MATHÉMATIQUES ET SCIENCES HUMAINES

G. VINRICH

Dépendances didactiques

Mathématiques et sciences humaines, tome 57 (1977), p. 43-58

<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1977__57__43_0>

Math. Sci. hum. (15^{e} année, n°57, 1977, p.43-58)

DEPENDANCES DIDACTIQUES*

G. VINRICH

1 INTRODUCTION

Ce travail constitue la première partie d'une étude sur les dépendances didactiques à savoir, d'une part : l'étude de la mise en ordre par les enseignants d'une série d'activités mathématiques de l'enseignement élémentaire (cours préparatoire) et d'autre part, l'étude des raisons pour lesquelles certains pédagogues choisissent de faire telle leçon avant telle autre.

Pour ces études, un questionnaire a été élaboré (pour une enquête auprès des enseignants de l'Ecole Elémentaire). Cet article montre plus particulièrement la méthodologie du traitement de cette enquête, en particulier - la cohérence ou l'incohérence d'une réponse - la concordance des classements obtenus - l'ajustement d'un modèle - les divergences des enseignants par rapport au modèle ajusté ainsi qu'un début de typologie concernant les justifications des dépendances données par les enseignants.

2 ELABORATION D'UN QUESTIONNAIRE

2.1. But et méthode

Dans le but de cerner un ordre ou un préordre auprès des enseignants concernant six leçons (sur l'addition au C.P.) nous avons choisi la méthode décrite un peu plus loin après avoir éliminé les deux méthodes suivantes :

On donne les six leçons et on demande aux enseignants de déterminer un ordre total sur les six séances.

*Travail effectué dans le cadre du Diplôme d'Etudes Approfondies de Didactique des Mathématiques de l'Université de Bordeaux I, sous la direction et la précieuse collaboration de G. Brousseau, assistant à l'Université et à l'I.R.E.M. de Bordeaux.

.On donne les six leçons et on demande aux enseignants de dire pour chaque paire de leçons quel est l'ordre qu'ils proposent.

La première de ces deux méthodes ne peut conduire qu'à une étude sur l'accord des enseignants.

La deuxième est trop longue et comporte des risques d'échecs dus à la lassitude.

.La méthode choisie ici, consiste à présenter à l'enseignant la série de six leçons, à en isoler une et à lui demander de répartir les autres en trois lots.

- le lot de celles qu'il place avant la leçon proposée
- le lot de celles qu'il place après la leçon proposée
- le lot de celles qu'il place "ex-aequo" avec la leçon proposée.

On recommence cette opération en isolant successivement chacune des leçons de la série.

Par ailleurs, l'enseignant est invité à justifier en quelques mots ses répartitions en trois lots. Ceci dans le but d'essayer de construire un début de typologie des dépendances didactiques entre ces six leçons.

2.2. Questionnaire

Les six leçons (ou séquences) de mathématiques sont décrites dans le questionnaire, présentées par ordre alphabétique et numérotées de 1 à 6.

Chaque enseignant (juge) doit remplir les six tableaux qui se présentent de la manière suivante :

Séquence i

Avant i	"ex-aequo"	Après i

$i \in \{1,2,3,4,5,6\}$

Justifications................

Il faut signaler que les enseignants qui ont reçu ce questionnaire où sont décrites ces six séquences sont en principe déjà au courant des leçons présentées, mais rien ne permet d'affirmer qu'ils ont eux-mêmes effectués ces six leçons. Le choix de cette série de séquences qui concerne l'introduction de l'addition au cours préparatoire selon le canevas décrit par G.Brousseau a été guidé par l'aspect nouveau de cette introduction, son originalité, sa remise en cause de certaines habitudes et sa simplicité d'exposition.

2.3. Population

Dix réponses seulement nous sont parvenues d'institutrices de cours préparatoires et ont fait l'objet d'un traitement dont la méthodologie est décrite ci-après ; ceci malgré l'envoi de trente questionnaires dans les cinq départements de l'Académie, en particulier, dans les écoles d'application attachées aux Ecoles Normales départementales.

