

SIMON LHUILIER

**Examen du mode d'élection proposé à la Convention Nationale
de France en février 1793, et adopté à Genève**

Mathématiques et sciences humaines, tome 54 (1976), p. 7-24

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1976__54__7_0

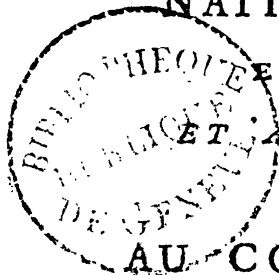
© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1976, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

EXAMEN
DU
MODE D'ÉLECTION
PROPOSE
A LA CONVENTION
NATIONALE DE FRANCE



EN FÉVRIER 1793,
ADOPTÉ A GENÈVE;
PRÉSENTÉ
AU COMITÉ LÉGISLATIF

PAR

SIMON LHUILIER,
& imprimé par ordre du Comité.

A U
PRÉSIDENT
ET AUTRES MEMBRES
D U
COMITÉ LÉGISLATIF.

Le 7 Juillet 1794.

CITOYENS,

L'examen du nouveau mode d'élection que je vous fais parvenir, est tiré d'un travail plus étendu & plus abstrait sur la matière qui en fait l'objet. Ce sujet présente des combinaisons trop nombreuses, il est lié d'une manière trop intime avec les sciences auxquelles je me suis adonné, pour qu'il n'ait pas dû fixer mon attention. Les propositions remarquables auxquelles cet examen m'a conduit, m'auroient satisfait comme calculateur; mais, comme Citoyen, je n'ai pas dû m'arrêter aux spéculations de la théorie. J'ai cru qu'il étoit de mon devoir de vous exposer quelques-uns des résultats

5

E X A M E N

Du Mode d'élection proposé à la Convention Nationale de France en Févr. 1793, & adopté à Genève.

§. I.

Description du Mode d'élection qui fait l'objet de cet Examen.

LE nombre des Candidats présentés à l'assemblée est triple du nombre des places à remplir. Chaque billet contient deux colonnes sous les titres suivans: *Colonne d'élection, colonne supplémentaire.* Chacune d'elles contient les noms de tous les Candidats.

Chaque Electeur donne autant de suffrages d'élection qu'il y a de places à remplir. Il donne aussi, mais à des Candidats différens de ceux qu'il a élus, le même nombre de suffrages supplémentaires.

On a déterminé le cas de nullité des billets.

On a prévu le cas de parité (d'autant plus rare que le nombre des Candidats & le nombre des Electeurs sont plus grands).

Un Candidat est dit avoir la *majorité absolue* dans la colonne d'élection; lorsque le nombre de ses suffrages d'élection est plus grand que la moitié du nombre des billets valables.

4

que j'ai obtenus, & de les éclaircir par des applications aux opérations faites suivant ce nouveau mode. Je me suis efforcé de dégager mon travail de tout ce qui pourroit lui donner un appareil imposant & scientifique.

Ce mode d'élection ayant été présenté par un mathématicien bien versé dans ce genre de spéculations, je n'aurois pas hésité de lui communiquer mon travail avant de vous le faire parvenir, si j'en eusse eu la facilité. L'évidence du principe sur lequel repose mon examen, la liaison nécessaire de ce principe avec ses conséquences, ne me laissent aucun doute que Condorcet n'eût désapprouvé son propre ouvrage. Les entretiens que j'ai eus sur cette matière avec plusieurs de mes Concitoyens, ont convaincu des défauts de ce mode ceux-là même qui avoient été dans l'origine les plus prévenus en sa faveur. Je m'assure que la lecture de mon Mémoire produira chez chacun de vous la même conviction. Dans cette persuasion, je n'hésite pas de conclure à ce qu'il vous plaise proposer au Conseil Souverain, aussitôt que vos autres occupations vous le permettront, quelque autre mode d'élection, qui ne soit pas sujet comme le mode actuel à être en opposition avec la décision vraie de l'Assemblée.

Salut & fraternité,

SIMON LHUILIER.

6

Si le nombre des Candidats qui ont la majorité absolue dans la colonne d'élection n'est pas inférieur au nombre des places à remplir, ces Candidats sont élus dans l'ordre du nombre de leurs suffrages électifs.

Si le nombre des Candidats qui ont la majorité absolue dans la colonne d'élection est inférieur au nombre des places à remplir, on complète l'élection en recourant à la colonne supplémentaire. Pour cela on prend la somme des suffrages électifs & des suffrages supplémentaires de chaque Candidat restant, & ils sont déclarés élus dans l'ordre des grandeurs de ces sommes.

Il en est de même pour les Suppléans, s'il y a lieu à en nommer.

§. II. Ce mode d'élection a été présenté à la Convention Nationale de France en Février 1793, dans le projet de Constitution dont l'académicien CONDORCET a passé pour être le principal rédacteur. Ce mode d'élection ayant pour lui une pareille autorité, il n'est pas surprenant qu'un grand nombre des Membres de notre Assemblée Nationale, & après eux une partie considérable de mes Concitoyens, aient été prévenus en sa faveur, & l'aient regardé comme le plus propre à exprimer d'une manière sûre la volonté générale, en même tems qu'il a l'avantage de prévenir la répétition des Assemblées Souveraines, toujours coûteuses à l'Etat, & souvent coûteuses aux individus.

En effet, entre les objets auxquels CONDORCET a appliqué les Mathématiques, on distingue les élections comme ayant fixé particulièrement son attention. Il est auteur d'un ouvrage profond, intitulé: *Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix*, qui prouve son habileté à manier le calcul, & la difficulté de soumettre ce sujet à un examen rigoureux. N'étoit-il pas extrêmement probable qu'un mode d'élection auquel avoit

tout au moins coopéré un Mathématicien, qui avoit fait de cette matière un objet favori de ses études, mériteroit l'approbation générale, sans avoir besoin de passer par le creuset de l'expérience ?

Ce mode d'élection ne se trouve pas dans le Traité que je viens de citer. Les modes qu'il y examine, difficilement applicables à des assemblées très-nombreuses, peuvent seulement s'appliquer à des assemblées composées de Votans choisis, qui se rendant à eux-mêmes (d'une manière exacte & libre de toute prévention) raison de leur opération, rangent les Candidats dans l'ordre de l'approbation qu'ils leur donnent ; & il procède dans le déchiffrement conformément à cette estimation.

Sans-doute l'Auteur, appelé à passer des spéculations de la théorie à l'exercice de la pratique, a senti les difficultés de l'application de ses considérations abstraites aux sujets réels. Aussi dans son plan de Constitution il ne parle pas des différens modes d'élection discutés dans son ouvrage.

La Constitution projetée, n'ayant pas reçu l'approbation publique, le mode d'élection qui y est proposé est demeuré en France sans exécution. Admis à Genève (avec quelques légères modifications avantageuses, relatives principalement au cas où il y a une seule place à remplir) c'est conformément à ce mode que se font faites en dernier lieu les nombreuses élections de l'Assemblée Souveraine.

§. III. L'avantage principal qu'on attribue à ce mode d'élection, est d'exiger, pour l'élection d'un Candidat, au moins la majorité absolue. A cet avantage s'en joignent d'autres subsidiaires, tels que les suivans. L'élection se fait par une seule opération. Les Electeurs ont un choix plus étendu que si le nombre des Candidats étoit seulement double du nombre des places à remplir. Ce mode est propre à empêcher les brigues.

ventions ; je les sondai avec soin, j'en développai les conséquences, je lui communiquai successivement mon travail. Il nous parut utile de réveiller sur cet objet important l'attention de mes Concitoyens, & je me chargeai de le faire.

Quoique l'examen général & démonstratif de ce mode d'élection soit du ressort de l'algèbre, je ne me suis permis que des calculs simples & purement arithmétiques, & les développemens d'exemples particuliers. Craignant qu'un appareil scientifique ne rebutât plusieurs de mes Concitoyens, je me suis contenté d'énoncer quelques-uns des théorèmes généraux auxquels j'ai été conduit. Comme mes calculs algébriques relatifs à cette matière sont purement élémentaires (bien différens en cela de ceux que CONDORCET a prodigués avec luxe dans son ouvrage) ils sont à la portée de ceux qui ont la plus légère teinture des élémens des mathématiques, & ceux de mes Concitoyens qui sont en état de les suivre me trouveront toujours prêt à les leur communiquer.

§. V. *Les Candidats qui ont la majorité absolue dans la colonne d'élection sont élus suivant l'ordre de cette majorité.*

Cette règle est si naturelle & si conforme à la volonté de l'Assemblée, que je prévierois contre mon travail si je débutois par son examen. Je professe donc que je la regarde comme bien établie. Je me suis permis cependant de faire sur cette règle quelques observations, en partie pour compléter mon examen, mais sur-tout pour montrer que les autres déterminations du nouveau mode d'élection pouvant être en opposition avec elle, cette opposition est pour ces dernières un titre de réprobation, lors même qu'elles ne l'auroient pas par leur nature propre.

L'examen du premier de ces avantages est mon but principal. Il est le plus susceptible d'un développement mathématique & rigoureux. Les partisans du nouveau mode d'élection m'ont paru lui attacher le plus d'importance, & lui subordonner les autres avantages. Je me propose cependant de dire aussi un mot de ces derniers.

§. IV. Comme cette matière est presque entièrement du ressort du calcul, plusieurs de mes Concitoyens pourrout redouter, à sa seule inspection, la lecture de mon travail. Je dois prévenir leur éloignement à s'en occuper.

Puisque ce sujet est d'une utilité immédiate, puisqu'il intéresse également la société entière & plusieurs des individus qui la composent, j'aurois manqué mon but si je n'avois cherché à rendre cet examen aussi élémentaire & aussi populaire que possible. Ce n'a pas été ici la partie la moins difficile de mon travail. L'habitude des spéculations abstraites peut empêcher de soupçonner la difficulté des raisonnemens & des calculs qui, simples pour ceux qui sont accoutumés à ce genre de méditations, peuvent paroître difficiles à ceux qui n'y sont pas exercés. Ce ne seroit donc qu'avec la plus grande défiance d'avoir rempli mon but principal (qui est l'utilité publique & la conviction de mes Concitoyens) que je serois paroitre ce Mémoire, si je ne l'avois soumis à la censure de personnes bien capables de l'apprécier, & de redresser les morceaux obscurs ou inexacts.

Parmi les gens de lettres qui ont examiné ce Mémoire avec le plus de soin, je dois nommer principalement notre concitoyen Neckker (Germagny), distingué par ses connoissances mathématiques. Je lui dois l'idée lumineuse qui fait la base de ce Mémoire, & la communication de quelques calculs ébauchés sur les cas les plus simples. Je sentis la justesse de ses obser-

§. VI. *Si l'élection n'est pas complétée par la première colonne, on recourt, pour la compléter, à la colonne supplémentaire. Pour cela on prend la somme des suffrages électifs & des suffrages supplémentaires des Candidats restans, & ils sont élus dans l'ordre des grandeurs de ces sommes.*

C'est ici l'objet principal de mon examen. Je montrerai que la manière dont se fait la réunion des suffrages des deux colonnes dénature souvent le vœu des Electeurs. J'en prouverai la possibilité par des exemples pris à volonté, sans aucun égard aux élections déjà faites suivant ce mode. Je consulterai ensuite le scrutin des élections qui ont eu lieu, & je montrerai la possibilité que dans quelques-unes d'entr'elles le vœu de l'Assemblée ait été contraire à l'élection prononcée *.

Principe fondamental.

§. VII. *L'Electeur qui a donné à un Candidat un suffrage d'élection, & à un autre Candidat un suffrage supplémentaire, préfère le premier Candidat au second.*

Ce principe n'a besoin que d'être énoncé pour qu'on en sente l'évidence. Aussi tous ceux de mes Concitoyens avec lesquels je m'en suis entretenu l'ont regardé comme incontestable. L'Assemblée Nationale, en proposant ce mode au Souverain, fit une grande distinction entre ces deux espèces de suffrages. Dans les éclaircissemens qui furent alors publiés & distribués par son ordre, un suffrage électif est nommé principal, & un suffrage supplémentaire est appelé secondaire, & cette distinction est répétée dans ces éclaircissemens. Tant qu'un Candidat a obtenu la majorité absolue par les premiers suffrages, on est fidèle à cette distinction ; on compte les derniers suffrages pour rien quelque soit leur nombre. Ceux-ci obtiennent une valeur, seulement lorsque la première colonne ne suffit pas, quoique petit que soit le déficit.

* Cette seconde classe d'exemples a été supprimée à la demande du Comité Législatif.

Conséquence.

Ce principe admis, on ne peut se refuser à cette conséquence qui en découle immédiatement. Lorsque pour compléter l'élection on a recours aux suffrages supplémentaires, on ne doit pas opposer aux suffrages électifs de l'un des Candidats les suffrages supplémentaires qu'avoient reçus les autres Candidats sur les mêmes billets.

Cette idée lumineuse de notre Concitoyen Necker est la base de tout ce Mémoire ; les calculs qu'il présente n'en sont que des applications.

Pour faire mieux sentir l'importance de ce principe & de ses conséquences, je rappellerai ce qui avoit lieu autrefois dans les élections en Conseil-Général, quand la liste des Candidats étoit terminée par la ligne de *nouvelle Election*.

