Mathématiques et sciences humaines

Problèmes d'enseignement

Mathématiques et sciences humaines, tome 16 (1966), p. 25-55
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1966__16__25_0>

PROBLEMES D'ENSEIGNEMENT

Henri ROUANET

MATHEMATIQUES ET METHODOLOGIE PSYCHOLOGIQUE: LA DESCRIPTION DES SITUATIONS EXPERIMENTALES (*)

I. - MATHEMATIQUES ET METHODOLOGIE PSYCHOLOGIQUE

Dans le cadre de la nouvelle licence de psychologie. un enseignement de mathématique et statistique comprenant (pour la première année) les têtes de chapitre suivantes, est enseigné dès cette année à la Sorbonne, à Nanterre. et dans la plupart des Facultés de Province :

A. Eléments de théorie des ensembles finis.

B. Calcul exponentiel, logarithmes.

C. Notions sur les espaces vectoriels.

D. Statistique descriptive.

E. Eléments de calcul des probabilités.

Les parties D et E constituent une introduction aux méthodes statistiques couramment utilisées dans les sciences humaines. et à ce titre, leur présence dans le cours ne constitue donc pas une nouveauté. Il n'en va pas de même des parties A, B, C, qui concernent des mathématiques "pures" et n'avaient jusqu'ici pas été enseignées à ce niveau.

L'introduction, dans l'enseignement. de ces mathématiques pures présente de l'intérêt à plus d'un titre. Cet article sera consacré à illustrer un seul de ces titres, mais capital: la possibilité d'applications directes de ces mathématiques en méthodologie psychologique (**).

Pour caractériser ces applications directes, il nous faut introduire la distinction, assez claire en pratique (bien que peut être inexistante en droit) entre mathématiques "quantitatives" et mathématiques "abstraites" (termes évidemment bien grossiers: mais devrait-on dire "analyse" et "algèbre"?). Dans leur discipline, les psychologues ont toujours utilisé explicitement les premières.

(*) Je tiens à remercier plusieurs collègues pour leurs suggestions, et tout particulièrement Monsieur D. Lépine, en ce qui concerne la troisième partie (situation d'identification de concept).

(**)Sans préjuger de la sociologie ou d'autres sciences humaines.

même en dehors de la statistique; et en réalité, ces mathématiques étaient bien déjà enseignées aux étudiants, mais souvent "par la bande": tantôt dans les cours de statistique, tantôt dans les cours de psychologie proprement dite (exemple typique: notion de logarithme enseignée à propos de la loi de Fechner, ou des applications psychologiques de la théorie de l'information). Il existe tout de même des ouvrages qui exposent ces portions de mathématiques dans une perspective d'application psychologique (*).

Dans le programme actuel, la partie B (ainsi qu'une partie de C) recouvriront (en gros) ces notions de mathématiques "quantitatives"; leur introduction dans un cours de "mathématiques" ne fait donc que mettre fin à une anomalie pédagogique, et aura pour conséquence l'allègement d'autres enseignements (cf. l'exemple des logarithmes cité plus haut).

Le cas des mathématiques "abstraites" et en particulier des rudiments de théorie des ensembles (correspondant à la partie A du cours) est plus complexe. La théorie des ensembles est évidemment présente dans tous les travaux de psychologie mathématique (**). Son importance est publiquement reconnue par beaucoup de psychologues comme fondamentale pour la méthodologie de leur discipline. Il suffit de se pencher sur les traités généraux de psychologie pour y pressentir le rôle capital qu'y joue - en filigrane - la théorie des ensembles, chaque fois qu'il est question de définition opérationnelle d'une méthode, de plan d'expériences, etc... En témoigne l'insistance avec laquelle reviennent des termes (tels que fonction, relation, équivalence, ...), dont la signification ne peut pas être sans lien avec celle de ces termes lorsqu'on les rencontre dans un contexte mathématique.

Pourtant, dans ces mêmes traités (ou dans les manuels de méthodologie psychologique) il est rarement fait mention, explicitement, de mathématiques abstraites. Et d'autre part, il n'existe, à notre connaissance, aucun exposé d'ensemble de ces mathématiques véritablement à l'usage des psychologues, c'est-à-dire conçu de façon à mettre en lumière l'insertion de ces mathématiques dans la méthodologie psychologique (***).

A notre avis, il y a là une véritable lacune, qui ne pourra être comblée que progressivement, lorsque des recherches se seront efforcées de traduire, dans un langage proprement mathématique, les principales notions utilisées en méthodologie psychologique. A cet égard, l'existence de nouveaux cours de mathématique et statistique devrait constituer un stimulant important à de telles recherches. Ce cours en effet est bâti suivant un ordre de complexité logique correspondant en gros aux trois niveaux (1e et 2e années réunies)

- théorie des ensembles
- mesure et probabilité
- statistique inductive.