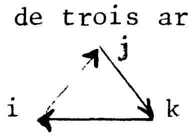
3. METHODOLOGIE DU TRAITEMENT DE L'ENQUETE

3.1. Cohérence ou incohérence d'une réponse

Pour chaque personne interrogée, nous pouvons déterminer trois relations de $\mathcal{A}$ dans lui-même ($\mathcal{A}$ désignant l'ensemble des six activités proposées).
On désignera par $R^{<}$, $R^{=}$ et $R^{>}$ ces trois relations et $G^{<}$, $G^{=}$ et $G^{>}$ leurs graphes respectifs.
Nous dirons que la réponse est cohérente si les quatre conditions suivantes sont remplies :

1/ R est antisymétrique et transitive
2/ R est symétrique et transitive
3/ $(x, y) \in G^{<} \Longleftrightarrow (y,x) \in G^{>}$
4/ $G = G^{<} \cup G^{=}$ est complet

Si l'une au moins de ces quatre propriétés n'est pas remplie, nous dirons que la réponse est incohérente.
Dans le cas d'une réponse cohérente :
$G^{=} = \emptyset$ nous conduit à un ordre total (sans les boucles) sur $\mathcal{A}$ (voir exemple I, paragraphe 4.1.).
$G^{=} = \emptyset$ nous conduit à un préordre total sur $\mathcal{A}$ donc un ordre total sur des classes d'éléments de $\mathcal{A}$ (voir exemple II, paragraphe 4.2.).
Dans le cas d'une réponse incohérente :
1°) Supposons que nous obtenions $G^{<}$ complet antisymétrique non transitif. Il semble intéressant alors de dégager s'il y a lieu l'existence et le nombre de circuits de trois arcs (voir exemple III, paragraphe 4.3.).



"choix incompatible"
$(i < j,\ j < k,\ k < i)$

$T = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}$ nombre total de cycles de trois arcs

$S = \sum_{1}^{n} \dfrac{d_i(d_i-1)}{2}$ nombre de triangles de transitivité (d_i est le degré extérieur du sommet i).

C = T − S nombre de circuits de trois arcs ou encore le nombre de choix incompatibles.

$C = \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} - \sum_{1}^{n} \dfrac{d_i(d_i-1)}{2}$ ou encore

$$C = \frac{1}{12}\ n\,(n-1)(2n-1) - \frac{1}{2}\sum_{1}^{n} d_i^2 \quad \left[\text{avec } n = 6,\ C = \frac{55 - \Sigma d_i^2}{2}\right]$$

On pourra éventuellement calculer un coefficient de compatibilité K défini par $K = 1 - \frac{24\ C}{n^3 - 4n}$ (n pair) $\left[n = 6, \quad K = 1 - \frac{C}{8}\right]$

$K = 1$ si $C = 0$

$K = 0$ si $C = \frac{n^3 - 4n}{24}$ qui correspond au nombre maximum de circuits de trois arcs dans le cas n pair.

[En effet : $\Sigma\, d_i^2$ sera minimum lorsque l'on aura la moitié des d_i égaux à $\frac{n}{2}$ l'autre moitié des d_i égaux à $\frac{n-2}{2}$

d'où min $\Sigma\, d_i^2 = \frac{n(n^2-2n+2)}{4}$

donc C max $= \frac{n^3-4n}{24}$]

2°) Supposons maintenant une réponse incohérente qui ne rentre pas dans le cadre du 1°) ci-dessus.

Nous allons, pour déterminer un préordre sous-jacent, utiliser la méthode suivante (relativement "longue", mais assez "fine") (voir exemple IV, paragraphe 4.4.).

a) Nous considérons que la réponse donnée en six tableaux constitue une réponse suivant six points de vue.

Nous pouvons construire pour chaque tableau i une relation R_i dans $\mathcal{H}$ ayant pour lien verbal : "......n'est pas après......" ou encore "......est avant ou ex-aequo"....

On remarque que ces six relations R_i sont transitives et que les graphes G_i sont complets.

$G_0 = \bigcap_i G_i$ est le graphe qui rassemble les choix unanimes (quels que soient les points de vue considérés).