Lorsqu'un Electeur avoit donné des suffrages d'élection en nombre moindre que celui des places à remplir, en sorte qu'il avoit donné en même tems un suffrage à la ligne de *nouvelle Election* (traitée comme Candidat), dans le déchiffrement on faisoit porter ce dernier suffrage indistinctement contre tous les Candidats, tandis qu'il devoit affecter seulement les Candidats non élus par cet Electeur. On sentit le défaut de cette opération, & on la rectifia en 1768.

Dans le mode actuel on commet une erreur tout-à-fait semblable quand on est appelé à recourir à la seconde colonne. On donne une valeur aux suffrages supplémentaires indistinctement contre tous les Candidats qui demeurent en concours, sans avoir égard à la manière dont un suffrage supplémentaire a été donné au Candidat qui le porte, sans faire la distinction nécessaire entre les Candidats qui lui avoient été préférés dans le même billet par un suffrage d'élection, & ceux qui n'étant nommés dans le même billet, ni comme élus, ni comme suppléans,

13

mode présente comme le plus agréable est le moins agréable.

L'Election peut être indéterminée entre deux, & même entre trois Candidats, & cependant le mode actuel la prononce toujours comme déterminée.

J'avois d'abord justifié par des exemples chacune de ces assertions, & même je l'avois fait par des exemples de deux espèces; dans les uns, l'opposition étoit la plus grande, ou voisine de la plus grande : dans les autres, cette opposition étoit d'une grandeur moyenne. Mais, ces détails ayant donné à mon travail une trop grande étendue, je me contenterai d'un moins grand nombre d'exemples, & je ferai voir sur-tout, combien est vague le résultat du vœu de l'Assemblée prononcé d'après la connoissance des suffrages électifs & des suffrages supplémentaires seulement.

§. IX. Pour abrégér, je désignerai les trois Candidats par les lettres de l'alphabet A, B, C, (qui peuvent être prises pour les lettres initiales de leurs noms).

Je dis d'abord que ces trois Candidats donnent lieu à des billets d'Election de six formes différentes.

En effet, le Candidat A ayant reçu un suffrage d'Election, le suffrage supplémentaire correspondant peut être donné à l'un ou à l'autre des deux Candidats B & C; ce qui donne lieu à deux formes de billets. Dans le tableau suivant, je les appelle 1^{re} & 2^{de}. De même un suffrage électif de B donne lieu aux deux formes 3 & 4; un suffrage électif de C donne lieu aux deux formes 5 & 6.

Pour un éclaircissement plus grand encore, j'ai présenté ce tableau d'une manière correspondante à celle dont sont faits les billets distribués aux Electeurs dans l'Assemblée Souveraine.

11

devoient seuls en être affectés. A cet égard donc la ligne supplémentaire a pris la place de l'ancienne ligne de nouvelle election dont on avoit reconnu les inconvénients.

§. VIII. Le cas où il y a une seule place à remplir, & par conséquent trois Candidats seulement, se distingue des autres par sa simplicité, par la diminution du nombre de ses combinaisons, & par la généralité des résultats auxquels il donne lieu. Je crois donc devoir débiter par des exemples relatifs à trois Candidats seulement, dont aucun n'a la majorité absolue. Je montrerai ensuite comment ce cas se distingue des autres dans lesquels le nombre des Candidats est plus grand, & comment les résultats obtenus dans ce cas peuvent faire tirer, à plus forte raison, des conséquences sur les cas plus compliqués.

Soient deux Candidats; je dis que l'un est plus agréable que l'autre, lorsque le nombre des Votans qui ont préféré le premier Candidat au second est plus grand que le nombre des Votans qui ont préféré le second au premier.

Je crois devoir rassembler sous un seul point de vue les oppositions qui ont ou peuvent avoir lieu entre le résultat prononcé suivant le mode actuel, & la volonté réelle de l'Assemblée.

Des Candidats que le déchiffrement actuel présente comme inégalement agréables peuvent être également agréables à l'assemblée; & réciproquement, des Candidats que le déchiffrement actuel présente comme également agréables peuvent être inégalement agréables à l'assemblée.

Le Candidat que le déchiffrement actuel présente comme le plus agréable peut être le plus désagréable à l'assemblée, & réciproquement.

Le Candidat que le déchiffrement actuel présente comme le moins agréable peut être le plus agréable à l'assemblée, en même tems que le Candidat que ce

14

Formes des Billets	Suffr. Electifs.	Suffr. Suppl.	Col. élective.	Col. Supplém.
1 ^{re} ——— A. ——— B.			A — — A ——— B. ——— B — — C. ——— C. ———	
2 ^{de} ——— A. ——— C.			A — — A ——— B. ——— B ——— C. ——— C — —	
3 ^{de} ——— B. ——— A.			A ——— A — — B — — B. ——— C. ——— C. ———	
4 ^{de} ——— B. ——— C.			A. ——— A. ——— B. — — B. ——— C. ——— C. — —	
5 ^{de} ——— C ——— A			A. ——— A. — — B ——— B. ——— C. — — C. ———	
6 ^{de} ——— C ——— B.			A. ——— A. ——— B. ——— B. — — C — — C. ———	

L'Electeur qui a fait un billet de la première forme, a préféré le Candidat A à chacun des autres, & en particulier au Candidat B; mais il a préféré ce dernier au Candidat C. Par conséquent, dans le déchiffrement, on devoit faire porter le suffrage supplémentaire de B contre le Candidat C seulement, auquel B est préféré; & point du tout contre le Candidat A qui est préféré à B. Ceci doit s'appliquer (en changeant les désignations des Candidats), à chacune des cinq formes restantes:

A est préféré à B par les Electeurs dont les Billets sont des formes . . 1. 2. » » 5. ».
 B _____ à A _____ » » 3. 4. » 6.
 A _____ à C _____ 1. 2. 3. » » ».
 C _____ à A _____ » » 4. 5. 6.
 B _____ à C _____ 1. » 3. 4. » ».
 C _____ à B _____ » 2. » » 5. 6.

En général, un Candidat est préféré à un autre par tous les Votans qui lui ont donné un suffrage d'Electiôn, & par ceux qui lui ont donné un suffrage supplémentaire, en donnant au troisième Candidat un suffrage d'Electiôn.

Avis. Dans tous les Exemples arbitraires qui suivent, je supposerai une Assemblée de 2400 Votans.

§. X. Avant d'entrer dans le détail des exemples, je crois devoir énoncer quelques propositions dont je supprime la démonstration, mais je suis prêt à la donner à la première demande.

Si un Candidat est plus agréable que l'un quelconque des deux autres, la somme des suffrages électifs & supplémentaires du premier est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres. Ou, si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un Candidat est moindre que la somme des suffrages électifs des deux autres, ce Candidat ne peut pas être le plus agréable des trois.

Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un Candidat est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres, ce Candidat ne peut pas être le moins agréable des trois.

Les nombres des suffrages électifs & supplémentaires de deux Candidats étant donnés, l'un de ces Candidats est d'autant plus agréable que l'autre, que le nombre des Electeurs du premier qui ont donné au second un suffrage supplémentaire, est plus grand.

Electeurs de A qui donnent à B un suffrage supplémentaire. L'Electiôn est donc telle que la presente le tableau suivant :

Votans.	Suff. él.	Suff. sup.	Votans qui préfèrent
180 } _____ A. _____ B. _____ A à B.	1160.	160	1320.
980 } _____ A. _____ C. _____ B à A.	1080	0	1080.
60 } _____ B. _____ A. _____ A à C.	1160	60	1220.
1020 } _____ B. _____ C. _____ C à A.	160	1020	1180.
160 } _____ C. _____ A. _____ B à C.	1080	180	1260.
0 } _____ C. _____ B. _____ C à B.	160	980	1140.

Pour que le Lecteur ne soit point arrêté, je crois devoir expliquer ce Tableau, & le développement que j'en donne doit s'appliquer aux exemples suivans.

On y voit, que des 1160 votans qui ont élu A, 180 ont donné un suffrage supplémentaire à B, & les 980 restans ont donné leur suffrage supplémentaire à C.

Des 1080 Electeurs de B, 60 ont donné un suffrage supplémentaire à A, & 1020 ont donné un suffrage supplémentaire à C.

Les 160 Electeurs de C ont donné à A un suffrage supplémentaire.

A est préféré à B par les 1160 Electeurs de A, & par les 160 Electeurs de C qui ont donné à A un suffrage supplémentaire, en tout par 1320 Electeurs.

A est préféré à C par les 1160 Electeurs de A, & par les 60 Electeurs de B qui ont donné à A un suffrage supplémentaire, en tout par 1220 Electeurs.

Un Candidat est sûrement le moins agréable des trois, lorsque la somme de ses suffrages électifs & de la moitié du nombre des Electeurs est plus petite que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de l'un quelconque des autres Candidats.

§. XI. Premier Exemple. Soit une Electiôn comme suit :

Cand.	Suffr. él.	Suffr. sup.	Sommes.
A. _____	1160. _____	220. _____	1380.
B. _____	1080. _____	180. _____	1260.
C. _____	160. _____	2000. _____	2160.
	2400.	2400.	4800.

Aucun Candidat n'ayant eu la majorité absolue, le mode actuel prononce C comme étant le plus agréable. Cependant, puisque la somme 2160 de ses suffrages est plus petite que la somme 2240 des suffrages électifs de A & de B, le Candidat C ne peut pas être le plus agréable (§. 10.)

En effet, comparant le Candidat C avec le Candidat A, le cas qui lui est le plus favorable est celui (§. 10) où les 160 Electeurs de C ont donné à A un suffrage supplémentaire.

Cette supposition suffit pour déterminer la distribution des suffrages électifs & supplémentaires entre les trois Candidats.

En effet, puisque les 160 Electeurs de C ont donné à A leur suffrage supplémentaire, & que A a eu 220 suffrages supplémentaires, il a reçu les 60 suffrages supplémentaires restans des Electeurs de B; mais le nombre des Electeurs de B est 1080, donc 1020 des Electeurs de B ont donné à C un suffrage supplémentaire; mais le nombre des suffrages supplémentaires de C est 2000, donc C a reçu 980 suffrages supplémentaires des Electeurs de A; mais le nombre des Electeurs de A est 1160, donc il reste 180 Electeurs

B est préféré à A par les 1080 Electeurs de B seulement.

B est préféré à C par les 1080 Electeurs de B, & par les 180 Electeurs de A qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, en tout par 1260 Electeurs.

C est préféré à A par les 160 Electeurs de C, & par les 1020 Electeurs de B, qui ont donné à C un suffrage supplémentaire, en tout par 1180 Electeurs.

Quoique C soit prononcé suivant le mode actuel avoir 780 suffrages de plus que A, & 900 suffrages de plus que B; cependant le nombre des Electeurs qui préfèrent A à C, surpasse de 40 le nombre des Electeurs qui préfèrent C à A, même dans le cas le plus favorable à C pour sa comparaison avec A; & en même tems, le nombre des Electeurs qui préfèrent B à C, surpasse de 40 le nombre des Electeurs qui préfèrent C à B.

De même, dans la comparaison de C à B, la plus favorable à C, les 160 Electeurs de C donnent à B un suffrage supplémentaire. Alors l'electiôn est comme il suit :

Votans.	Suff. él.	Suff. sup.	Votans qui préfèrent
20 } _____ A _____ B _____ A à B.	1160.	0	1160.
1140 } _____ A _____ C _____ B à A.	1080	160	1240.
220 } _____ B _____ A _____ A à C.	1160	220	1380.
860 } _____ B _____ C _____ C à A.	160	860	1020.
0 } _____ C _____ A _____ B à C.	1080	20	1100.
160 } _____ C _____ B _____ C à B.	160	1140	1300.

Dans ce cas, le plus favorable à C, ce Candidat est à la vérité préféré à B par 200 suffrages; mais A lui est préféré par 360 suffrages.

Dans le premier cas où les 160 Electeurs de C ont donné à A un suffrage supplémentaire, le vœu de l'Assemblée est déterminé relativement à A, puisqu'il devient plus agréable qu'aucun des deux autres, & il est aussi déterminé relativement à C, qui est le moins agréable des trois.

Dans le second cas où les 160 Electeurs de C ont donné à B leur suffrage supplémentaire, la volonté de l'Assemblée n'est pas prononcée entre les trois Candidats.

En effet, puisque B est préféré à A, & que A est préféré à C, A n'est ni le plus agréable ni le moins agréable des trois Candidats: de même, puisque C est préféré à B, & que A est préféré à C, C n'est ni le plus agréable, ni le moins agréable des trois Candidats. Enfin, puisque B est préféré à A, mais C est préféré à B, B n'est ni le plus agréable, ni le moins agréable des trois.

Ce cas nous a fourni un exemple de l'indétermination, ou plutôt de l' inexplicabilité de la volonté de l'Assemblée, & doit nous faire conclure, que le mode actuel ne pêche pas seulement par le déchiffrement, mais encore par sa nature même; & que lors même que l'on remonteroit à l'origine des suffrages de chaque Candidat, on ne pourroit quelquefois interpréter le vœu de l'Assemblée.

§. XII. Exemple destiné à montrer la grande indétermination du résultat prononcé.

Cand.	Suffr. él.	Suffr. supp.	Sommes.
A.	1000.	480.	1480.
B.	840.	740.	1580.
C.	560.	1180.	1740.
	2400.	2400.	4800.

