

B. MONJARDET

**Relations à « éloignement minimum » de relations  
binaires. Note bibliographique**

*Mathématiques et sciences humaines*, tome 67 (1979), p. 115-122

[http://www.numdam.org/item?id=MSH\\_1979\\_\\_67\\_\\_115\\_0](http://www.numdam.org/item?id=MSH_1979__67__115_0)

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1979, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

RELATIONS A "ELOIGNEMENT MINIMUM" DE RELATIONS BINAIRES  
NOTE BIBLIOGRAPHIQUE

B. MONJARDET\*

La bibliographie rassemblée dans cette note concerne les méthodes métriques d'ajustement ou de résumé de relations binaires. Dans ces méthodes l'ensemble des relations binaires considéré est muni d'une certaine distance  $d$ . Celle-ci est souvent la distance de la différence symétrique ([11]), mais bien d'autres distances entre relations binaires sont utilisables. Dans le cas de l'ajustement, une relation binaire  $R$  d'un certain type est donnée et on cherche la relation binaire  $M$  d'un autre type qui en est la plus proche, c'est-à-dire qui minimise  $d(M,R)$ . Un cas typique est celui de l'ajustement d'une relation de tournoi (obtenue, par exemple, par la méthode des comparaisons par paires) par un ordre total ([97],[88],[16],[4], etc.) Dans le cas du résumé, un  $n$ -uplet de relations binaires  $(R_i)_{i=1,n}$  est donné et on cherche une relation binaire  $M$  "moyenne" des  $(R_i)$ . A cette fin on définit un "éloignement" entre le  $n$ -uplet  $(R_i)$  et  $M$ , par exemple, la somme des distances de  $M$  aux différents  $R_i$ , et on cherche  $M$  minimisant cet éloignement. Un exemple typique est celui de l'agrégation d'ordres (ou préordres) totaux en un ordre total ([61], [9], [56], etc.), un autre celui des partitions "centrales" ([90], [92]). On trouvera des vues d'ensemble récentes sur ces méthodes métriques dans Barthélémy-Monjardet ([14]) et Marcotorchino-Michaud ([72]), l'ouvrage des seconds développant particulièrement les algorithmes de résolution.

La bibliographie rassemblée se limite en principe aux problèmes d'ajustement et de résumé de relations binaires. C'est ainsi que le thème "distances entre relations binaires" n'apparaît que marginalement ([62], [79], [28], [29] par exemple). Les relations considérées peuvent

---

\*Université de Paris-V et Centre de Mathématique Sociale de l'Ecole des Hautes Etudes en Sciences Sociales.

éventuellement être valuées, notamment dans le cas des comparaisons par paires. On est alors très proche de problèmes du type ultramétrique (échelle de Gutmann) à distance minimum d'une dissimilarité (correspondance), qui ne sont toutefois pas inclus dans cette bibliographie. On trouvera, par contre, des textes ne relevant pas explicitement de méthodes métriques. C'est notamment le cas de ceux utilisant la notion de (relation) médiane sans faire allusion à sa définition métrique, souvent ignorée, il est vrai. Enfin certains articles constituent des prolongements mathématiques autonomes, à partir de questions posées par une méthode métrique ; par exemple, en combinatoire [38], [17], [98].

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] ADELSMAN R., WHINSTON A., "The equivalence of three social decision functions", *Revue d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationnelle*, 11, 3 (1977), 257-265.
- [2] ANDERSON A.B., "The Bogart preference structures : applications", *J. Math. Sociol.*, 3 (1973), 69-83.
- [3] ARROW K.J., *Social choice and individual values*, New York, J. Wiley & Sons, 1962, 2nd ed.
- [4] ASTIE A., "Comparaisons par paires et problèmes de classement : Estimation et tests statistiques", *Math. Sci. hum.*, 32 (1970), 17-44.
- [5] ASTIE A., "Comparaisons par paires. Recherche d'un classement ou d'un ensemble de classements des objets comparés", *Rev. Statist. appl.*, 3 (1973), 51-63.
- [6] ASTIE A., "Comparaisons par paires. Estimation de relations d'ordres et tests", *Publ. Inst. Statist. Univ. Paris*, (1973).
- [7] BARBUT M., *Médiane, Distributivité, Eloignements*, Publications du Centre de Mathématique Sociale, E.P.H.E., 6ème Section, 1961.
- [8] BARBUT M., "Note sur les ordres totaux à distance minimum d'une relation binaire donnée", *Math. Sci. hum.*, 17 (1966), 47-48.
- [9] BARBUT M., *Médianes, Condorcet et Kendall*, note SEMA, Paris, 1967.
- [10] BARBUT M., FREY L., *Techniques ordinales en analyse des données, Algèbre et Combinatoire*, Paris, Hachette, 1971.
- [11] BARBUT M., MONJARDET B., *Ordre et Classification, Algèbre et Combinatoire*, Tomes I et II, Paris, Hachette, 1970.
- [12] BARTHELEMY J.P., "Sur les éloignements symétriques et le principe de Pareto", *Math. Sci. hum.*, 56 (1976), 97-125.