En général, le graphe G_0 est incomplet ou très incomplet le problème est donc le suivant : quels sont les couples qu'il faut adjoindre à G_0 pour en déduire un graphe G complet qui soit en aussi "bon accord" que possible avec les six points de vue.

b) Construction d'un indicateur de concordance et d'un indicateur de discordance

Considérons deux éléments m et n de $\mathcal{T}$, le couple (m,n) permet de répartir les six points de vue dans deux classes disjointes l'une : $C(m,n)=\{i/(m,n) \in G_i\}$ qui rassemble les points de vue qui sont en concordance avec une relation qui serait vérifiée par (m,n).

l'autre : $D(m,n) = \{i/(m,n) \notin G_i\}$ qui rassemble les points de vue qui sont en discordance avec une telle relation.

Remarquons que si $C(m,n) = \{1,2,3,4,5,6\}$ alors $(m,n) \in G_0$

Nous pourrons juger alors la concordance plus ou moins bonne des divers points de vue grâce à un <u>indicateur de concordance</u>.

$$\boxed{c\ (m,n) = \frac{\text{card } C\ (m,n)}{6}}$$

Cet indicateur présente les deux propriétés suivante :

- il varie de 0 à 1 et croît avec l'enrichissement de C(m,n)
- il vaut 1 si et seulement si il y a unanimité des points de vue.

ou encore $(m,n) \in G_0$.

Parallèlement, il apparaît difficile de négliger complètement les points de vue en discordance. En effet, même si l'indice de concordance est proche de 1 on peut vouloir tenir compte des points de vue pour les $i \in D\ (m,n)$. Les activités m et n obéissent alors aux deux cas suivants :

(1)

	m	n

m	n	

<u>Ecart 1</u>

(2)

m		n

<u>Ecart 2</u>

Dans ces conditions on peut introduire un <u>indicateur de discordance</u>

$$\left[\ d\ (m,n) = \begin{cases} 0 \text{ si } D\ (m,n) = \emptyset \\ \frac{1}{2} \text{ si } \forall\ i \in D\ (m,n) \text{ l'écart est } 1 \\ 1 \text{ si } \exists\ i \in D\ (m,n) \text{ l'écart est } 2 \end{cases}\ \right]$$

c) Détermination d'un préordre sous-jacent à la réponse cohérente : G_0 correspond aux couples (m,n) pour lesquels $\left|\begin{array}{l} c = 1 \\ d = 0 \end{array}\right.$

Nous adjoindrons les couples (m,n) pour lesquels $\begin{cases} c = \frac{5}{6} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$

puis si nécessaire les couples pour lesquels $\begin{cases} c = \frac{4}{6} \\ d = \frac{1}{2} \end{cases}$

Nous tendrons ainsi à obtenir un graphe complet qui nous permettra de déterminer un ordre sur les classes d'éléments de $\mathcal{A}$. Il est à remarquer cependant que théoriquement cette procédure ne nous assure pas la disparition complète de toutes les incohérences. Elle permet malgré tout de placer l'activité m avant n si et seulement si :

- une majorité suffisante se dégage parmi les six points de vue (seuil c) pour placer m avant n.
- aucun des points de vue en désaccord avec cette majorité ne révèle un écart trop fort (seuil d) entre n et m.

3.2. <u>Concordance des classements et ajustement d'un modèle</u>.

3.2.1. Concordance des classements :

Nous utiliserons le coefficient W de concordance de Kendall, qui est construit sur le raisonnement suivant :

Considérons nos k juges (k = 10) c'est-à-dire les k classements des n séances (n = 6).