3°. *Votans. Suffr. él. Suffr. sup. Votans qui préfèrent*

420	} 1000.	A.	B.	A à B	1000	} 1240.
580		A.	C.	B à A	840	
240	} 840.	B.	A.	A à C	1000	} 1240.
600		B.	C.	C à A	560	
240	} 560.	C.	A.	B à C	840	} 1260.
320		C.	B.	C à B	560	
					420	
					580	

A est le plus agréable des trois Candidats, & C est le moins agréable; savoir leur ordre, est A. B. C., tandis que par le mode actuel, il est C. B. A. Partant, le Candidat prononcé le moins agréable peut être le plus agréable, en même tems que le Candidat prononcé le plus agréable, est le moins agréable.

Dans cet Exemple, tant que le nombre des Electeurs de A qui ont donné à B un suffrage supplémentaire est plus grand que 380, mais plus petit que 460, A est le plus agréable, & C le moins agréable des trois Candidats.

Si le nombre des Electeurs de A qui ont donné un suffrage supplémentaire à B est plus grand que 360, mais plus petit que 380, l'ordre des Candidats est B. A. C.

Si le nombre des Electeurs de A qui ont donné à B un suffrage supplémentaire est plus grand que 460, mais plus petit que 660, l' Election est indéterminée.

Toutes les fois que l' Election est déterminée, A est plus agréable que C, contre ce qui a été prononcé par le mode actuel.

C est déclaré le plus agréable; A est déclaré le moins agréable. Je dis que l'ordre de préférence donné à ces Candidats peut être tout différent.

1°. *Votans. Suffr. él. Suffr. sup. Votans qui préfèrent*

180	} 1000.	A.	B.	A à B	1000	} 1000.
820		A.	C.	B à A	840	
480	} 840.	B.	A.	A à C	1000	} 1480.
360		B.	C.	C à A	560	
0	} 560.	C.	A.	B à C	840	} 1020.
560		C.	B.	C à B	560	
					180	
					820	

L' Election est indéterminée; mais la comparaison de A à C donne à A une supériorité de 560 suffrages.

2°. *Votans. Suffr. él. Suffr. sup. Votans qui préfèrent*

660	} 1000.	A.	B.	A à B	1000	} 1480.
340		A.	C.	B à A	840	
0	} 840.	B.	A.	A à C	1000	} 1000.
840		B.	C.	C à A	560	
480	} 560.	C.	A.	B à C	840	} 1500.
80		C.	B.	C à B	560	
					340	

L' Election est encore indéterminée; mais la comparaison de B à C donne à B une supériorité de 600 suffrages.

Ces Exemples sont suffisans pour faire ressortir les défauts du mode d' Election adopté; & conformément à l' invitation du Comité, je supprime le développement des Exemples tirés des Elections faites suivant ce mode.

§. XIII. Si on ne proposoit jamais au Souverain que l' Election pour une seule place, il seroit aisé le plus souvent de vérifier le résultat du déchiffrement lorsqu'il est douteux, en remontant à l'origine des suffrages.

Pour comparer deux Candidats l'un à l'autre, par exemple, A avec B, soient pris tous les billets électifs de C; soient partagés tous ces billets en deux classes, dont l'une contienne A comme suppléant, & l'autre contienne B comme suppléant. Aux suffrages électifs de A, soient ajoutés les suffrages supplémentaires qu'il a reçus des Electeurs de C; & aux suffrages électifs de B, soient aussi ajoutés les suffrages supplémentaires qu'il a reçus des Electeurs de C. Celui des deux Candidats A & B auquel répond la plus grande de ces sommes, est le plus agréable.

Le cas de l' indétermination absolu entre les trois Candidats a lieu, toutes les fois que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de chaque Candidat est égale à la somme des suffrages électifs des deux autres.

Dans les autres cas, cette indétermination est levée par d'autres considérations. En effet, si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un des Candidats est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres, parmi les Candidats restans, il y en a au moins un dont la somme des suffrages électifs & supplémentaires est moindre que la somme des suffrages électifs des deux autres; & alors ce dernier ne peut pas être le plus agréable. Mais, lorsque le nombre des places à remplir est

plus grand, cette vérification devient impraticable ; & cependant, elle est d'autant plus nécessaire, que le nombre des places à remplir est plus grand.

Nous avons vu que le nombre des billets de formes différentes auxquels donnoient lieu trois Candidats est six. Pour deux places à remplir, ou six Candidats, ce nombre est 90. Pour trois places, ou neuf Candidats, il est 1680. Pour quatre places, 34650. Il augmente si rapidement avec le nombre des places, que l'élection des trente-cinq Juges du Tribunal en dernier ressort donnoit lieu à un nombre de billets plus grand que l'unité suivie de 48 zéros ; 1 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000. Il seroit donc impraticable de faire pour un nombre de places plus grand que l'unité, l'énumération qui est devenue facile pour ce dernier nombre. Cependant, puisque le cas simple d'une seule place a donné lieu à une complication dont il ne paroît pas susceptible, & que j'ai prouvé la réalité ou la grande possibilité de l'opposition, entre la volonté vraie de l'Assemblée, & cette volonté prononcée suivant le mode actuel, la complication des autres cas ne doit laisser aucun doute que les causes de cette opposition deviennent & plus nombreuses & plus puissantes ; & que si cette énumération a été nécessaire dans le premier cas, elle le devient, à plus forte raison, dans les cas où elle est inexécutable.

Pour mettre cette vérité dans la plus grande évidence, j'ai examiné, sous ce point de vue, avec beaucoup de détail, un cas arbitraire sur six Candidats ; & j'ai prouvé l'opposition qui pouvoit avoir lieu entre l'Élection prononcée & l'Élection vraie ; & l'indétermination beaucoup plus fréquente qui peut avoir lieu entre les Candidats ; mais l'exposition de ce calcul donneroit à ce Mémoire une trop grande étendue, & je crois que je persuaderai mes Lecteurs d'une manière plus lumineuse, en m'occu-

Les 1^{re}. 6^e. & 9^e. de ces Formes n'ont aucune influence sur la comparaison de ces deux Candidats, relativement à la différence de leurs suffrages.

Le Candidat A est préféré à B par les Electeurs dont les billets sont des Formes 2^{de}. 3^e. & 7^e., & le Candidat B est préféré à A par les Electeurs dont les billets sont des Formes 4^e. 5^e. & 8^e. Si on ajoute à chacun de ces Candidats les billets de la 1^{re}. Forme qui leur sont communs, on trouvera (comme pour une seule place à remplir, §. IX) qu'un Candidat est préféré à un autre par tous les Electeurs qui lui ont donné un suffrage électif, & par ceux qui ont donné à lui seul un suffrage supplémentaire en n'élisant pas le second Candidat.

Dans le cas de trois Candidats, on connoît la somme des suffrages supplémentaires que deux Candidats ont reçu des Electeurs qui n'ont donné un suffrage qu'à l'un d'eux, cette somme étant le nombre des Electeurs du troisième Candidat. Cette connoissance limite les conjectures qu'on peut faire sur trois Candidats. Mais il n'en est pas de même pour un plus grand nombre de Candidats, vu la grande variété qui peut régner dans la distribution des suffrages supplémentaires donnés par les Electeurs des Candidats restans.

§. XV. Soit une Assemblée de 2400 Electeurs, qui élit pour plusieurs places sur une présentation en nombre triple. Que les suffrages de deux des Candidats A & B soient comme il suit :

A. — 800. — 720. — 1520.
B. — 600. — 1200. — 1800.

Diff. 280. en fav. de B.

Le cas le plus favorable à A est celui où les 800 Electeurs de A ont donné à B un suffrage supplé-

mentairement de la comparaison des Candidats deux à deux ; ce qui rendra l'examen plus facile, sans nuire cependant aux conséquences que j'ai à en tirer.

§. XIV. La forme des billets, quant à deux Candidats A & B, peut varier de neuf manières, comme il suit :

1^o. Ce billet est tel, que A & B ont l'un & l'autre un suffrage électif.

2^o. A a un suffrage électif, B un suffrage supplémentaire.

3^o. A a un suffrage électif, B n'a aucun suffrage.

4^o. B a un suffrage électif, A a un suffrage supplémentaire.

5^o. B a un suffrage électif, A n'a aucun suffrage.

6^o. A & B ont l'un & l'autre un suffrage supplémentaire.

7^o. A a un suffrage supplémentaire, B n'a aucun suffrage.

8^o. B a un suffrage supplémentaire, A n'a aucun suffrage.

9^o. A & B n'ont l'un & l'autre aucun suffrage.

T A B L E A U.

Formes.	Suff. élec.	Suff. sup.
1 ^o . ——— A. B. ——— ».		
2 ^o . ——— A. ——— B.		
3 ^o . ——— A. ——— ».		
4 ^o . ——— B. ——— A.		
5 ^o . ——— B. ——— ».		
6 ^o . ——— ». ——— A. B.		
7 ^o . ——— ». ——— A.		
8 ^o . ——— ». ——— B.		
9 ^o . ——— ». ——— ».		

mentaire ; tandis qu'aucun des Electeurs de B n'a donné à A un suffrage supplémentaire. Tout se passe, quant à la différence des suffrages de ces deux Candidats, comme si l'Élection étoit telle qu'il suit :

A. — 800. — 720. — 1520.
B. — 600. — 400. — 1000.

Diff. 520. en fav. de A.

Il est donc possible que A soit préféré à B par une différence de 520, tandis que B est dit préféré à A par une différence de 280.

Le cas le plus favorable à B est celui où les 600 Electeurs de B ont donné à A un suffrage supplémentaire, tandis qu'aucun des Electeurs de A n'a donné à B un suffrage supplémentaire. L'Élection est alors comme il suit :

A. — 800. — 120. — 920.
B. — 600. — 1200. — 1800.

Diff. 980. en fav. de B.

Entre ces deux cas extrêmes, qui établissent entre ces deux Candidats une différence de 1500, il reste un très-grand nombre de cas intermédiaires & probables, qui font sentir la grande indétermination que laisse ce mode d'Élection.

Ces deux Candidats sont également agréables ; si le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, surpasse de 280 le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire. Tout se passe alors, quant à la différence de leurs suffrages, comme si l'Élection étoit telle qu'il suit (soit qu'il y ait eu ou non

27

d'autres billets que ceux-là portant l'un & l'autre de ces Candidats).

A. ——— 800. ——— 720. ——— 1520.
B. ——— 600. ——— 920. ——— 1520.

Si le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, surpasse le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire de plus que 280, le Candidat A est plus agréable que le Candidat B. Au contraire, si le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire, surpasse le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, ou s'il en est surpassé de moins que 280, le Candidat B est plus agréable que le Candidat A.

Et comme dans cet Exemple, je n'ai point eu égard à ce que le nombre des suffrages électifs étoit moindre que la moitié du nombre des votans, il peut arriver que le Candidat qui a la majorité absolue par la colonne d'Élection soit moins agréable que le Candidat qui a la minorité absolue, ou une majorité absolue moindre; ce qui n'a pas lieu pour l'Élection faite entre trois Candidats.

Exemple.

Cand.	Suffr. élec.	Suffr. supp.	Sommes.
A.	1400.	500.	1900.
B.	1000.	1000.	2000.

Les deux Candidats sont également agréables, si le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, surpasse de 100 le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire. A est plus agréable que B, si la différence de ces deux nombres est plus grande que 100. A est moins agréable que B, si cette dif-

29

(peut-être au moins) compensé par les désavantages qu'il entraîne.

En effet, parmi le grand nombre de Candidats présentés, il en est plusieurs qui ont à l'Élection une chance si petite, que les suffrages qui leur sont donnés, peuvent être regardés comme perdus. L'expérience des Élections passées confirme cette assertion. Or ces suffrages qui n'ont aucune valeur nuisent à la manifestation de la volonté de l'Assemblée relativement aux Candidats qui sont en effet en concurrence. Tous les suffrages donnés à pure perte, sont enlevés à ces derniers Candidats, sur lesquels il seroit important que la volonté de l'Assemblée fut bien prononcée.

Le point essentiel n'est pas de présenter à l'Assemblée un grand nombre de Candidats; le point important est de lui présenter des sujets sur lesquels elle ait à donner seulement des suffrages de préférence. Le mode actuel d'indication préliminaire à l'Élection, n'est pas propre à rassurer les Electeurs à cet égard. L'expérience prouve qu'on peut être mis en Élection avec un si petit nombre de suffrages, qu'on ne peut les regarder comme un titre d'approbation. Cependant les Electeurs étant obligés, sous peine de nullité de leur billet, de compléter l'Élection, aiment mieux, quoique peut-être contre leur gré, suivre à leur vœu principal, que de ne point contribuer à l'opération de l'Assemblée.

Il est une raison de simple convenance qui doit engager à simplifier, autant que possible, les opérations d'une Assemblée nombreuse. On ne s'attendoit pas, sans doute, en introduisant le nouveau mode, qu'il donneroit lieu, aussi fréquemment qu'il l'a fait, aux erreurs des Electeurs, de manière à rendre nuls un très-grand nombre de billets. Il n'est aucune Assemblée souveraine dans laquelle ces écarts n'aient été plus ou moins grands. Pour l'Élection des Grands-

28

ference est plus petite que 100, ou si le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, est moindre que le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire.

Je me contenterai d'indiquer par un Exemple, combien est vaste le champ laissé à l'indétermination entre trois des Candidats seulement.

Cand.	Suffr. élec.	Suffr. supp.	Sommes.
A.	800.	720.	1520.
B.	600.	1000.	1600.
C.	450.	1250.	1700.