- [13] BARTHELEMY J.P., *Propriétés métriques des ensembles ordonnés. Comparaison et agrégation de relations binaires*, Thèse de doctorat d'état de Mathématiques, Université de Besançon, 1979.
- [14] BARTHELEMY J.P., MONJARDET B., "Ajustement et résumé de données relationnelles : les relations centrales", in *Analyse des données et Informatique*, IRIA, 1979.
- [15] BERGES J.C., JACQUET-LAGREZE E., "Analyse des préférences du jury "Programme Architecture nouvelle" ", in *Analyse des données et Informatique*, IRIA, 1979, 51-61.
- [16] BERMOND J.C., "Ordres à distance minimum d'un tournoi et graphes partiels sans circuits maximaux", *Math. Sci. hum.*, 37 (1972), 5-25.
- [17] BERMOND J.C., "The circuit hypergraph of a tournament", *Infinite and finite sets*, Proc. Coll. Math. Soc. János Bolyai, Keszthely, Hongrie, 1973, North Holland, Amsterdam, vol. I, 1975, 165-180.
- [18] BERMOND J.C., KODRATOFF Y., "Une heuristique pour le calcul de l'indice de transitivité d'un tournoi", *Revue d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationnelle*, 10, 3 (1976), 83-92.
- [19] BIRKHOFF G., *Lattice theory*, 3rd ed., Providence, Amer. Math. Soc., 1967.
- [20] BLACK D., "On the rationale of group decision making", *J. Polit. Economy*, 56 (1948), 23-34.
- [21] BLACK D., "The decision of a committee using a special majority", *Econometrica*, 16 (1948), 245-261.
- [22] BLACK D., *The theory of Committees and Elections*, Cambridge, Cambridge University Press, 1958.
- [23] BLIN J.M., "Preference Aggregation and Statistical Estimation", *Theory and Decision*, 4 (1973), 65-84.
- [24] BLIN J.M., "A linear formulation of the multiattribute decision problem", *Revue d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationnelle*, 10, 6 (1976), 21-32.
- [25] BLIN J.M., WHINSTON A.B., "A note on majority rule under transitivity constraints", *Management Science*, 20 (1974), 1439-1440.
- [26] BLIN J.M., *Assignment models in voting theory*, Discussion paper 237, The Center for Mathematical Studies, Northwestern University, 1976.
- [27] BLIN J.M., WHINSTON A.B., "Discriminant functions and majority voting", *Management Science*, 21, 5 (1975), 1029-1041.
- [28] BOGART K.P., "Preference structures I : Distances between transitive preference relations", *J. Math. Sociol.*, 3 (1973), 49-67.
- [29] BOGART K.P., "Preference structures II : Distances between asymmetric relations", *SIAM J. Appl. Math.*, 29, 2 (1975), 254-262.
- [30] BOWMAN V.J., "Permutation polyhedra", *SIAM J. Appl. Math.*, 22, 4 (1972), 580.