Kendall constate que si tous les juges sont d'accord les totaux des colonnes sont égaux à k, 2k, 3k...........nk (dans un ordre quelconque) et que ces valeurs assureront la dispersion maximum des totaux. En effet, moins les juges seront d'accord entre eux et plus les totaux tendront à se ressembler et à se rapprocher de leur valeur moyenne. Cette valeur moyenne m est donnée par :

$$m = \frac{k(n+1)}{2}$$

Kendall calcule la somme des carrés des écarts entre les totaux t_i et leur valeur moyenne.

$$S = \sum_{1}^{n} (t_i - m)^2$$

Dans le cas de la dispersion maximum dont nous parlions plus haut, S prend donc la valeur maximum :

$$S_{max} = \frac{1}{12} k^2 (n^3 - n)$$

[En effet $t_i = ik$ $\quad S_{max} = \sum_{1}^{n} (ik - m)^2$

$$S_{max} = k^2 \sum_{1}^{n} i^2 - 2\,k\,m \sum_{1}^{n} i + n\,m^2$$

$$S_{max} = k^2 \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} - \frac{k^2\,n(n+1)(n-1)}{2} + \frac{n\,k^2\,(n+1)^2}{4}$$

$$S_{max} = \frac{1}{12}\,k^2\,(n^3 - n)\Big]$$

D'où le coefficient W qui varie entre 0 et 1

$$W = \frac{S}{S\ max} \qquad W = \frac{12\ S}{k^2(n^3-n)} \qquad \left[\begin{array}{l} k = 10 \\ n = 6 \end{array} \qquad W = \frac{2\ S}{3500}\right]$$

Test de signification de W :

Nous sommes dans le cas n = 6 donc il suffit de consulter une table établie par Friedman*. Cette table utilise directement la valeur de S. Si la valeur trouvée dans le calcul est supérieure à la valeur lue de la table au seuil choisi, on est en droit de considérer le résultat comme significatif et de déclarer qu'il existe un accord entre les différents classements.

3.2.2. Ajustement d'un modèle

Il semble naturel de choisir comme opinion collective le rangement qui est le plus proche du barycentre des points X_i représentatifs des classements du protocole.

Nous utiliserons pour évaluer la qualité de l'ajustement du modèle D un coefficient A construit sur la comparaison du moment d'inertie M_D des points X_i par rapport à D et du moment maximum M_{max} que l'on peut obtenir en parcourant la classe des modèles possibles.

$$A = 1 - \frac{M_D}{M_{max}}$$

M_{max} sera obtenu en prenant la permutation la plus éloignée du centre de gravité, autrement dit, dans le cas général, la permutation D' diamétralement opposée à D. (Nous utiliserons les distances euclidiennes entre les permutations représentatives des classements).

---

* Se reporter à G. Bajard dans Méthodes non paramétriques en psychologie, Institut d'Etudes Psychologiques de Bordeaux (Service de Recherche).

Le théorème d'inertie nous permet d'écrire :

$$M_D = \Sigma\, DX_i^2 = \Sigma\, GX_i^2 + k\, DG^2 = M_G + k\, DG^2$$

$$M_{max} = M_G + k\, D'G^2$$

$$M_{max} - M_D = k\,(D'G^2 - DG^2)$$

donc $$A = \frac{k\,(D'G^2 - DG^2}{M_G + k\, D'G^2}$$

Or $M_O = M_G + k\, OG^2$ O étant le centre de la sphère de n'importe quel protocole (permutation dont les coordonnées sont $\frac{n+1}{2}$).

$$M_O = k\, r^2 \text{ avec } r^2 = \frac{n(n^2-1)}{12} \qquad \text{En effet } r^2 = \Sigma\left(i - \frac{n+1}{2}\right)^2$$

Donc $$\boxed{A = \frac{D'G^2 - DG^2}{r^2 - OG^2 + D'G^2}}$$

3.3. Divergences des juges par rapport au modèle ajusté

Après avoir ajusté le modèle qui donne le coefficient A maximum, nous classerons les juges par rapport à ce modèle en utilisant la distance de Spearman (euclidienne).

Nous associerons à chaque juge le coefficient

$$\rho = 1 - \frac{6\,\Sigma\, d^2}{n(n^2-1)} \qquad \left[n = 6 \quad \rho = 1 - \frac{\Sigma\, d^2}{35}\right]$$

$\Sigma\, d^2$ représentant le carré de la distance entre son classement et le modèle.

Nous chercherons ensuite à analyser les dix classements d'un point de vue didactique et ainsi nous commencerons à expliquer certaines divergences entre les juges.