Le Candidat A est plus agréable que le Candidat B, si le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire, surpasse le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire de plus que 80.

Le Candidat B est plus agréable que le Candidat C, si le nombre des Electeurs de B, qui ont donné à C un suffrage supplémentaire, surpasse le nombre des Electeurs de C, qui ont donné à B un suffrage supplémentaire de plus que 100.

Et le Candidat C est plus agréable que le Candidat A, si le nombre des Electeurs de C, qui ont donné à A un suffrage supplémentaire, surpasse le nombre des Electeurs de A, qui ont donné à C un suffrage supplémentaire, ou s'il en est surpassé de moins que 180.

Et comme ces inégalités peuvent avoir lieu en même tems, & cela dans une latitude très-vaste, on voit combien peut être fréquente l'indétermination de la volonté réelle de l'Assemblée, que le mode actuel prononce comme déterminée.

XVI. L'avantage de présenter à l'Assemblée électorale un grand nombre de Candidats me paroît

30

Jurés, les billets nuls ont été au nombre de 96 sur 964, environ $\frac{1}{10}$. Pour l'Élection du Conseil Administratif sur 2010 billets, 258 ont été nuls, environ $\frac{1}{8}$. Pour l'Élection du Conseil Législatif, sur 2040 billets, 511 ont été nuls, environ $\frac{1}{4}$. L'Élection des Magistrats de Police, quoiqu'elle ne présentât les Candidats que trois à trois, a aussi donné lieu à plusieurs billets nuls. Cependant, l'égalité approchée de quelques-uns d'entre eux rendoit importante une manifestation plus précise de la volonté générale. Ce n'est pas seulement dans l'opération des Electeurs que se glissent des erreurs, mais encore dans le déchiffrement. Les deux colonnes ne présentent jamais l'égalité des suffrages qu'elles devraient donner. L'écart a même été quelquefois considérable, comme cela a eu lieu pour l'Élection du Procureur-Général. Quoique petit, cet écart pouvoit produire le plus grand effet, comme dans l'Élection des Magistrats de Police. Enfin on a eu l'exemple d'un écart si grand, dans quelque partie du déchiffrement, que son résultat n'a pu être admis sans le consentement du Conseil Souverain.

XVII. J'attache sans-doute un grand prix à la diminution du nombre des Assemblées électorales; mais on ne doit cependant pas sacrifier à cet avantage, aussi souvent qu'on peut le faire, la volonté de l'Assemblée.

Si je n'avois lieu d'espérer qu'on renoncera à un mode aussi sujet à erreur que celui qui fait l'objet de cet Examen, j'insisterois sur quelques moyens d'en diminuer les défauts. Tel seroit celui de regarder comme élus ceux qui dans l'indication ont réuni la majorité absolue. On se seroit déjà épargné quelques Conseils Généraux, par exemple, en regardant le Trésorier-Général & le Ministre auprès de la République Française comme élus dès la première opération. Dans d'autres cas, on auroit diminué le nombre des

places à remplir, le nombre des Candidats à présenter, & la complication de l'Élection définitive. Deux des Syndics élus & quatorze des Membres du Comité Législatif avoient obtenu la majorité dans la première opération. Par ce moyen, la volonté des Electeurs eût été mieux prononcée sur les Candidats restans.

§. XVIII. Puisque la majorité qu'on a paru obtenir peut être & n'est souvent qu'une majorité trompeuse, ne devoit-on pas employer pour calculer cette majorité à laquelle on d'attache tant d'importance, une voie qui expose à un moins grand nombre de violations de la volonté vraie du Souverain ?

Le moyen suivant a été approuvé par plusieurs de mes Concitoyens. Au lieu de recourir indistinctement à la colonne supplémentaire, quand la première colonne ne suffit pas pour compléter l'Élection, on y recourroit dans l'ordre des suffrages électifs : savoir, soit pris le Candidat, qui après les Elus par la première colonne a le plus de suffrages électifs. A ces suffrages de la première colonne soient ajoutés ceux de la seconde. Si cette somme est plus grande que la moitié du nombre des Electeurs, il est élu, sinon il est exclu, & on prend de la même manière le Candidat suivant, toujours dans l'ordre de la première colonne. Par ce moyen, on continueroit d'assigner aux suffrages électifs une plus grande valeur telle qu'ils l'ont réellement, & il est très-probable (quoique non sûr) qu'on s'éloigneroit du vœu de l'Assemblée beaucoup moins souvent qu'on ne le fait suivant le mode actuel.

Aux raisons que j'ai déjà alléguées, pour remonter (lorsque cela est possible) à l'origine des suffrages de chaque espèce pour chaque Candidat, j'ajouterai l'observation suivante. Plus un Candidat a de suffrages électifs, moins il reste d'Electeurs pour lui donner un suffrage supplémentaire ; & en particu-

trop grande importance. Cependant ce correctif paroît assez naturel, au moins pour le cas de trois Candidats. Lorsqu'aucun d'eux n'a des titres marqués de réprobation, il est probable que le Candidat qui a reçu un suffrage supplémentaire, tient à cet égard le milieu entre les deux Candidats dont l'un a reçu un suffrage électif, & l'autre n'a reçu aucun suffrage.

Cette voie d'estimation appliquée à trois Candidats présente un accord remarquable avec l'hypothèse de préférence absolue dont j'ai développé les conséquences. Lorsque la somme des suffrages électifs & supplémentaires de chaque Candidat est égale à la somme des suffrages électifs des deux autres, ces trois Candidats sont également agréables, suivant l'une & l'autre des manières d'estimer les suffrages supplémentaires relativement aux suffrages électifs, ainsi que je le démontre. (Voyez suppl. §. XII).

Ce nouveau mode auroit encore l'avantage de prévenir les autres cas d'indétermination dont j'ai parlé & donné des exemples dans les §§. XI & XII, & à cet égard, si on s'attache au mode vicieux de présenter les Candidats en nombre triple, il mériteroit la préférence sur la supposition que j'ai suivie.

En même tems que cette estimation des suffrages supplémentaires lève l'indétermination mentionnée, elle paroît replacer les Candidats, quant à leur agrément à l'Assemblée, dans un ordre que le bon sens accorde avec l'intention des Electeurs.

Je reprendrai pour exemple le cas du §. XII.

Cand.	Suff. él.	Suff. supp.	Somme.	Somme pers. d. vot. à la fois à chaque suff. él.
A. —	1000.	480.	1480.	1240.
B. —	840.	740.	1580.	1210.
C. —	560.	1180.	1740.	1150.

lier, moins il est probable qu'il a reçu des suffrages supplémentaires des Electeurs qui ont élu son Compétiteur, dans le cas où celui-ci a moins de suffrages électifs que lui. Au contraire, moins le second Candidat a de suffrages électifs, plus il reste d'Electeurs qui peuvent lui donner des suffrages supplémentaires ; & en particulier, plus il est probable qu'il a reçu plusieurs de ses suffrages supplémentaires des Electeurs nombreux du premier Candidat. On sent aisément combien ces considérations ajoutent de vraisemblance à la préférence du premier Candidat sur le second.

§. XIX. Tous les calculs que j'ai développés précédemment reposent sur la supposition, que la préférence accordée par un votant, qui élit un Candidat, est la même relativement à tous les Candidats auxquels il ne donne pas un suffrage électif : savoir, ma supposition place à cet égard le second Candidat sur une même ligne, soit qu'il n'ait reçu qu'un suffrage supplémentaire en commun avec le Candidat élu par le même Electeur, soit qu'il n'ait reçu aucun suffrage. La difficulté d'apprécier ces degrés de préférence, sur-tout quand il est question des suffrages donnés par une Assemblée nombreuse, & que cette Assemblée doit prononcer sur plusieurs Candidats, peut faire tolérer cette supposition, conforme d'ailleurs à ce qui n'a été pratiqué jusqu'à présent dans toutes nos Assemblées électives.

L'Avocat Devégobre, Membre de l'Assemblée Nationale, avoit proposé de donner aux suffrages supplémentaires une valeur moindre que celle des suffrages électifs, & en particulier, d'estimer chacun des premiers, la moitié seulement de chacun des derniers. Ce correctif a été repoussé, peut-être parce qu'il pouvoit ne pas donner (quoique cela dût arriver rarement) l'apparence (si souvent trompeuse) de la majorité absolue à laquelle on attacheoit une trop

Les Candidats sont placés suivant cette nouvelle estimation dans l'ordre A. B. C., qui est aussi celui de leurs suffrages électifs, tandis que le déchiffrement actuel les place dans l'ordre C. B. A.

Faisant la même application aux cas réels développés dans le §. XIII, on verra combien est probable l'accord de son résultat avec le vœu de l'Assemblée.

Ainsi dans le §. XIII les suffrages étant comme suit :

	Suff. él.	Suff. supp.
A. —	822.	273.
B. —	758.	315.
C. —	68.	1060.

L'estimation proposée donne :

	Sommes.	
A. —	822.	136. — 958.
B. —	758.	157. — 915.
C. —	68.	530. — 598. & les Candidats sont placés dans l'ordre A. B. C.

Cette estimation auroit encore l'avantage de ne pas obliger de remonter dans le déchiffrement à l'origine des suffrages de chaque Candidat, en tant que la différence de leurs suffrages (& non pas le nombre de fois que les suffrages de l'un contiennent les suffrages de l'autre) détermine leur agrément à l'Assemblée. Le développement de cette propriété remarquable est trop algébrique pour que je doive m'y arrêter.

Cette méthode de déchiffrement me paroîtroit donc très-heureusement applicable au cas de trois Candidats ; mais elle me paroîtroit trop arbitraire lorsqu'on présente un grand nombre de places à pourvoir en même tems. En effet, c'est sur-tout dans ce cas que le Candidat auquel un Electeur donne le

premier de ses suffrages électifs a dans l'esprit de cet Electeur un mérite très-supérieur à celui des Candidats auxquels il ne donne que des suffrages supplémentaires. Dans des Assemblées aussi nombreuses que le sont nos Conseils Souverains, est-il praticable de faire placer les Candidats dans l'ordre de l'approbation que chaque Electeur leur donne, & d'apprécier, suivant cet ordre, les suffrages qu'ils reçoivent ?

§. XX. On espéroit que le mode proposé seroit propre à prévenir la brigue (1). L'expérience a prouvé le contraire; il est arrivé ce que quelques bons esprits avoient prévu. La vraie volonté de l'Assemblée a pu être dénaturée par l'effet même de la brigue.

Soient trois Candidats présentés. Que deux d'entre eux aient chacun des partisans nombreux, tandis que le troisième ne paroît pas devoir leur faire concurrence; les partisans de chacun des deux premiers, craignant de nuire à leur protégé en donnant à son concurrent un suffrage supplémentaire, l'accablent sur le troisième Candidat. Pour peu qu'il ait de suffrages d'Élection, il est possible qu'aucun des deux autres n'aura la majorité absolue par la première colonne, & ce dernier par l'abondance de ses suffrages supplémentaires paroitra élu presque unanimement; cependant j'ai prouvé qu'il étoit le moins agréable. Si cette conduite des Votans est regardée comme immorale, on doit réprocher un mode qui tente leur immoralité.

Lors même que l'un des premiers Candidats est

(1) J'étends cette expression au-delà de sa signification originelle en l'appliquant à la conduite de chaque Votant, suivant laquelle il ne donne pas ses suffrages conformément à la connoissance qu'il a du mérite des Candidats.

Le Tableau des indiqués devoit comprendre :

1°. Tous ceux qui aspireroient à l'emploi qu'il s'agit de remplir, & qui se feroient inscrire pour cela auprès du Secrétaire dudit Conseil.

2°. Tous ceux qui seroient indiqués par des Citoyens quelconques au même Secrétaire.

3°. Tous ceux que chacun des Membres du Comité Législatif jugeroit à propos d'indiquer.

Personne ne pourroit indiquer plus de sujets qu'il n'y a de places à remplir.

Le Conseil Législatif s'assureroit du consentement & de l'éligibilité des indiqués.

Si le Tableau ainsi formé ne contenoit pas des Candidats au moins en nombre double de celui des places à remplir, le Conseil Législatif travailleroit dans son sein & à la pluralité des suffrages à de nouvelles indications, jusqu'à ce qu'il parvint à former une liste de Candidats en nombre double.

Cette liste des Candidats seroit présentée au Conseil Souverain. Chaque Electeur donneroit autant de suffrages qu'il y a de places à remplir.

Les Candidats qui, au déchiffrement, auroient la majorité absolue des suffrages seroient élus.

Si aucun Candidat n'avoit la majorité absolue, ou si le nombre des Candidats qui l'auroient obtenue étoit moindre que celui des places à remplir, on présenteroit de nouveau au Souverain les Candidats qui auroient eu le plus de suffrages en nombre double seulement de celui des places à remplir pour compléter l'Élection. Alors la simple pluralité des suffrages suffiroit pour être élu (2).

(2) On m'a objecté que la seconde Assemblée élective seroit probablement peu nombreuse, ainsi que l'expérience a prouvé que cela a eu lieu lorsque l'Assemblée étoit convoquée pour compléter une Élection.

J'ai répondu qu'on pourroit avoir égard (d'une manière que je laisse à déterminer) aux suffrages que les Candidats en concours auroient eu dans la première Assemblée.