On peut soutenir - ceci constitue le motif sous-jacent à notre exposé - qu'à

(*) La référence fondamentale est celle de Don Lewis (cf. bibliographie). On trouvera également des exemples intéressants (principalement historiques) dans l'essai de Miller (1964).

(**) Cf. un article récent, dans cette revue (Luce, 1965) consacré aux mathématiques utilisées en psychologie mathématique (M.S.H. N° 13).

(***) C'est-à-dire un exposé qui serait l'analogue du livre de Don Lewis pour les mathématiques quantitatives ou des manuels classiques de statistique en psychologie. Des ouvrages demeurant à la lisière de la psychologie, si intéressants soient-ils par ailleurs (comme par exemple celui de Kemeny, Snell et Thompson) ne nous paraissent pas répondre exactement au besoin exprimé ici.

ces trois niveaux correspondent en gros les trois niveaux suivants de complexité méthodologique :

- description des situations
- formulation des hypothèses
- mise à l'épreuve des hypothèses.

(Soulignons combien tout cela ne constitue pour nous, actuellement, qu'un schéma de travail).

C'est avec ce schéma présent à l'esprit que nous nous sommes posé la question suivante sur le premier niveau: quelles notions de méthodologie est-il possible d'éclairer à partir des éléments de théorie des ensembles enseignés en 1e année? Nos recherches nous ont conduit à la conclusion provisoire mais nette que ces éléments tout limités qu'ils sont, peuvent déjà être utilisés pour fournir une description concise et sans ambiguité de la plupart des situations expérimentales courantes. (*).

On peut se demander ce que l'on gagne à remplacer une description verbale, compréhensible par tous (?) par une description faisant appel à une langue réputée plus hermétique. A cette question, d'aucuns pourraient répondre qu'il y a toujours gain lorsqu'il y a explicitation d'une structure, et que rien n'est préférable au langage algébrique pour expliciter une structure algébrique. En ce qui nous concerne, nous inclinons vers une position plus nuancée, tenant compte des deux facteurs suivants :

- la complexité de la situation expérimentale elle-même;
- la complexité des hypothèses psychologiques que le chercheur désire éprouver à travers l'étude de cette situation expérimentale,

et nous dirons qu'il y a gain dès qu'il y a complexité sur l'un ou l'autre facteur.

Pour illustrer les idées précédentes, nous avons choisi deux situations expérimentales courantes, proches de celles que l'étudiant rencontrera aux séances de méthodologie. La première (situation d'apprentissage de couples) est, au niveau où nous la présentons, peu complexe en elle-même; elle peut être appréhendée sans difficulté à partir d'un exposé ne faisant appel à aucun appareil mathématique explicite. Tant que, dans les analyses qu'on effectuera ultérieurement sur les données obtenues dans cette situation, on considère des hypothèses relativement simples, l'appareil mathématique abstrait ne constituera guère plus qu'un luxe (**). Mais si on cherche à étudier des hypothèses fines, l'appareil mathématique devient quasiment indispensable.

En revanche, le deuxième exemple (situation d'identification de concept) concerne une situation déjà relativement complexe en elle-même. Une présentation soigneuse de cette situation n'est possible que dans la mesure où la structure mathématique sous-jacente est sinon explicitée, du moins sous-entendue clairement; une description de cette situation en termes mathématiques, apparaîtra ici comme plus naturelle, et immédiatement enrichissante (cf. la propriété fondamentale d'isomorphisme, qu'il faut se donner beaucoup de mal pour "lire" entre les lignes des exposés classiques, parce qu'il est à peu près impraticable d'exprimer cette idée à l'aide du seul langage courant.

Si les textes ci-dessous sont utilisés en vue d'applications du cours de mathématiques, nous pensons que les différences entre les deux exemples pourraient

(*) peut-être conviendra-t-il d'ajouter quelques notions sur la mesure.
(**) et il convient de se garder sinon du *luxe* lui-même, du moins des illusions qu'il engendre.

se traduire de la façon suivante sur le plan pédagogique: Le premier exemple pourrait contribuer à familiariser l'étudiant avec les notions abstraites du cours, en s'appuyant sur l'appréhension intuitive de la situation expérimentale concrète. En revanche, dans le deuxième exemple, la situation concrète est pour ainsi dire calquée sur le modèle abstrait: pédagogiquement, cet exemple ne devra sans doute être abordé que lorsque l'étudiant sera déjà quelque peu familiarisé avec les structures abstraites et dans ce cas, ces structures à leur tour, pourront l'aider à se familiariser avec une situation expérimentale complexe.