3.4. Début de typologie, Matrice de dépendances

Nous releverons les justifications des dépendances données par les enseignants suivant trois catégories :

- les justifications concernant I avant J
- les justifications concernant I après J
- les justifications concernant I ex-aequo avec J

Nous essaierons dans chacune des deux premières catégories de mettre en évidence certains types de dépendances.
En ce qui concerne I ex-aequo J nous pouvons considérer que chronologiquement l'ordre des séquences I et J n'a pas d'importance. En conséquence, nous pouvons établir (en considérant les dix classements des dix juges) une matrice triangulaire dans laquelle nous porterons dans chaque case (I,J) le nombre de juges qui pensent I ex-aequo avec J. Nous appellerons cette matrice : matrice de non-dépendance pour l'ordre chronologique.

4. QUELQUES EXEMPLES DE REPONSES ET LEUR TRAITEMENT

4.1. Exemple I

(Juge f)

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
6,3,5,2		4

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
6,1,3,5,2		

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
6,3,5		1,4

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
6,3		2,4,1

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
6		5,2,4,1

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
		1,2,3,4,5

Représentation des trois relations $R^{<}$, $R^{=}$, $R^{>}$

<↗	1	2	3	4	5	6
1				×		
2	×			×		
3	×	×		×	×	
4						
5	×	×		×		
6	×	×	×	×	×	

=↗	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

>↗	1	2	3	4	5	6
1		×	×		×	×
2			×		×	×
3						×
4	×	×	×		×	×
5			×			×
6						

Réponse cohérente ($G^{=} = \emptyset$) donc ordre total : 6 < 3 < 5 < 1 < 4

4.2. Exemple II

(juge_g)

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
5,3	2,4	6

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
3,5	1,4	6

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
	5	2,4,1,6

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
5,3	2,1	6

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
	3	1,2,4,6

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
1,2,3,4,5		

Représentations des trois relations $R^{<}$, $R^{=}$, $R^{>}$

	1	2	3	4	5	6
1						×
2						×
3	×	×		×		×
4						×
5	×	×		×		×
6						

	1	2	3	4	5	6
1		×		×		
2	×			×		
3					×	
4	×	×				
5			×			
6						

	1	2	3	4	5	6
1			×		×	
2			×		×	
3						
4			×		×	
5						
6	×	×	×	×	×	

Réponse cohérente ($G^{=} \neq \emptyset$) préordre 5, 3 < 1, 2, 4 < 6

4.3. Exemple III

(juge_d)

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
6,5,3,4		2

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
6,5,3,1		4

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
6		5,1,4,2

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
6,3,5,2		1

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
6,3		1,2,4

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
		3,5,1,4,2

Représentations des trois relations $R^{<}$, $R^{=}$, $R^{>}$

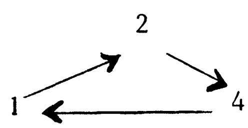
	1	2	3	4	5	6
1		×				
2				×		
3	×	×		×	×	
4	×					
5	×	×		×		
6	×	×	×	×	×	

	1	2	3	4	5	6
1						
2						
3						
4						
5						
6						

	1	2	3	4	5	6
1			×	×	×	×
2	×		×		×	×
3						×
4		×	×			×
5			×			×
6						

Réponse incohérente ($G^{<}$ complet antisymétrique mais non transitif)

Nombre de choix inconsistants : $C = \dfrac{55 - \Sigma d_i^2}{2}$



$$\Sigma d_i^2 = 1 + 1 + 16 + 1 + 9 + 25 = 53$$

$C = 1$. Le coefficient de compatibilité $k = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

Il apparaît raisonnable de proposer le préordre suivant : $6 < 3 < 5 < (1, 2, 4)$

Signalons que c'est la seule réponse (sur dix) qui nous a conduit à examiner une incompatiblité.