élu par la majorité absolue des suffrages électifs, le grand nombre des suffrages du troisième Candidat peut induire en erreur ceux qui n'en examinent pas assez la nature; ils peuvent le croire plus agréable que le Candidat élu. Regardant ce dernier comme un usurpateur, ils lui refuseront la confiance dont doit être revêtu tout Fonctionnaire public muni du sceau de l'approbation générale.

Comme je n'ai d'autre intention que la recherche & l'exposition de la vérité, je ne dissimulerai pas que l'estimation nuancée des suffrages électifs & des suffrages supplémentaires me paroît aussi propre à favoriser la brigue.

Suivant le mode actuel les brigueurs peuvent se nuire à eux-mêmes, & les Electeurs susceptibles de céder aux leçons de l'expérience devront se corriger.

En réduisant à la moitié chaque suffrage supplémentaire, les brigueurs courant moins de risques de favoriser au-delà de leurs intentions le Candidat qui leur est le moins agréable, n'auront pas ce nouveau motif de fuir l'impulsion de leurs lumières relativement au Candidat en rivalité avec celui qu'ils favorisent le plus.

§. XXI. Pour ne pas m'exposer au reproche de détruire sans réédifier, je proposerai le mode suivant :

On ne doit pourvoir à la fois qu'à un petit nombre de places.

Je pense que la première indication doit se faire par un corps peu nombreux revêtu de la confiance publique.

Le Conseil Législatif, chargé par la Constitution de porter au Souverain les objets sur lesquels il est appelé à statuer, pourroit aussi être chargé de l'indication des Candidats pour les divers Elections qu'il consomme.

N. B. Dans le nombre des places à remplir, sont toujours comprises les places de Suppléans, s'il y a lieu à en élire.

Quelque soit le jugement que mes Concitoyens portent sur le mode d'Élection que je propose, je crois avoir prouvé que les inconvénients auxquels le mode actuel est sujet, sont trop graves pour qu'on puisse le conserver sans aucune modification.

Extrait des Régistres du Comité Législatif du 7 Juillet 1794.

ON fait lecture d'une Lettre du citoyen Simon Lhuillier, dans laquelle il expose qu'ayant médité très-profondément sur le mode d'Élection des Fonctionnaires publics, il y a remarqué divers inconvénients indiqués dans un Mémoire qu'il met sous les yeux du Comité. Ce Mémoire est renvoyé à l'examen du citoyen Louis Odier pour faire incessamment un rapport sur cet objet.

Du 15 Juillet 1794.

Le citoyen Louis Odier fait lecture de son rapport sur le Mémoire du citoyen Lhuillier. Le rapporteur conclut à ce qu'il soit, conformément à la Constitution, proposé au Souverain s'il veut autoriser le Comité à lui porter un Projet de Loi sur des changemens dans le mode d'Élection, & à lui en présenter un nouveau s'il approuve cette question. Ce rapport est suivi de deux Programmes analogues à ces propositions. Le Comité les admet à la discussion, en adopte l'impression, & après avoir décidé qu'il se croit dûment autorisé à faire imprimer pour son usage les Mémoires que des Citoyens lui présentent lorsqu'ils peuvent servir à l'éclaircir sur des objets relatifs au travail que le Souverain lui a confié, il arrête aussi l'impression du Mémoire du citoyen Simon Lhuillier, ainsi que l'invitation qui lui sera faite par Extrait de Régistres de diminuer le nombre des Exemples en rendant généraux ceux qu'il croira nécessaire de conserver & de faire entrer dans son ouvrage les démonstrations qui servent de preuves à quelques-unes des propositions qui s'y trouvent.

SUPPLÉMENT AU MÉMOIRE PRÉCÉDENT.

Contenant le Développement algébrique de plusieurs propositions, conformément à l'invitation du Comité Législatif.

§. I.

DANS le développement que je vais faire de plusieurs propositions générales auxquelles m'a conduit l'Examen du mode d'Élection qui fait l'objet de ce Mémoire, je m'occuperai d'abord du cas de trois Candidats seulement.

Pour faciliter ce développement, je crois devoir introduire une notation commode, telle que la suivante.

Je désignerai constamment les trois Candidats par les lettres *A, B, C.*

Leurs suffrages électifs par *a, b, c.*

Leurs suffrages supplémentaires par *a', b', c'.*

Pour désigner le nombre des Électeurs d'un des Candidats qui ont donné à un autre Candidat un suffrage supplémentaire, j'introduis un signe composé de deux lettres, dont la première (majuscule) désigne le premier Candidat, & dont la seconde désigne le second Candidat.

Ainsi, le signe *Ab* désigne le nombre des Électeurs de *A*, qui ont donné à *B* un suffrage supplémentaire, & on expliquera de même les cinq lignes suivans: *Ac, Ba, Bc, Ca, Cb.*

Un Candidat est préféré à un autre, premièrement par tous les Électeurs du premier, & secondement par ceux des Électeurs du Candidat restant,

41

Démonstration.

Par supposition $a + a' < \frac{a+b+c}{2}$
 donc . . . $2a + 2a' < a + b + c.$
 & . . . $a + 2a' < b + c.$
 ou $a + 2Ba + 2Ca < b + Ca + Cb.$
 donc $a + 2Ba + Ca < b + Cb.$ & à plus forte raison $a + Ca < b + Cb.$
 On montre de la même manière que $a + Ba < c + Bc.$

§. IV. Théorème.

Si les suffrages de deux Candidats (tels que *A* & *B*) sont tels, que pour chacun d'eux la somme des suffrages électifs & supplémentaires est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres; j'affirme au contraire que la somme des suffrages électifs & supplémentaires du troisième Candidat est plus petite que la somme des suffrages électifs des deux premiers.

Symboliquement.

Soient $a + a' > b + c.$
 $b + b' > a + c.$

J'affirme que $c + c' < a + b.$

Démonstration.

Puisque $a + a' > b + c.$
 $b + b' > a + c.$
 $a + b + a' + b' > a + b + c + c.$
 $a' + b' > 2c.$
 $a' + b' + c' > 2c + c'. \quad$
 où $a + b + c > 2c + c'. \quad$
 $a + b > c + c'. \quad$ ou $c + c' < a + b.$

Remarque. Pour abrégér, j'ai énoncé la proposition relativement au rapport de plus grande inégalité dans la

qui ont donné au premier un suffrage supplémentaire.

Ainsi, le Candidat *A* est préféré au Candidat *B* par le nombre de Votans $a + Ca.$

Et le Candidat *B* est préféré au Candidat *A* par le nombre de Votans $b + Cb.$

Partant, la comparaison des Candidats *A* & *B* l'un avec l'autre est réduite à la comparaison des deux quantités, $a + Ca$ & $b + Cb.$ Savoir, le Candidat *A* est plus agréable que le Candidat *B*, aussi agréable que lui, ou moins agréable que lui, suivant que $a + Ca$ est plus grand que, égal à, ou plus petit que, $b + Cb.$

§. II. Théorème.

Si un Candidat (tel que *A*) a la majorité absolue dans la colonne d'Élection, j'affirme qu'il est le plus agréable des trois.

Symboliquement.

Si $a > \frac{a+b+c}{2}$, j'affirme que $a + Ca > b + Cb.$
 $a + Ba > c + Bc.$

Démonstration.

Par supposition $a > \frac{a+b+c}{2}$, donc $2a > a + b + c$, & $a > b + c.$
 Donc (à plus forte raison) . . . $a + Ca > b + Cb.$
 Mais $c - Ca = Cb$, donc . . . $a + Ca > b + Cb.$
 On montre de la même manière que $a + Ba > c + Bc.$

§. III. Théorème.

Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un Candidat (tel que *A*) est moindre que la majorité absolue, j'affirme qu'il est le moins agréable des trois.

Symboliquement.

Si $a + a' < \frac{a+b+c}{2}$, j'affirme que $a + Ca < b + Cb.$
 $a + Ba < c + Bc.$

42

supposition; mais on peut lui substituer le rapport d'égalité ou de plus petite inégalité, en substituant dans l'attribut le rapport d'égalité ou de plus grande inégalité au rapport de plus petite inégalité.

§. V. Théorème.

Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un Candidat (tel que *A*) est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres, j'affirme que le double des suffrages électifs de ce Candidat est plus grand que la somme des suffrages supplémentaires des deux autres.

Symboliquement.

Si $a + a' > b + c.$
 J'affirme que $2a > b' + c'.$

Démonstration.

Puisque $a + a' > b + c.$
 $2a + a' > a + b + c > a' + b' + c'.$
 $2a > b' + c'.$

§. VI. Théorème.

Réciproquement. Si le double des suffrages électifs d'un Candidat (tel que *A*) est plus grand que la somme des suffrages supplémentaires des deux autres, j'affirme que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de ce Candidat est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres.

Symboliquement.

Si $2a > b' + c'.$
 J'affirme que $a + a' > b + c.$

Démonstration.

Puisque $2a > b' + c'.$
 $2a + a' > a' + b' + c' > a + b + c.$
 & $a + a' > b + c.$

Remarque relative aux deux derniers §§, analogue

43

à celle du §. IV, sur la substitution des rapports d'égalité & de plus petite inégalité au rapport de plus grande inégalité.

§. VII. Théorème.

Si les suffrages de deux Candidats (tels que A & B) sont tels que le double des suffrages électifs de chacun d'eux soit plus grand que la somme des suffrages supplémentaires des deux autres ; j'affirme qu'au contraire le double des suffrages électifs du troisième Candidat est moindre que la somme des suffrages supplémentaires des deux premiers.

Symboliquement.

$$\text{Si } 2a > b' + c'.$$

$$2b > a' + c'.$$

J'affirme que $2c < a' + b'$.

Démonstration.

$$\text{Par supp. } 2a > b' + c'.$$

$$2b > a' + c'.$$

$$\text{Donc } 2a + 2b > a' + b' + 2c' > a + b + c + c'.$$

$$\begin{array}{r} a + b > c + c'. \\ a + b + c > 2c + c'. \\ a' + b' + c' > 2c + c'. \\ a' + b' > 2c. \text{ ou} \\ 2c < a' + b'. \end{array}$$

Remarque analogue à celle du §. IV, sur la substitution des rapports d'égalité & de plus petite inégalité au rapport de plus grande inégalité.

§. VIII. Théorème.

Si un Candidat (tel que A) est plus agréable que chacun des deux autres ; j'affirme que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de ce Candidat

45

des suffrages électifs des deux autres ; & le double des suffrages électifs de chacun d'eux est égal à la somme des suffrages supplémentaires des deux autres.

§. IX. Théorème.

Si un Candidat (tel que A) est plus agréable que l'un des deux autres (tel que B), j'affirme que la somme des suffrages électifs du premier, & de ceux de ses suffrages supplémentaires qu'il a reçus des Electeurs du Candidat restant, est plus grande que la moitié du nombre des Votans.

Symboliquement.

$$\text{Si } a + Ca > b + Cb.$$

J'affirme que $a + Ca > \frac{a+b+c}{2}$.

Démonstration.

$$\text{Puisque } a + Ca > b + Cb.$$

$$a + Ca > \frac{a+Ca+b+Cb}{2}.$$

$$\text{Mais } a + Ca + b + Cb = a + b + c,$$

$$\text{Donc } a + Ca > \frac{a+b+c}{2}.$$

Remarque analogue à celle du §. IV, sur la substitution des rapports d'égalité & de plus petite inégalité au rapport de plus grande inégalité.

Corollaire. Si deux Candidats sont également agréables, le nombre des Votans est pair. En effet, le nombre des Votans qui préfèrent l'un de ces Candidats à l'autre est la moitié du nombre des Votans.

§. X. Théorème.

Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires de chaque Candidat est égale à la somme des suffrages électifs des deux autres ; j'affirme que, comparant ces Candidats deux à deux, ils peuvent être prononcés également agréables.

44

est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres.

Symboliquement.

$$\text{Si } a + Ca > b + Cb.$$

$$\& a + Ba > c + Cc.$$

J'affirme que $a + a' > b + c$.

Démonstration.

$$\text{Par supp. } a + Ca > b + Cb.$$

$$a + Ba > c + Cc.$$

$$\text{Donc } 2a + a' > b + c + Cb + Cc. \text{ Mais}$$

$$Cb = c - Ca,$$

$$Cc = c - Ca.$$

$$\text{Donc } Cb + Cc = b + c - a'.$$

$$\text{Donc } 2a + a' > 2b + 2c - a'.$$

$$2a + 2a' > 2b + 2c.$$

$$a + a' > b + c.$$

Corollaire I. Si un Candidat (tel que A) est plus agréable que chacun des deux autres ; j'affirme que le double des suffrages électifs de ce Candidat est plus grand que la somme des suffrages supplémentaires des deux autres. (Voyez le §. V.)

Corollaire II. Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un Candidat est moindre que la somme des suffrages électifs des deux autres ; ce Candidat ne peut pas être le plus agréable des trois.

Et si le double des suffrages électifs d'un Candidat est moindre que la somme des suffrages supplémentaires des deux autres, ce Candidat ne peut pas être le plus agréable des trois.

Remarque analogue à celle du §. IV, sur la substitution des rapports d'égalité ou de plus petite inégalité au rapport de plus grande inégalité.