- [31] BOWMAN V.J., COLANTONI C.S., "Majority rule under transitivity constraints", *Management Science*, 19 (1973), 1029-1041.
- [32] BOWMAN V.J., COLANTONI C.S., "Further comments on majority rule under transitivity constraints", *Management Science*, 20 (1974), 1441.
- [33] CHANDON J.L., LEMAIRE J., "Agrégation typologique de quasi-ordres ; un nouvel algorithme", in *Analyse des Données et Informatique*, IRIA, 1977, 63-75.
- [34] CONDORCET, Marquis de, *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, Paris, 1785 (reprint, Chelsea Publ. 6, New York, 1974).
- [35] COOK W.D., SAIPE A.L., "Committee approach to priority planning : the median ranking method", *Cahiers du Centre d'Etudes et de Recherche Opérationnelle*, 18, 3 (1976), 337-352.
- [36] COOMBS C.H., "Social choice and strenght of preference", in *Decision Processes*, New York, Wiley, 1954, 69-86.
- [37] DAVID H.A., *The method of paired comparisons*, London, Griffin, 1963.
- [38] DAVIDSON R.R., ODEH R.E., "Some inconsistencies in judging problems", *J. Comb. Theory*, Vol.13 (1972), 162-169.
- [39] DAVIS O.A., DEGROOT M.H., HINICH M.J., "Social preference orderings and majority rule", *Econometrica*, 40 (1972), 147-157.
- [40] DE CANI J.S., "Maximum likelihood paired comparison ranking by linear programming", *Biometrika*, 56, 3 (1969), 537-545.
- [41] DE CANI J.S., "A branch and bound algorithm for maximum likelihood paired comparison ranking", *Biometrika*, 59, 1 (1972), 131-135.
- [42] DEGENNE A., *Techniques ordinales en analyse des données : Statistique*, Paris, Hachette, 1972.
- [43] DURAND B., "A propos du problème du nombre minimum d'arcs à enlever pour supprimer les circuits d'un graphe", *Math. Sci. hum.*, 20 (1967), 61-66.
- [44] ERDOS P., MOON J.W., "On sets of consistent arcs in a tournament", *Canadian math. Bull.*, 8 (1965), 269-271.
- [44bis] FELDMAN J., "Pôles, intermédiaires et centres dans un groupe d'opinion", *Math. Sci. hum.*, 43 (1973), 39-54.
- [45] FISHBURN P.C., "Condorcet social choice functions", *SIAM J. Appl. Math.*, 33, 3(1977), 469-489.
- [46] FLUECK J.A., KORSH J.F., "A branch search algorithm for maximum likelihood paired comparison ranking", *Biometrika*, 61, 3 (1974), 621-6.
- [47] GOODMAN L.A., "On methods of amalgamation", in *Decision Processes*, New York, Wiley, 1954, 39-48.
- [48] GRANDMONT J.M., "Intermediate preferences and the majority rule", *Econometrica*, 46, 2 (1978), 317-330.

- [49] GRINDBERG E., DAMBIT Ya., "Some properties of graphs containing circuits", *Latv. math. ezh.*, (1965), 65-70 (en russe).
- [50] GUENOCHÉ A., "Un algorithme pour pallier l'effet Condorcet", *Revue d'Automatique, Informatique et Recherche Opérationnelle*, 11, 1 (1977), 77-83.
- [51] GUILBAUD G.Th., "Les théories de l'intérêt général et le problème logique de l'agrégation", *Economie appliquée*, 15 (1952), repris dans *Eléments de la théorie des jeux*, Paris, Dunod, 1968.
- [52] GUILBAUD G.Th., ROSENSTIEHL P., "Analyse algébrique d'un scrutin", *Math. Sci. hum.*, 4 (1963), 9-33.
- [53] HARDOUIN DU PARC J., "Quelques résultats sur "l'indice de transitivité" de certains tournois", *Math. Sci. hum.*, 51 (1975), 35-41.
- [54] HEUCHENNE C., "Un algorithme général pour trouver un sous-ensemble d'un certain type à distance minimum d'une partie donnée", *Math. Sci. hum.*, 30 (1970), 23-33.
- [55] HUBERT L., SCHULTZ J., "Maximum likelihood paired-comparison ranking and quadratic assignment", *Biometrika*, 62, 3(1975), 655-659.
- [56] JACQUET-LAGREZE E., "L'agrégation des opinions individuelles", *Informatique et Sciences humaines*, 4 (1969), 1-21.
- [57] JACQUET-LAGREZE E., "Analyse d'opinions valuées et graphes de préférences", *Math. Sci. hum.*, 33 (1971), 33-55.
- [58] JACQUET-LAGREZE E., *La modélisation des préférences, préordres, quasi-ordres et relations floues*, thèse doctorat de 3ème cycle, Paris-V, 1975.
- [59] JACQUET-LAGREZE E., "Représentation de quasi-ordres et de relations probabilistes transitives sous forme standard et méthodes d'approximation", *Math. Sci. hum.*, 63 (1978), 5-24.
- [60] JUNG H.A., "On subgraphs without cycles in a tournament", *Combinatorial theory and its applications II*, Balatonfüred, P. Erdős, A. Rényi et V.T. Sös (eds), Amsterdam, North Holland, 1970, 675-677.
- [61] KEMENY J.G., "Mathematics without numbers", *Daedalus*, 88 (1959), 577-591.
- [62] KEMENY J.G., SNELL J.C., *Mathematical models in the Social Sciences*, New York, Gin and Co, 1962.
- [63] KENDALL M.G., *Rank correlation methods*, 3<sup>e</sup> ed., New York, Hafner, 1962.
- [64] KENDALL M.G., BABINGTON SMITH B., "On the method of paired comparisons", *Biometrika*, 33 (1940), 239-251.
- [65] LECLERE N., PEYROUX C., *Méthode de Jacquet-Lagrèze*, Arcueil, C.I.R.O., Note de cours APO/NC3-3/72 (1972).
- [66] LEMAIRE J., *Agrégation typologique des préférences*, thèse doctorat de 3e cycle, Université de Nice, 1976.
- [67] LEMAIRE J., "Agrégation typologique de données de préférences", *Math. Sci. hum.*, 58 (1977), 31-50.