4.4. Exemple IV

(juge c)

Séquence 1

Avant 1	"ex-aequo"	Après 1
5,6	4	2,3

Séquence 4

Avant 4	"ex-aequo"	Après 4
2,3,5,6	1,4	

Séquence 2

Avant 2	"ex-aequo"	Après 2
3,5,6	1	4

Séquence 5

Avant 5	"ex-aequo"	Après 5
3		1,2,4,6

Séquence 3

Avant 3	"ex-aequo"	Après 3
	1,5,6	2,4

Séquence 6

Avant 6	"ex-aequo"	Après 6
1,3,4,5	2	

Représentations des trois relations $R^{<}$, $R^{=}$, $R^{>}$

	1	2	3	4	5	6
1						×
2				×		
3		×		×	×	×
4						×
5	×	×		×		×
6	×	×		×		

	1	2	3	4	5	6
1		×	×	×		
2						×
3						
4	×					
5			×			
6			×			

	1	2	3	4	5	6
1					×	
2	×		×		×	
3	×					
4		×	×		×	
5						
6					×	

Réponse <u>incohérente</u> ($R^=$ non symétrique et la condition 3 p.3 n'est plus respectée).

<u>Représentations des six relations R_i (considérées comme six points de vue)</u>

R_1	1	2	3	4	5	6
1		×	×	×		
2			×			
3		×				
4	×	×	×			
5	×	×	×	×		×
6	×	×	×	×	×	

R_2	1	2	3	4	5	6
1		×		×		
2	×			×		
3	×	×		×	×	×
4						
5	×	×	×	×		×
6	×	×	×	×	×	

R_3	1	2	3	4	5	6
1		×	×	×	×	×
2				×		
3	×	×		×	×	×
4		×				
5	×	×	×	×		×
6	×	×	×	×	×	

R_4	1	2	3	4	5	6
1				×		
2	×		×	×	×	×
3	×	×		×	×	×
4	×					
5	×	×	×	×		×
6	×	×	×	×	×	

R_5	1	2	3	4	5	6
1		×		×		×
2	×			×		×
3	×	×		×	×	×
4	×	×				×
5	×	×		×		
6	×	×		×		

R_6	1	2	3	4	5	6
1		×	×	×	×	×
2						×
3	×	×		×	×	×
4	×	×	×		×	×
5	×	×	×	×		×
6		×				

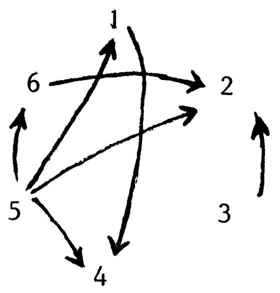
<u>Indicateur de concordance</u>

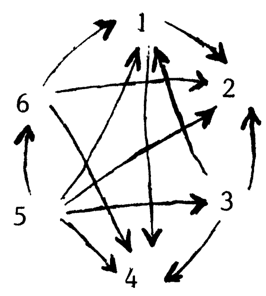
	1	2	3	4	5	6
1		5/6	3/6	1	1/6	3/6
2	3/6		2/6	4/6	1/6	3/6
3	5/6	1		5/6	5/6	5/6
4	4/6	4/6	2/6		1/6	2/6
5	1	1	5/6	1		1
6	5/6	1	4/6	5/6	4/6	

<u>Indicateur de discordance</u>

	1	2	3	4	5	6
1		1/2	1	0	1/2	1/2
2	1/2		1	1/2	1	1
3	1/2	0		1/2	1	1
4	1/2	1/2	1		1	1
5	0	0	1/2	0		0
6	1/2	0	1	1/2	1/2	

G_0 est le préordre sous-jacent à la réponse incohérente du juge c





G_0 : (c = 1 d = 0) G_1 : (c $\geqslant$ 5/6 d $\leqslant$ 1/2)