Corollaire III. Si les trois Candidats sont également agréables, la somme des suffrages électifs & supplémentaires de chacun d'eux est égale à la somme

46

Symboliquement.

$$\text{Si on a les trois équations } \begin{cases} a + a' = b + c, \\ b + b' = a + c, \\ c + c' = a + b. \end{cases}$$

$$\text{J'affirme qu'on peut avoir en même tems les trois équations. } \begin{cases} a + Ca = b + Cb, \\ a + Ba = c + Cc, \\ b + Ab = c + Cc. \end{cases}$$

Démonstration.

$$\text{Pour satisfaire à l'équation } a + Ca = b + Cb \text{ soit fait}$$

$$a + Ca = \frac{a+b+c}{2}, \& Ca = \frac{a+b+c}{2} - a.$$

$$b + Cb = \frac{a+b+c}{2}, \& Cb = \frac{a+b+c}{2} - b.$$

De-là

$$Ba (=a' - Ca) = a + a' - \frac{a+b+c}{2} = b + c - \frac{a+b+c}{2} = \frac{a+b+c}{2} - a.$$

$$Ab (=b' - Cb) = b + b' - \frac{a+b+c}{2} = a + c - \frac{a+b+c}{2} = \frac{a+b+c}{2} - b.$$

$$Bc (=b - Ba) = a + b - \frac{a+b+c}{2} = \frac{a+b+c}{2} - c.$$

$$Ac (=a - Ab) = a + b - \frac{a+b+c}{2} = \frac{a+b+c}{2} - c.$$

$$a + Ba = \frac{a+b+c}{2}; c + Bc = \frac{a+b+c}{2}; \text{ donc } a + Ba = c + Bc.$$

$$b + Ab = \frac{a+b+c}{2}; c + Ac = \frac{a+b+c}{2}; \text{ donc } b + Ab = c + Ac.$$

Remarque. L'égalité réelle des trois Candidats peut avoir lieu en même tems que leur inégalité prononcée suivant le mode actuel.

Symboliquement.

$$\text{Les égalités } a + a' = b + c.$$

$$b + b' = a + c.$$

$$c + c' = a + b$$

peuvent s'accorder avec les inégalités des trois quantités $a + a', b + b', c + c'$.

47

Exemple.

Soit $a+a' > b+b'$.

Mais $a+a' = b+c$, donc $c > b'$.

De même, soit $b+b' > c+c'$.

Mais $b+b' = a+c$, donc $a > c'$.

Donc, si on a $\begin{matrix} a > c' \\ c > b' \end{matrix}$, on aura $a+a' > b+b' > c+c'$.

§. XI. Théorème.

Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires de chaque Candidat est égale à la somme des suffrages électifs des deux autres; j'affirme qu'en comparant ces Candidats deux à deux, la supériorité (si elle a lieu) du premier Candidat sur le second est la même que celle du second sur le troisième, & encore la même que celle du troisième sur le premier; en sorte qu'on ne peut rien dire de l'un de ces Candidats qu'on ne puisse dire également de chacun des deux autres.

Symboliquement.

$$\text{Soient les trois équations } \begin{cases} a+a' = b+c. \\ b+b' = a+c. \\ c+c' = a+b. \end{cases}$$

Soit encore l'équation $a+Ca = b+Cb+d$.

J'affirme qu'on a aussi $\begin{cases} b+Ab = c+Ac+d. \\ c+Bc = a+Ba+d. \end{cases}$

Démonstration.

Puisque $a+Ca = b+Cb+d$; $Ca = \frac{a+b+c}{2} - a + \frac{1}{2}d$.

49

frage électif; j'affirme que ce Candidat sera estimé avoir en sa faveur plus que la majorité absolue.

Symboliquement.

Si $a+a' > b+c$.

J'affirme que $a + \frac{1}{2}a' > \frac{a+b+c}{2}$.

Démonstration.

Par supp. $a+a' > b+c$.

Donc $2a+a' > a+b+c$.

$a + \frac{1}{2}a' > \frac{a+b+c}{2}$.

Remarque analogue à celle du §. IV, sur la substitution des rapports d'égalité ou de plus petite inégalité au rapport de plus grande inégalité.

Corollaire. En particulier si trois Candidats sont également agréables, ils sont encore prononcés également agréables en estimant chaque suffrage supplémentaire la moitié d'un suffrage électif.

§. XIII. Théorème.

Si un Candidat (tel que A) est plus agréable qu'un autre Candidat tel que B; j'affirme que la moitié de l'excès du nombre des Votans qui ont préféré A à B, sur le nombre des Votans qui ont préféré B à A, est égale à l'excès de la somme du nombre des Electeurs de A qui ont donné à B un suffrage supplémentaire & de la moitié du nombre des Votans sur la somme des suffrages électifs & supplémentaires de B.

Symboliquement.

Si $a+Ca > b+Cb$.

J'affirme que $\frac{(a+Ca)-(b+Cb)}{2} = Ab + \frac{a+b+c}{2} - (b+b')$

48

De-là

$$Cb(=c-Ca) = a+c - \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d = \frac{a+b+c}{2} - b - \frac{1}{2}d.$$

$$Ba(=a'-Ca) = a+a' - \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d = b+c - \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d = \frac{a+b+c}{2} - a - \frac{1}{2}d.$$

$$Bc(=b-Ba) = a+b - \frac{a+b+c}{2} + \frac{1}{2}d = \frac{a+b+c}{2} - c + \frac{1}{2}d.$$

$$Ab(=b'-Cb) = b+b' - \frac{a+b+c}{2} + \frac{1}{2}d = a+c - \frac{a+b+c}{2} + \frac{1}{2}d = \frac{a+b+c}{2} - b + \frac{1}{2}d.$$

$$Ac(=a-Ab) = a+b - \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d = \frac{a+b+c}{2} - c - \frac{1}{2}d.$$

$$a+Ca = \frac{a+b+c}{2} + \frac{1}{2}d;$$

$$b+Cb = \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d; \quad a+Ca - (b+Cb) = d; \text{ ou } a+Ca = b+Cb+d$$

$$b+Ab = \frac{a+b+c}{2} + \frac{1}{2}d;$$

$$c+Ac = \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d; \quad b+Ab - (c+Ac) = d; \text{ ou } b+Ab = c+Ac+d$$

$$c+Bc = \frac{a+b+c}{2} + \frac{1}{2}d;$$

$$a+Ba = \frac{a+b+c}{2} - \frac{1}{2}d; \quad c+Bc - (a+Ba) = d; \text{ ou } c+Bc = a+Ba+d$$

Ces trois Candidats sont donc égaux, dans ce sens; qu'on ne peut rien dire de l'un qu'on ne puisse dire également de chacun des deux autres.

§. XII. Théorème.

Si la somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un Candidat est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres, & si on estime chaque suffrage supplémentaire la moitié d'un suffrage

50

Démonstration.

$$a+Ca = a+c - Cb.$$

$$\text{Donc } (a+Ca) - (b+Cb) = a-b+c - 2Cb = (a+b+c) - 2(b+Cb);$$

$$\text{Donc } \frac{(a+Ca) - (b+Cb)}{2} = \frac{a+b+c}{2} - (b+Cb)$$

$$= \frac{a+b+c}{2} - (b+b' - Ab) = Ab + \frac{a+b+c}{2} - (b+b');$$

Corollaire. Le Candidat A pouvant être plus agréable que le Candidat B; le premier l'emporte sur le second, d'autant plus; que le nombre des Electeurs de A qui ont donné à B un suffrage supplémentaire est plus grand. Si A ne peut pas être plus agréable que B, ce dernier l'emporte sur le premier d'autant moins que ce nombre est plus grand.

En particulier. Si l'un ou l'autre de ces deux cas peuvent arriver: savoir, que tous les Electeurs de A donnent à B un suffrage supplémentaire, ou que tous les suffrages supplémentaires de B lui viennent des Electeurs de A; la distribution des suffrages conforme à l'une ou à l'autre de ces suppositions est la plus favorable à A.

§. XIV. Théorème.

Que les suffrages de trois Candidats soient conformes aux suppositions suivantes.

1°. Le nombre des suffrages supplémentaires de A est plus grand que le nombre des suffrages électifs de C.

2°. Le nombre des suffrages électifs de A est plus grand que le nombre des suffrages supplémentaires de B.

3°. La somme des suffrages électifs de B & de C est plus grande que le nombre des suffrages supplémentaires de A.

4°. La somme des suffrages électifs & supplémentaires de A est plus grande que la somme des suf-

frages électifs de C & de la moitié du nombre des Votans.
J'affirme que le Candidat A est plus agréable que le Candidat C.

Symboliquement.

Soient $a' > c.$
 $a > b'.$
 $b + c > a'.$
 $a + a' > \frac{a+b+c}{2} + c.$

J'affirme que $a + Ba > c + Bc.$

Démonstration.

Le cas le plus favorable à C dans sa comparaison avec A est celui où tous les Electeurs de C donnent à A un suffrage supplémentaire. Alors l'Election est comme il suit :

$Ca = c. Ab = b'. Ba = a' - c.$
 $Cb = 0. Ac = a - b'. Bc = b - a' + c.$

Par les trois premières suppositions toutes ces quantités sont positives, & la distribution des suffrages conforme à la supposition est possible.

On a alors $a + Ba = a + a' - c.$
 $c + Bc = b - a' + c.$

Or par supp. $a + a' > \frac{a+b+c}{2} + c.$

Donc $a + a' - c > \frac{a+b+c}{2},$ ou $a + Ba > \frac{a+b+c}{2}.$
 $\qquad \qquad \qquad > \frac{a + Ba + c + Bc}{2}$
donc $\frac{a + Ba}{2} > \frac{c + Bc}{2}.$
& $a + Ba > c + Bc.$

Donc, dans le cas le moins favorable à A dans sa comparaison avec C, il est cependant plus agréa-

agréable à l'Assemblée peut être prononcé suivant le déchiffrement actuel le plus agréable à l'Assemblée.

§. XV. Théorème.

Soient trois Candidats dont aucun n'a la majorité absolue dans la colonne d'Élection. Que les suffrages électifs & supplémentaires de ces Candidats soient conformes aux suppositions suivantes :

1°. La somme des suffrages électifs & supplémentaires d'un des Candidats (tel que A) est plus grande que la somme des suffrages électifs des deux autres.

2°. La somme des suffrages électifs de A & de la moitié du nombre des Votans est plus grande que chacune des sommes des suffrages électifs & supplémentaires des deux autres Candidats.

J'affirme que ce Candidat peut être le plus agréable des trois.

Symboliquement.

Soit $a + a' > b + c.$
 $a + \frac{a+b+c}{2} > b + b'.$
 $a + \frac{a+b+c}{2} > c + c'.$

J'affirme qu'on peut $\sum a + Ca > b + Cb.$
avoir en même tems $\sum a + Ba > c + Bc.$

Démonstration.

Pour satisfaire à l'inégalité $a + Ca > b + Cb;$ soit fait $Ca > \frac{a+b+c}{2} - a.$

& pour satisfaire à l'inégalité $a + Ba > c + Bc;$ soit fait $Ba > \frac{a+b+c}{2} - a.$

& partant $Ca < a + a' - \frac{a+b+c}{2}.$

J'affirme que la quantité Ca étant comprise entre les limites $\frac{a+b+c}{2} - a;$ & $a + a' - \frac{a+b+c}{2};$ la dif-

ble que C. Donc A est toujours plus agréable que C.

Corollaire I. Dans ce même cas $a + Ca = a + c.$
 $b + Cb = b.$

Donc, si $a + c > b$ (c'est-à-dire, si le Candidat B n'a pas la majorité absolue dans la colonne d'Élection), le Candidat A est aussi plus agréable que B. Partant, le Candidat A peut être le plus agréable des trois.

Corollaire II. Si les suppositions ont lieu entre le Candidat A & le Candidat B, de manière que ce dernier prenne la place de C, le Candidat A est le plus agréable des trois.

Corollaire III. Si les mêmes suppositions ont lieu entre le Candidat B & le Candidat C, de manière que B prenne la place de A, le Candidat C est le moins agréable des trois Candidats.

Remarque I. Dans les suppositions de ce dernier corollaire (c'est-à-dire, le Candidat C étant le moins agréable des trois Candidats); si aucun des Candidats A & B n'a la majorité absolue dans la colonne d'Élection; l'un quelconque de ces derniers peut être préféré à l'autre. Par conséquent, si un des trois Candidats est déterminé à être le moins agréable des trois, le mode actuel de déchiffrement prononce comme déterminée l'Élection qui est en effet indéterminée.