Un dernier point concernant la présentation des deux textes ci-dessous. S'ils ont été rédigés de manière à ne faire appel qu'aux connaissances mathématiques enseignées dans le cours de 1e année, ils ne peuvent certainement pas être remis tels quels entre les mains d'étudiants. Une adaptation sous forme d'exercices devra être effectuée compte tenu du niveau particulier des étudiants, de l'ordre exact dans lequel auront été exposées les notions du cours, etc... Enfin, nous avons cherché à être lisible par des lecteurs mathématiciens peu au courant de la méthodologie psychologique, ce qui nous a amené à fournir des précisions qui seront superflues pour le lecteur psychologue.

II. - LA SITUATION D'APPRENTISSAGE DE COUPLES - COURBES D'APPRENTISSAGE - UNE ILLUSTRATION CONCRETE.

1. - La Situation d'Apprentissage de Couples (*)

L'expérimentateur se donne :
- un ensemble K de $|K|$ "items" ou "stimulus"
- un ensemble R de $|R|$ "bonnes réponses" avec $|R| \leqslant |K|$.
- une surjection f de K sur R, définie par la donnée d'un ensemble de couples (k, r).

Le but de l'expérience est d'étudier l'apprentissage de cet ensemble de couples (c'est-à-dire l'apprentissage de l'application f). De nombreuses variantes de la situation expérimentale sont possibles; en particulier :

1) Chacun des ensembles K et R peut être, concrètement, de nature très diverse. En général, "items" et "bonnes réponses" sont de nature verbale, par exemple: trigrammes constitués par des suites de 3 consonnes sans significations - chiffres, etc...

A l'intérieur d'une même expérience, les ensembles K et R peuvent être de même nature (ex.: couples de chiffres) ou de nature différente (ex.: couples mots sans signification - chiffres). Les degrés de similitude entre les différents éléments de K, les différents éléments de R, ou entre les éléments de K et de R constituent des variables expérimentales importantes, qui ont donné lieu à de nombreuses études.

2) Les ensembles K et R peuvent être connus du sujet avant le commencement de l'expérience (l'expérimentateur les précise au sujet au moyen de la consigne);

(*) Allemand: "Paarlernen" Anglais: "paired-associate learning."

ou seul l'ensemble R est connu du sujet; ou ni K ni R ne sont connus du sujet (dans ce dernier cas le sujet devra apprendre au cours de l'expérience, non seulement l'application f, mais également l'ensemble R et éventuellement l'ensemble K.

3) L'application f peut être non seulement une surjection, mais également une injection: c'est alors une bijection (et $|K| = |R|$). Dans le cas général, la partition de K engendrée par f comporte presque toujours des classes d'égal effectif $\frac{|K|}{|R|}$.

4) La règle d'expérimentation: De nombreuses variantes sont possibles. Nous décrirons la suivante, qui fait intervenir la technique dite "d'anticipation". L'expérience comporte une suite de cycles constituant un ensemble N. A chaque cycle, l'expérimentateur présente successivement chacun des K items, le sujet donne une "réponse" (réponse d'"anticipation") qui est un élément de R, puis pour chaque item k, l'expérimentateur indique la "bonne réponse" f(k).

L'expérience peut comporter un nombre $|N|$ de cycles fixé à l'avance; on parle alors d'exercice constant. Ou, au contraire, le nombre de cycles est tel qu'un "critère d'apprentissage" soit atteint (par ex.: 3 cycles consécutifs sans erreur).

2. - Courbe d'Apprentissage individuelle, Courbe d'Apprentissage moyenne.

Nous illustrerons la notion de courbe d'apprentissage à propos de la situation expérimentale d'apprentissage de couples décrite antérieurement: nous supposerons que la règle d'expérimentation est à exercice constant, définie par un nombre $|N|$. (N = 1, 2, ..., N).

Pour un sujet donné, on va chercher à associer à chaque cycle un nombre (*) obtenu à partir du protocole expérimental qui pourra être considéré comme un indicateur d'apprentissage de ce sujet à ce cycle.

Exemples possibles d'indicateurs d'apprentissage pour la situation d'apprentissage de couples :

- nombre d'erreurs (ou réponses incorrectes) données par le sujet s au cycle n (nombre qui peut varier entre 0 et $|K|$, nombre d'items);
- fréquence d'erreurs données par le sujet s au cycle n, c'est-à-dire le nombre d'erreurs divisé par $|K|$ (cette fréquence peut donc varier entre 0 et 1).

Un indicateur d'apprentissage étant choisi, si U est l'ensemble des valeurs possibles pouvant être prises par cet indicateur, on définira pour chaque sujet s une application $g_s : N \longrightarrow U$.