On en déduit le préordre suivant : 5 < 3, 6 < 2, 4

5. CONCORDANCE DES CLASSEMENTS-AJUSTEMENT D'UN MODELE

5.1. Récapitulation des dix classements et étude de la concordance

Juge a : 3 < 5 < 2 < 4 < 1 < 6 Juge f : 6 < 3 < 5 < 2 < 1 < 4

Juge b : 3 < 5 < 2 < 4, 1 < 6 Juge g : 3, 5 < 1, 2, 4 < 6

Juge c : 5 < 6, 3 < 1 < 2, 4 Juge h : 5 < 1, 2, 3, 4 < 6

Juge d : 6 < 3 < 5 < 2, 1, 4 Juge i : 5 < 3, 2 < 4, 1 < 6

Juge e : 3, 2 < 1 < 4 < 5 < 6 Juge j : 3 < 5 < 2 < 6 < 1 < 4

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	t_i	$t_i - m$
1	5	4,5	4	5	3	5	4	3,5	4,5	5	43,5	+8,5
2	3	3	5,5	5	1,5	4	4	3,5	2,5	3	35	0
3	1	1	2,5	2	1,5	2	1,5	3,5	2,5	1	18,5	-16,5
4	4	4,5	5,5	5	4	6	4	3,5	4,5	6	47	+12
5	2	2	1	3	5	3	1,5	1	1	2	21,5	-13,5
6	6	6	2,5	1	6	1	6	6	6	4	44,5	+9,5

m = 35 $S = \Sigma\,(t_i - m)^2 = 761$ W = 0,43

La table de Friedman nous confirme la signification de S à 0,01

5.2. Ajustement d'un modèle

Coordonnées de G : 4,35 3,5 1,85 4,7 2,15 4,45

Coordonnées de O : 3,5 3,5 3,5 3,5 3,5 3,5

$OG^2 = 7{,}61$ $r^2 = 17{,}5$ rappel $A = \dfrac{D'G^2 - DG^2}{r^2 - OG^2 + D'G^2}$

Calculons successivement A pour les trois modèles suivants :

M_1 : 3 < 5 < 2 < 1 < 6 < 4 coordonnées de D : 3 4 1 6 2 5
coordonnées de D': 3 4 6 1 5 2

$DG^2 = 3{,}11$ $D'G^2 = 47{,}11$ $A = 0{,}771$

M_2 : 3 < 5 < 2 < (1, 6) < 4 coordonnées de D : 4,5 3 1 6 2 4,5
coordonnées de D': 2,5 4 6 1 5 2,5

$DG^2 = 2{,}71$ $D'G^2 = 46{,}51$ $A = 0{,}776$

M_3 : (3, 5) < 2 < (1, 6, 4) coordonnées de D : 5 3 1,5 5 1,5 5
coordonnées de D': 2 4 5,5 2 5,5 2

$DG^2 = 1{,}61$ $D'G^2 = 43{,}61$ $A = 0{,}785$

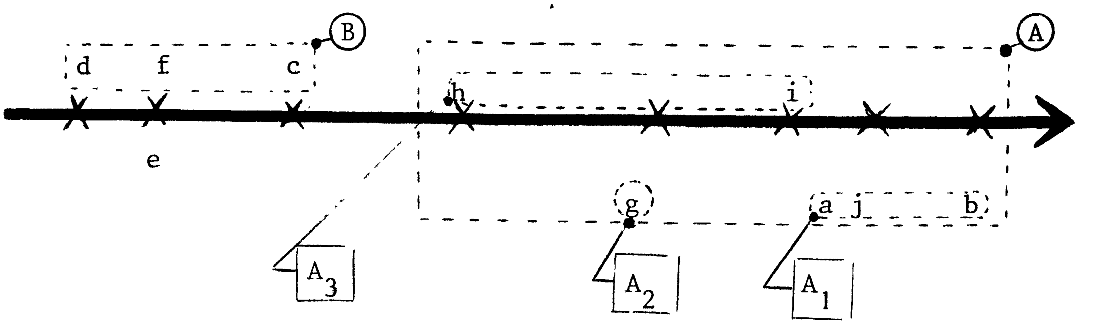
W étant significatif au seuil 0,01 nous pouvons déclarer qu'il existe un "accord" entre les différents classements des dix juges. Le modèle qui rend le mieux compte de cet accord est le suivant :

(3, 5) < 2 < (1, 6, 4)

6. DIVERGENCE DES JUGES (PAR RAPPORT AU MODELE AJUSTE)

A chaque juge nous associons le coefficient ρ de Spearman (coefficient calculé entre son classement et le modèle).

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
0,928	0,942	0,571	0,357	0,414	0,414	0,885	0,714	0,914	0,928



En éliminant le cas du juge c qui paraît avoir un classement assez inexplicable, une première coupure nous permet de séparer les juges en deux classes A et B qui s'opposent par la place donnée à la séquence six.

