une structure de treillis sur l'ensemble des préordres totaux, et la distance latticielle correspondante est utilisée dans l'article de Schader pour définir une méthode de classification originale dotée d'un algorithme performant (il serait intéressant de préciser ses défauts ou qualités par rapport à d'autres méthodes). De même les métriques étudiées dans l'article de Cohen et Deza sont en général liées aux structures algébriques - demi-groupe, groupe - définissables sur des ensembles de relations ou d'applications. Si plusieurs des concepts évoqués ou généralisés dans leur article proviennent de la théorie des codes correcteurs d'erreurs, il est peu douteux que des notions analogues (par exemple, celle de L-clique) soient apparues ou puissent apparaître dans des modélisations mathématiques en Sciences Sociales. De même la métrique partitionnelle entre permutations définie par C. Le Conte de Poly dans son article, pourrait être intéressante dans d'autres contextes que celui des tableaux à marge fixée où elle apparaît.

Signalons enfin que tous les articles de ce numéro contiennent implicitement ou explicitement de nombreux problèmes ouverts, dont il reste à souhaiter que leurs solutions paraissent un jour dans la Revue.