- [68] LERMAN I.C., *Les bases de la classification automatique*, Paris, Gauthier-Villars, 1970.
- [69] LEVENGLICK A., "Fair and reasonable election systems", *Behavioral Science*, 20, 1 (1975), 34-46.
- [70] LEVENGLICK A., *Characterizations of social decision functions*, Ph. D Thesis, Graduate School of the City University of New York, New York, 1977.
- [71] MARCOTORCHINO J.F., MICHAUD P., *Optimization in ordinal data analysis*, Technical report, IBM, Paris, 1978.
- [72] MARCOTORCHINO J.F., MICHAUD P., *Optimisation en analyse ordinale des données*, Paris, Masson, 1979.
- [73] MARCOTORCHINO J.F., MICHAUD P., "Optimisation en analyse des données relationnelles", in *Analyse des données et Informatique*, IRIA, 1979.
- [74] MERCHANT D.K., RAO M.R., "Majority decisions and transitivity : some special cases", *Management Science*, 23, 2 (1976), 125-130.
- [75] MIRKIN B.G., "The problems of approximation in space of relations and qualitative data analysis", *Automatika i Telemekhanika*, traduit dans *Automation and Remote Control*, 35, 9 (1974), 1424-1431.
- [76] MIRKIN B.G., "On the problem of reconciling partitions", in *Quantitative Sociology, International Perspectives on Mathematical and Statistical Modeling*, New York, Academic Press, 1975.
- [77] MIRKIN B.G., "Geometrical conceptions in the analysis of qualitative variables", *Quality and Quantity*, 9 (1975), 317-322.
- [78] MIRKIN B.G., *Analyse des variables qualitatives*, Moscou, Editions "Statistika", 1976 (en russe).
- [79] MIRKIN B.G., CHERNYIL, "On measurement of distance between partitions of a finite set of units", *Automatika i Telemekhanika*, traduit dans *Automation and Remote Control*, 31, 5 (1970), 786-792.
- [80] MONJARDET B., "Quelques problèmes relatifs à la méthode des comparaisons par paires", *Math. Sci. hum.*, 37 (1972), 69-71.
- [81] MONJARDET B., "Tournois et ordres médians pour une opinion", *Math. Sci. hum.*, 43 (1973), 55-70.
- [82] MONJARDET B., "An axiomatic theory of tournament aggregation", *Math. Oper. Research*, 3, 4 (1978), 334-351.
- [83] MONJARDET B., "Théorie et applications de la médiane dans les treillis distributifs finis", Colloque franco-canadien de Combinatoire, 1979.
- [84] MOON J.W., "A note on approximating symmetric relations by equivalence relations", *SIAM J. Appl. Math.*, 14, 2 (1966).
- [85] MOON J.W. *Topics on tournaments*, New York, Holt, 1968.
- [86] MOON J.W., "Four combinatorial problems", *Combinatorial mathematics and its applications*, Oxford, D.J.A. Welsh (ed.), London - New York, Academic Press, 1971.