Cl A = {h,i,g,a,j,b} Cl B = {d,f,c}

En effet les juges de la classe A proposent la séquence six en dernière position (à l'exception de j qui la propose en quatrième position) alors que les juges de la classe B proposent la séquence six en première ou en deuxième position (juge c).

Nous trouvons ainsi grossièrement deux didactiques qui s'opposent : . L'une que l'on peut qualifier comme Hans Aebli de "Didactique traditionnelle" qui caractérise les juges de la classe B, l'autre que l'on peut qualifier toujours comme le dit Hans Aebli de "Didactique de l'école active" qui caractérise les juges de la classe A.

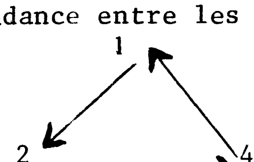
Si nous poursuivions l'étude des divergences des juges, nous pouvons répartir les juges de la classe A en trois sous-classes : sous-classe $A_1 = \{a,j,b\}$, sous-classe $A_2 = \{g\}$, sous-classe $A_3 = \{h,i\}$ qui s'opposent par l'ordre chronologique des deux classes trois et cinq.

- en effet les juges A_1 proposent $3 < 5$
- le juge de A_2 propose 3, 5
- les juges de A_3 proposent $5 < 3$

Une étude détaillée des activités trois et cinq en liaison avec les justifications données par les enseignants sur leurs choix concernant l'ordre chronologique de ces deux séquences permettrait des remarques intéressantes.

7. QUELQUES CONSTATATIONS (APRES LE TRAITEMENT DES RESULATS)

- Cette enquête auprès des enseignants et son traitement nous a permis en dépit d'un certain "accord" entre les classements [paragraphe 5] de mettre en évidence l'existence de divergences entre les enseignants concernant l'ordre chronologique d'une série de leçons [paragraphe 6]. En particulier nous avons pu distinguer deux catégories de maîtres : les uns appuyant leur choix sur une didactique "traditionnelle", les autres appuyant leur choix sur une didactique "active".
- D'autre part, le type de questionnaire proposé nous a permis de découvrir un ordre intransitif (incompatibilité) choisi par le juge d [paragraphe 4.3.] mettant ainsi en évidence les difficultés d'un pédagogue face au problème de dépendance entre les séquences.



En effet pour cet enseignant : "il faudrait faire 1 avant 2, 2 avant 4 et 4 avant 1".

Une étude précise de ces trois activités mathématiques et les justifications données par ce pédagogue permet une étude plus approfondie de ce phénomène intéressant.

. Enfin, le recueil des justifications de dépendance données par les enseignants, nous a permis d'obtenir le début de typologie suivant :

I avant J	I après J
. Car I plus simple que J	
. Car I prépare J	. Car I est une application de J
. Car I concrête	. Car I abstraite
. Car I met en jeu des notions dont on se servira pour J.	. Car I utilise des notions qui doivent être vues en J.
. Car J met en jeu des notions dont on se servira pour I.	
. Pour des raisons idéologiques	. Pour des raisons idéologiques

Une population plus nombreuse d'enseignants doit permettre un élargissement de cette typologie et la confirmation de certaines justifications caractérisant les deux types de didactiques signalées plus haut.

BIBLIOGRAPHIE

AEBLI H., Didactique psychologique, Neuchatel, Delachaux et Niestle, 1966.

BOUDON R., Les mathématiques en sociologie, Paris, Presses Universitaires de France, 1971.

BROUSSEAU G., "Un exemple de processus de mathématisation : l'addition dans les naturels (C.P. - $C.E._1$).
La mathématique à l'école élémentaire, Paris, Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, 1972.

DEGENNE A., Techniques ordinales en analyse des données statistiques, Paris, classiques Hachette, 1972.

KENDALL M.G., Rank correlation methods, Londres, Griffin, 1948.

MORONEY M.J., Comprendre la statistique, Paris, Marabout Université, 1970.

ROY B., Algèbre moderne et théorie des graphes orientées vers les sciences économiques et sociales (premier tome), Paris, Dunod, 1969.