Remarque II. Les inégalités $a' > c. b' > c.$
 $a > b'. b > a'.$
 $b + c > a'. a + c > b'.$
 $a + a' > \frac{a+b+c}{2} + c. b + b' > \frac{a+b+c}{2} + c.$
peuvent subsister avec les inégalités $c + c' > a + a'.$
 $c + c' > b + b'.$

Partant, le Candidat qui est sûrement le moins

tribution des suffrages est possible. On a donc :

$$Ca \begin{cases} > \frac{a+b+c}{2} - a. \\ < a + a' - \frac{a+b+c}{2}. \end{cases} \quad Cb = c - Ca \begin{cases} < \frac{a+b+c}{2} - b. \\ > \frac{a+b+c}{2} + c - (a + a'). \end{cases}$$

$$Ba' (= a' - Ca) \begin{cases} < a + a' - \frac{a+b+c}{2}. \\ > \frac{a+b+c}{2} - a. \end{cases} \quad Bc (= b - Ba) \begin{cases} > \frac{a+b+c}{2} + b - (a + a') \\ < \frac{a+b+c}{2} - c. \end{cases}$$

$$Ab (= b' - Cb) \begin{cases} > b + b' - \frac{a+b+c}{2}. \\ < \frac{a+b+c}{2} + a - (c + c'). \end{cases} \quad Ac (= \frac{a+b+c}{2} + a - (b + b')) \begin{cases} < \frac{a+b+c}{2} + a - (b + b') \\ > c + c' - \frac{a+b+c}{2}. \end{cases}$$

1°. Par supp. $a + a' > b + c;$
donc $a + a' - \frac{a+b+c}{2} > b + c - \frac{a+b+c}{2} > \frac{a+b+c}{2} - a.$

2°. De-là; $c - (a + a' - \frac{a+b+c}{2}) < c - (\frac{a+b+c}{2} - a);$
ou $\frac{a+b+c}{2} + c - (a + a') < \frac{a+b+c}{2} - b.$

3°. $a' - (\frac{a+b+c}{2} - a) > a' - (a + a' - \frac{a+b+c}{2});$
ou $a + a' - \frac{a+b+c}{2} > \frac{a+b+c}{2} - a.$

4°. $b - (a + a' - \frac{a+b+c}{2}) < b - (\frac{a+b+c}{2} - a);$
ou $\frac{a+b+c}{2} + b - (a + a') < \frac{a+b+c}{2} - c.$

5°. $b' - (\frac{a+b+c}{2} - b) < b' - (\frac{a+b+c}{2} + c - (a + a'));$
ou $b + b' - \frac{a+b+c}{2} < \frac{a+b+c}{2} + a - (c + c').$

55

6°. $a - (b + b' - \frac{a+b+c}{2}) > a - (\frac{a+b+c}{2} + a - (c+c'))$;
 ou $\frac{a+b+c}{2} + a - (b+b') > c+c' - \frac{a+b+c}{2}$.

7°. Par supp. $a + c > b$;
 donc $2a + 2c > a + b + c$; $a + c > \frac{a+b+c}{2}$; $c > \frac{a+b+c}{2} - a$.

Par supp. $a + a' > \frac{a+b+c}{2}$; donc $a' > \frac{a+b+c}{2} - a$.

Partant, Ca peut bien être prise intermédiaire entre $\frac{a+b+c}{2} - a$ & $a + a' - \frac{a+b+c}{2}$.

8°. Examen de Cb . Par supp. $\frac{a+b+c}{2} > b$.

& $a + a' > \frac{a+b+c}{2}$; donc $\frac{a+b+c}{2} + c < a + a' + c$;

donc $\frac{a+b+c}{2} + c - (a + a') < c$.

Par supp. $\frac{a+b+c}{2} + a > c + c'$;

& $\frac{a+b+c}{2} + a + a' + b' > c + a + b + c$;

& $b' > \frac{a+b+c}{2} + c - (a + a')$.

9°. Examen de Ba . Par supp. $a + a' > \frac{a+b+c}{2}$.

Par supp. $\frac{a+b+c}{2} > c$; $a + b > c$; $2a + 2b > a + b + c$;

& $a + b > \frac{a+b+c}{2}$; $\frac{a+b+c}{2} - a < b$.

Par supp. $a + a' > \frac{a+b+c}{2}$; $\frac{a+b+c}{2} - a < a'$.

10°. Examen de Bc . Par supp. $\frac{a+b+c}{2} > c$.

56

Par supp. $a + a' > \frac{a+b+c}{2}$;

donc $\frac{a+b+c}{2} + b - (a + a') < b$.

Par supp. $\frac{a+b+c}{2} + a > b + b'$; donc $b + b' - a < \frac{a+b+c}{2}$;

& $\frac{a+b+c}{2} + b + b' - a < a + b + c < a' + b' + c'$.

$\frac{a+b+c}{2} + b - a < a' + c'$.

$\frac{a+b+c}{2} + b - (a + a') < c'$.

11°. Examen de Ab . Par supp. $\frac{a+b+c}{2} + a > c + c'$.

Par supp. $\frac{a+b+c}{2} + a > b + b'$; donc $a > b + b' - \frac{a+b+c}{2}$

Par supp. $\frac{a+b+c}{2} > b$;

donc $b' + \frac{a+b+c}{2} > b + b'$; $b' > b + b' - \frac{a+b+c}{2}$

12°. Examen de Ac . Par supp. $\frac{a+b+c}{2} + a > b + b'$.

Par supp. $a + \frac{a+b+c}{2} > c + c'$; donc $a > c + c' - \frac{a+b+c}{2}$

Par supp. $\frac{a+b+c}{2} > c$; donc $c' + \frac{a+b+c}{2} > c + c'$;

& $c' > c + c' - \frac{a+b+c}{2}$.

Partant, en prenant Ca $\left\{ \begin{array}{l} > \frac{a+b+c}{2} - a. \\ < a + a' - \frac{a+b+c}{2}. \end{array} \right.$

on rend toutes les quantités Ca, Cb, Ba, Bc, Ca, Cb positives, & on satisfait $a + Ca > b + Cb$ aux deux inégalités $a + Ba > c + Bc$.

57

§. XVI. Théorème.

Que les suffrages de trois Candidats soient comme il suit.

1°. Le nombre des suffrages électifs de l'un d'eux (tel que C) est moindre que la majorité absolue.

2°. La somme des suffrages électifs & supplémentaires de C est moindre que la somme des suffrages électifs des deux autres.

3°. La somme des suffrages électifs & supplémentaires de chacun des deux autres est plus grande que la majorité absolue.

4°. Chacune des sommes des suffrages électifs des deux autres Candidats & de la moitié du nombre des Votans est plus grande que la somme des suffrages électifs & supplémentaires du troisième C.

J'affirme que ce troisième Candidat C peut être le moins agréable des trois.

Symboliquement.

Soit $\frac{a+b+c}{2} > c$.

$a + b > c + c'$.

$\frac{a+b+c}{2} + a > c + c'$.

$\frac{a+b+c}{2} + b > c + c'$.

$a + a' > \frac{a+b+c}{2}$.

$b + b' > \frac{a+b+c}{2}$.

J'affirme qu'on peut avoir en même tems $a + Ba > c + Bc$.
 $b + Ab > c + Ac$.

Démonstration.

On obtient les deux inégalités $a + Ba > c + Bc$.
 $b + Ab > c + Ac$.

58

en faisant $Ba > \frac{a+b+c}{2} - a$.

$Ab > \frac{a+b+c}{2} - b$;

d'où l'on déduit $Ba < \frac{a+b+c}{2} + b - (c + c')$.

On obtient donc :

$Ba \left\{ \begin{array}{l} > \frac{a+b+c}{2} - a. \\ < \frac{a+b+c}{2} + b - (c + c') \end{array} \right.$ $Bc \left\{ \begin{array}{l} < \frac{a+b+c}{2} - c. \\ > c + c' - \frac{a+b+c}{2}. \end{array} \right.$

$Ca \left\{ \begin{array}{l} < a + a' - \frac{a+b+c}{2}. \\ > \frac{a+b+c}{2} + c - (b + b') \end{array} \right.$ $Cb \left\{ \begin{array}{l} > \frac{a+b+c}{2} + c - (a + a'). \\ < b + b' - \frac{a+b+c}{2}. \end{array} \right.$

$Ab \left\{ \begin{array}{l} < \frac{a+b+c}{2} + a - (c + c'). \\ > \frac{a+b+c}{2} - b. \end{array} \right.$ $Ac \left\{ \begin{array}{l} > c + c' - \frac{a+b+c}{2}. \\ < \frac{a+b+c}{2} - c. \end{array} \right.$

Or par supp. $a + b > c + c'$;

donc $\frac{a+b+c}{2} + a + b > \frac{a+b+c}{2} + c + c'$;

& $\frac{a+b+c}{2} + b - (c + c') > \frac{a+b+c}{2} - a$.

& on peut prendre Ba intermédiaire entre $\frac{a+b+c}{2} - a$, & $\frac{a+b+c}{2} + b - (c + c')$. De-là on montre que les quantités restantes Bc, Ca, Cb, Ab, Ac , deviennent aussi moyennes entre les quantités qui sont données comme leurs limites en grandeur ou en petitesse; & on montre, d'après les suppositions, comme dans le §. précédent, que toutes ces quantités sont alors positives.

59
§. XVII. Théorème.

Que les suffrages des trois Candidats A, B, C; soient comme il suit.

1°. Les Candidats B & C n'ont pas la majorité absolue dans la colonne d'Élection.

2°. Chacune des sommes des suffrages électifs & supplémentaires de A. & de B est plus grande que la moitié du nombre des Votans.

3°. La somme des suffrages électifs de A & de la moitié du nombre des Votans est plus grande que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de B.

4°. La somme des suffrages électifs de B & de la moitié du nombre des Votans est plus grande que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de C.

J'affirme que le Candidat A peut être plus agréable que le Candidat B, & que le Candidat B peut être plus agréable que le Candidat C.

Symboliquement.

Qu'on ait $\frac{a+b+c}{2} > b;$
 $\frac{a+b+c}{2} > c.$
 $a+a' > \frac{a+b+c}{2};$
 $b+b' > \frac{a+b+c}{2}.$
 $\frac{a+b+c}{2} + a > b+b'.$
 $\frac{a+b+c}{2} + b > c+c'.$

J'affirme qu'on peut avoir $a+Ca > b+Cb;$
 $b+Ab > c+Ac.$

que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de B.

4°. La somme des suffrages électifs de B & de la moitié du nombre des Votans est plus grande que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de C.

5°. La somme des suffrages électifs de C & de la moitié du nombre des Votans est plus grande que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de A.

J'affirme qu'on peut avoir en même tems les inégalités suivantes :

Le Candidat A plus agréable que le Candidat B.
 Le Candidat B plus agréable que le Candidat C.
 Et le Candidat C plus agréable que le Candidat A.

Symboliquement.

Soient faites les suppositions

$\frac{a+b+c}{2} > a; \frac{a+b+c}{2} > b; \frac{a+b+c}{2} > c.$
 $a+a' > \frac{a+b+c}{2}; b+b' > \frac{a+b+c}{2}; c+c' > \frac{a+b+c}{2}$
 $\frac{a+b+c}{2} + a > b+b'; \frac{a+b+c}{2} + b > c+c'; \frac{a+b+c}{2} + c > a+a'.$

J'affirme qu'on peut avoir en même tems les trois inégalités $a+Ca > b+Cb; b+Ab > c+Ac; c+Bc > a+Ba.$

Démonstration.

On satisfait aux inégalités

$a+Ca > b+Cb; b+Ab > c+Ac; c+Bc > a+Ba;$
 en faisant

$Ca > \frac{a+b+c}{2} - a; Ab > \frac{a+b+c}{2} - b; Bc > \frac{a+b+c}{2} - c.$

Démonstration.

On obtient les deux inégalités $a+Ca > b+Cb.$
 $b+Ab > c+Ac.$

en faisant $Ca > \frac{a+b+c}{2} - a.$
 $Ab > \frac{a+b+c}{2} - b.$

D'où l'on obtient :

$$\begin{aligned} Ca & \left\{ \begin{aligned} > \frac{a+b+c}{2} - a. \\ > \frac{a+b+c}{2} + c - (b+b'). \end{aligned} \right. & Cb & \left\{ \begin{aligned} < \frac{a+b+c}{2} - b. \\ < b+b' - \frac{a+b+c}{2} \end{aligned} \right. \\ Ba & \left\{ \begin{aligned} < a+a' - \frac{a+b+c}{2} \\ < \frac{a+b+c}{2} + b - (c+c') \end{aligned} \right. & Bc & \left\{ \begin{aligned} > \frac{a+b+c}{2} + b - (a+a'). \\ > c+c' - \frac{a+b+c}{2} \end{aligned} \right. \\ Ab & \left\{ \begin{aligned} > b+b' - \frac{a+b+c}{2} \\ > \frac{a+b+c}{2} - b. \end{aligned} \right. & Ac & \left\{ \begin{aligned} < \frac{a+b+c}{2} + a - (b+b'). \\ < \frac{a+b+c}{2} - c. \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

On montre comme précédemment que, d'après les suppositions, toutes ces quantités peuvent être positives.

§. XVIII. Théorème.

Que les suffrages des trois Candidats A, B, C, soient comme il suit :

1°. Aucun d'eux n'a la majorité absolue dans la colonne élective.

2°. La somme des suffrages électifs & supplémentaires de chacun d'eux est plus grande que la majorité absolue.

3°. La somme des suffrages électifs de A & de la moitié du nombre des Votans est plus grande

d'où l'on obtient

$$\begin{aligned} Ca & \left\{ \begin{aligned} > \frac{a+b+c}{2} - a. \\ > \frac{a+b+c}{2} + c - (b+b'). \\ > a+a' - \frac{a+b+c}{2}. \end{aligned} \right. & Cb & \left\{ \begin{aligned} < \frac{a+b+c}{2} - b. \\ < b+b' - \frac{a+b+c}{2}. \\ < \frac{a+b+c}{2} + c - (a+a'). \end{aligned} \right. \\ Ba & \left\{ \begin{aligned} < a+a' - \frac{a+b+c}{2}. \\ < \frac{a+b+c}{2} + b - (c+c'). \\ < \frac{a+b+c}{2} - a. \end{aligned} \right. & Bc & \left\{ \begin{aligned} > \frac{a+b+c}{2} + b - (a+a'). \\ > c+c' - \frac{a+b+c}{2}. \\ > \frac{a+b+c}{2} - c. \end{aligned} \right. \\ Ab & \left\{ \begin{aligned} > b+b' - \frac{a+b+c}{2}. \\ > \frac{a+b+c}{2} - b. \\ > \frac{a+b+c}{2} + a - (c+c'). \end{aligned} \right. & Ac & \left\{ \begin{aligned} < \frac{a+b+c}{2} + a - (b+b'). \\ < \frac{a+b+c}{2} - c. \\ < c+c' - \frac{a+b+c}{2}. \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Par les suppositions, toutes les quantités Ab, Ac, Ba, Bc, Ca, Cb sont positives, entant que l'une d'elles est positive, & contenue dans les limites assignés.