- [87] PEYROUX C., *Agrégation d'opinions individuelles*, Thèse de 3e cycle, Université Paris-VI, 1972.
- [88] PHILLIPS J.P.N., "A procedure for determining SLATER's  $i$  and all nearest adjoining orders", *Brit. J. Math. Statist. Psychol.*, 20 (1967), 217-225.
- [89] PHILLIPS J.P.N., "A further procedure for determining SLATER's  $i$  and all nearest adjoining orders", *Brit. J. Math. Statist. Psychol.*, 22 (1969), 97-101.
- [90] REGNIER S., "Sur quelques aspects mathématiques des problèmes de classification automatique", *I.C.C. Bulletin*, 4, Rome, 1965.
- [91] REGNIER S., "Stabilité d'un opérateur de classification", *Math. Sci. hum.*, 60 (1977), 21-30.
- [92] REGNIER S., DE LA VEGA W., *Préhension et interprétation de plusieurs classifications d'un même ensemble de données*, Compte-rendu de contrat D.G.R.S.T., Paris, A.D.I.S.H., 1976.
- [93] REID K.B., "On set of arcs containing no cycles in tournaments", *Canad. math. Bull.*, 12 (1969), 261-264.
- [94] REID K.B., PARKER E.T., "Disproof of a conjecture of Erdős and Moser on tournaments", *J. Comb. Theory*, 9, 3 (1970), 225-238.
- [95] REMAGE R., THOMPSON W.A., "Maximum likelihood paired comparison rankings", *Biometrika*, 53 (1966), 143-149.
- [96] RIBEILL G., "Equilibre, équivalence, ordre et préordre à distance minimum d'un graphe complet", *Math. Sci. hum.*, 43 (1973), 71-106.
- [97] SLATER P., "Inconsistencies in a schedule of paired comparisons", *Biometrika*, 48 (1961), 303-312.
- [98] THOMASSEN C., "Transversals of circuits in the lexicographic product of directed graphs", *Math. Sci. hum.*, 51 (1975), 43-45.
- [99] THOMPSON W.A., REMAGE R., "Rankings from paired comparisons", *Ann. Math. Stat.*, 35 (1964), 739-747.
- [100] YOUNG H.P., LEVENGLICK A., "A consistent extension of Condorcet's election principle", *SIAM J. Appl. Math.*, 35, 2 (1978), 285-300.
- [101] VANDORPE J.C1., *Information généralisée et valuation dans les treillis. Application à un problème de taxinomie numérique*, thèse doctorat de 3e cycle, Lille, 1976.
- [102] VINCKE Ph., "Ordres et préordres totaux à distance minimum d'un quasi-ordre", *Cahiers C.E.R.O.*, 20, 3-4 (1978), 453-461.
- [103] ZAHN C.T., "Approximating symmetric relations by equivalence relations", *SIAM J. Appl. Math.*, 12 (1964), 840.



- [104] BARTHELEMY J.P., "A propos des partitions centrales sur un ensemble non nécessairement fini", *Statistique et Analyse des données*, 3 (1977), 54-62.
- [105] BARTHELEMY J.P., "Comparaison et agrégation des partitions et des préordre totaux", *C.R.A.S.*, t.285 (1977), 985-987.
- [106] BARTHELEMY J.P., "Caractérisations axiomatiques de la distance de la différence symétrique entre des relations binaires", *Math. Sci. hum.*, 67 (1979), 85-113.
- [107] MICHAUD P., MARCOTORCHINO J.F., "Modèles d'optimisation en analyse des données relationnelles", *Math. Sci. hum.*, 67(1979), 7-38.
- [108] MENUET J., "Quasi-ordres et modélisation des préférences", *Note SEMA* n°197 (1974), 1-77.
- [109] MONJARDET B., "Mathématiques et Sociologie. Un point de vue et une illustration : les modèles relationnels", in *Proceedings of the first meeting of the contact group on mathematical models in human sciences*, Bruxelles, U.L.B., 1979.
- [110] ROBERTS F.S., *Discrete mathematical models*, Englewood Cliffs, Prentice Hall, 1976 (section 7-4).
- [111] SCHADER M., "Hierarchical analysis : classification with ordinal object dissimilarities", *Metrika*, (1979), à paraître.
- [112] SCHADER M., "Distance minimale entre partitions et préordonnances dans un ensemble fini", *Math. Sci. hum.*, 67 (1979), 39-47.