Par conséquent, en se conformant aux conditions, la décision de l'Assemblée est indéterminée; aucun des Candidats ne pouvant être dit ni le plus agréable des trois, ni le moins agréable des trois.

Après avoir développé d'une manière aussi étendue que je l'ai fait le cas des trois Candidats, je passe aux Elections plus compliquées dans lesquelles il y a plus d'une place à remplir, & où le nombre des Candidats est trois fois aussi grand que le nombre des places.

§. XIX.

Le nombre des Candidats étant trois, on a sur les suffrages soit électifs, soit supplémentaires de ces

Candidats, des connoissances qui manquent au moins en partie dans les cas plus compliqués.

En particulier, le nombre des Candidats étant trois, on connoît la somme des suffrages supplémentaires que deux des Candidats ont reçu des Electeurs du troisième Candidat; cette somme étant égale aux suffrages électifs de ce dernier; mais il n'en est pas de même pour un plus grand nombre de Candidats.

Pour abrégé, soient introduites les désignations suivantes :

Billets où A a un suffr. électif; B un suffr. électif AB .

• • • »	• • • électif »	• • • suppl. Ab .
• • • »	• • • électif »	• • • aucun a .
• • • »	• • • suppl. »	• • • électif Ba .
• • • »	• • • suppl. »	• • • suppl. ab .
• • • »	• • • suppl. »	• • • aucun a' .
• • • »	• • • aucun »	• • • électif b .
• • • »	• • • aucun »	• • • suppl. b' .

Les Billets où aucun des Candidats A & B n'est nommé n'affectent point la comparaison de ces Candidats.

Les Billets des deux formes AB & ab n'affectent pas non plus ces deux Candidats quant à la différence de leurs suffrages.

A est préféré à B par les Electeurs qui ont fait les Billets des trois formes, Ab , a , a' .

B est préféré à A par les Electeurs qui ont fait les Billets des trois formes, Ba , b , b' .

Partant, le premier Candidat est plus agréable que le second, aussi agréable ou moins agréable que lui, suivant que la somme $Ab+a+a'$ est plus

des suffrages électifs de A plus grand que le nombre des suffrages supplémentaires de B ; le cas le plus favorable à A est celui où aucun des Electeurs de B n'a donné à A un suffrage supplémentaire, tandis que B a reçu tous ses suffrages supplémentaires des Electeurs de A ; alors, la différence des agrémens de ces Candidats est exprimée par $A+A'-B$; & partant, le Candidat A peut être plus agréable que le Candidat B si la somme des suffrages électifs & supplémentaires du premier est plus grande que le nombre des suffrages électifs du second; & la plus grande différence en faveur de A est l'excès de la somme de ses suffrages électifs & supplémentaires sur le nombre des suffrages électifs de B . 2°. Soit le nombre des suffrages électifs de A plus petit que le nombre des suffrages supplémentaires de B . Le cas le plus favorable à A a lieu lorsque tous les Electeurs de A ont donné à B un suffrage supplémentaire; la différence de leurs agrémens est alors, 2 $A+A'-(B+B')$; & partant, dans ce cas, A peut être plus agréable que B , si la somme des suffrages supplémentaires de A & du double de ses suffrages électifs est plus grande que la somme des suffrages électifs & supplémentaires de B .

Les deux Candidats sont également agréables, si $Ba - Ab = (A + A') - (B + B')$.

Le nombre des Candidats étant trois, nous avons vu (§. II), que le Candidat le plus agréable avoit la majorité absolue dans la colonne d'Electon. Il n'en est pas de même pour le cas d'un plus grand nombre de Candidats.

En effet, en supposant $A > B'$, on peut avoir $A + A' > B$, quoique A soit moindre que la moitié du nombre des Votans, & que B soit au contraire plus grand que cette moitié. Et si $A < B'$, on peut avoir 2 $A + A' > B + B'$, dans les mêmes supposi-

grande que la somme $Ba + b + b'$ égale à elle ou plus petite qu'elle; & la différence de leurs agrémens dépend de la différence de ces deux sommes. Ajoutant à chacune d'elles la quantité AB , la différence de leurs agrémens dépend de la différence des deux sommes $AB + Ab + a + a'$, & $AB + Ba + b + b'$. Soient désignés par A & B les suffrages électifs de A & de B , on a $AB + Ab + a = A$.

$$AB + Ba + b = B.$$

Partant, le Candidat A est plus ou moins agréable que le Candidat B , suivant que la somme $A + a'$ est plus ou moins grande que la somme $B + b'$.

Savoir, tout se passe quant à la comparaison de deux Candidats comme si l'un d'eux étoit préféré à l'autre par la somme de ses suffrages électifs, & de ceux de ses suffrages supplémentaires qu'il a reçus des Votans qui n'ont donné à l'autre aucun suffrage.

Soient désignés par A' & B' les suffrages supplémentaires de A & de B :

$$a' = A' - Ba - ab.$$

$$b' = B' - Ab - ab.$$

Donc, le Candidat A est plus ou moins agréable que le Candidat B , suivant que $(A + A' - ab) - Ba$ est plus ou moins grand que $(B + B' - ab) - Ab$.

La différence des agrémens des deux Candidats est exprimée par $A + A' - (B + B') - (Ba - Ab)$, dans laquelle expression les quantités Ba , Ab , sont seules inconnues.

Plus la quantité Ba est petite, & au contraire, plus la quantité Ab est grande, plus aussi cette expression est grande; en sorte que, le cas le plus favorable à A est celui où aucun des Electeurs de B n'a donné à A un suffrage supplémentaire, tandis que le plus grand nombre possible des Electeurs de A ont donné à B un suffrage supplémentaire. 1°. Soit le nombre

des valeurs de A & de B quant au nombre des Votans. Et on peut aussi avoir A plus agréable que B , quoique le nombre des suffrages électifs de A soit moindre que le nombre des suffrages électifs de B , l'un & l'autre ayant la majorité absolue dans la colonne d'Electon.

§. X X.

Puisque la comparaison de deux Candidats seulement donne lieu à une si grande incertitude sur la décision de l'Assemblée, à plus forte raison cette incertitude a-t-elle lieu pour la comparaison d'un nombre plus grand de Candidats; & en particulier, on peut aussi obtenir, à plus forte raison, l'indétermination correspondante à celle qui est développée dans le §. XVIII°. Savoir, on peut obtenir :

$$A + A' - Ba > B + B' - Ab.$$

$$B + B' - Cb > C + C' - Bc.$$

$$C + C' - Ac > A + A' - Ca$$

en sorte que, on ne peut dire d'aucun des Candidats A , B , C ; qu'il est le plus agréable ou le moins agréable des trois.

POST SCRIPTUM.

ENTRE les recherches auxquelles peut encore donner lieu le sujet que je viens de traiter, il en est une bien intéressante pour le mathématicien, & qui méritoit d'être développée avec soin, si on pouvoit en espérer quelque utilité-pratique; je veux parler de l'application du calcul des probabilités au scrutin, pour déterminer, sans remonter à l'origine des suffrages, quel est le Candidat qui a la plus grande chance à l'Élection.

Pour indiquer le procédé à suivre dans cette recherche, je me contenterai d'un seul exemple tiré d'une Assemblée peu nombreuse. Il suffira pour montrer, sinon la difficulté du moins la longueur de cette opération, & l'impossibilité d'en tirer quelque fruit pour déterminer le vœu d'une Assemblée nombreuse.

Soit une Assemblée composée de vingt-quatre Electeurs, & que les suffrages des trois Candidats *A*, *B*, *C*, soient tels qu'il suit:

$$a = 11 \quad b = 9 \quad c = 4$$

$$a' = 5 \quad b' = 7 \quad c' = 12$$

Soient faites toutes les suppositions sur la composition des Billets, elles ne peuvent être que les cinq suivantes:

<i>Ab</i> ,	<i>Ac</i> ,	<i>Ba</i> ,	<i>Bc</i> ,	<i>Ca</i> ,	<i>Cb</i> ,
7 . . . 4 . . . 1 . . . 8 . . . 4 . . . 0.					
6 . . . 5 . . . 2 . . . 7 . . . 3 . . . 1.					
5 . . . 6 . . . 3 . . . 6 . . . 2 . . . 2.					
4 . . . 7 . . . 4 . . . 5 . . . 1 . . . 3.					
3 . . . 8 . . . 5 . . . 4 . . . 0 . . . 4.					

5°. Le nombre des manières dont les sept suffrages supplémentaires de *B* peuvent être pris sept à sept, favior, 1.

6°. Le nombre des manières dont les douze suffrages supplémentaires de *C* peuvent être pris quatre à quatre, favior, $\frac{11}{1} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{9}{3} \cdot \frac{8}{4} = 495$.

Partant, le nombre des manières dont l'Élection peut être conforme à la première supposition est $330 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 495 = 7 \ 350 \ 750$.

On trouve de la même manière, que le nombre des cas favorables à la seconde supposition est le produit des nombres suivants :

$$\frac{11}{1} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{9}{3} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{7}{5} = 462.$$

$$\frac{9}{2} \cdot \frac{8}{3} = 36.$$

$$\frac{4}{1} = 4.$$

$$\frac{1}{1} \cdot \frac{4}{2} = 10.$$

$$\frac{7}{1} = 7.$$

$$\frac{11}{1} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{9}{3} \cdot \frac{8}{4} \cdot \frac{7}{5} = 792.$$

Donc, ce nombre est . . . 368 831 232.

De même, nombre des cas favorables à la 3me. supp. . . . 4 518 182 592.
à la 4me. . . . 2 305 195 100.
à la 5me. . . . 60 031 125.

Comparant *A* avec *B*, par exemple, on trouve que le nombre des cas suivant lesquels *A* est préféré à *B* est au nombre des cas suivant lesquels *B* est préféré à *A*, comme 4 894 364 574 est à 60 031 125; & partant, quoique le mode qui fait l'objet de cet Examen prononce les trois Candidats comme également agréables, le nombre des cas

Suivant les trois premières suppositions, *A* est préféré à *B*; ils sont également agréables par la quatrième, & *B* est préféré à *A* par la cinquième.

Suivant la première supposition, *A* & *C* sont également agréables; & suivant les quatre autres *A* est préféré à *C*.

Suivant les quatre premières suppositions, *B* est préféré à *C*; & suivant la cinquième, ils sont également agréables.

D'après cette énumération seule, il paroît que la chance de l'Élection est en faveur de *A*, & que *C* y a si peu de part, qu'il n'est aucun cas où il soit préféré à l'un ou à l'autre des Candidats.

Mais l'énumération de ces suppositions ne suffit pas, il faut encore rechercher les probabilités de chacune d'elles, ou ce qui revient au même, les nombres de cas suivant lesquels ces suppositions peuvent avoir lieu.

Le nombre des cas suivant lesquels la première supposition peut avoir lieu est exprimé par le produit continué des facteurs suivants :

1°. Le nombre des manières dont les onze suffrages électifs de *A* peuvent être pris quatre à quatre, favior, $\frac{11}{1} \cdot \frac{10}{2} \cdot \frac{9}{3} \cdot \frac{8}{4} = 330$.

2°. Le nombre des manières dont les neuf suffrages électifs de *B* peuvent être pris un à un, favior, 9.

3°. Le nombre des manières dont les quatre suffrages électifs de *C* peuvent être pris quatre à quatre, favior, 1.

4°. Le nombre des manières dont les cinq suffrages supplémentaires de *A* peuvent être pris un à un, favior, 5.

favorables à l'Élection de *A* est plus que quatre-vingt fois aussi grand que le nombre des cas favorables à l'Élection de *B*.

Si on vouloit apporter encore plus d'exactitude dans l'estimation du jugement des Electeurs sur les Candidats, on devroit avoir égard aux nombres des suffrages par lesquels l'un des Candidats est préféré à l'autre suivant chacune des suppositions précédentes, en prenant la différence du nombre des suffrages par lesquels le premier Candidat est préféré au second, & du nombre des suffrages par lesquels le second est préféré au premier, & multiplier ces différences par les nombres des manières dont l'Élection peut être conforme à ces suppositions. En estimant ainsi le vœu des Electeurs sur les Candidats *A* & *B*, on trouveroit dans ce cas que la chance de *A* comparé à *B* est considérablement plus grande que si on n'avoit pas égard à ces différences. Mais, je le répète, dans une Assemblée nombreuse, il est impraticable de procéder conformément aux règles du calcul des probabilités. Ce sujet devroit donc être mis au nombre des spéculations mathématiques inapplicables aux sujets réels, s'il ne faisoit sentir la complication & l'incertitude du vœu prononcé des Assemblées nombreuses.

F I N.