Au graphe de l'application g_s correspond la courbe d'apprentissage individuelle du sujet s.

Si maintenant on a un ensemble S de $|S|$ sujets, on a pour chaque n une distribution statistique des g_s (n); cette distribution a pour moyenne :

$$\overline{g}(n) = \frac{\sum_s g_s(n)}{|S|}$$

(*) ou plus généralement un élément d'un espace vectoriel.

La courbe d'apprentissage moyenne (ou globale, ou de groupe), correspond au graphe de l'application $\bar{g}$: N $\longrightarrow$ U.

3. - Une Illustration concrète (Expérience de M. Ackermann)

Dans cet exemple, $|K| = 10$, $|R| = 2$. (A 5 des items est associée l'une des bonnes réponses possibles, aux 5 autres items est associée l'autre bonne réponse); enfin $|N| = 40$.

Le tableau I donne pour chaque sujet le nombre d'erreurs à chaque cycle (0 - marque le commencement d'une suite ininterrompue de 0 jusqu'à $|N| = 40$).

TABLEAU I

Sujets	
1	3 2 1 1 2 2 0 0 1 0 -
2	4 6 6 5 3 6 4 4 5 2 4 4 4 5 4 0 2 4 2 2 1 0 2 2 -
3*	4 3 6 5 5 6 2 3 5 4 2 6 5 5 5 5 1 2 1 2 2 1 0 -
4	5 1 3 1 3 1 2 1 2 1 1 -
5	8 4 3 6 4 3 5 2 3 6 3 2 3 0 2 1 2 3 4 4 4 4 5 4 2 1 2 2 2 0 2 2 2 0 -
6	5 5 1 5 5 4 4 4 4 2 3 3 2 1 2 3 1 3 2 2 0 2 1 2 2 3 1 0 -
7	5 3 2 0 1 1 1 1 0 -
8	8 4 8 4 3 7 4 4 5 3 4 4 1 1 2 1 1 1 0 -
9	6 3 1 6 1 5 3 4 2 0 2 3 1 1 0 -
10	5 4 4 4 5 3 3 4 3 1 4 1 0 1 0 -
11	5 3 5 4 4 3 3 0 2 2 3 0 2 1 0 -
12	6 5 4 4 2 2 0 -
13	4 6 4 4 4 4 3 5 5 7 2 3 2 3 2 2 2 4 3 5 0 1 1 2 2 2 1 1 1 0 1 2 0 2 2 0 -
14	5 7 3 7 4 3 3 4 3 3 1 1 1 0 -
15	7 6 2 4 3 0 1 1 1 1 1 0 1 1 0 -

4. - Thèmes d'Exercices sur les données de l'Expérience d'Apprentissage -

1) Tracer quelques courbes d'apprentissage individuelles. Tabuler la fonction $\bar{g}$ et tracer la courbe d'apprentissage globale - Indicateurs d'apprentissage: nombre total d'erreurs au cycle n et fréquence d'erreurs. Comparer les courbes obtenues avec les 2 indicateurs. Montrer qu'on peut les faire coïncider par transformation linéaire sur les ordonnées.

2) Ajustement d'une courbe exponentielle à la courbe d'apprentissage globale: (Dans ce paragraphe, on prendra la fréquence d'erreurs comme indicateur d'apprentissage.

On va essayer d'ajuster à la courbe d'apprentissage globale une exponentielle de paramètre α,

soit :

$$\overline{\gamma}_n = \frac{1}{2}\,\alpha^{n-1} \quad \text{où} \quad 0 \leqslant \alpha < 1$$

(Au premier cycle, le sujet est contraint de deviner; on peut donc s'attendre à ce que g(1) soit proche de $\frac{1}{|R|} = \frac{1}{2}$, c'est bien le cas en réalité).

Interprétation du paramètre α : indice de rapidité ou plutôt de lenteur de l'apprentissage: plus α est petit, plus l'apprentissage est rapide.

Pour estimer α : construire une nouvelle courbe d'apprentissage en transformant logarithmiquement les ordonnées: c'est-à-dire procéder à la transformation $\overline{h}_n = \text{Log}\ \overline{g}_n$ en utilisant du papier semi-logarithmique (et éventuellement également une table de logarithmes)

$$\text{Log}\ \overline{\gamma}_n = \text{Log}\ \frac{1}{2} + (n-1)\ \text{Log}\ \alpha$$

Ajuster (à vue) une droite passant par le point de coordonnées $(1, \text{Log}\ \frac{1}{2})$; si a est son coefficient angulaire on estimera α à partir de $a = \text{Log}\ \alpha$.

Revenant aux coordonnées initiales, tracer l'exponentielle

$$\overline{\gamma}_n = \frac{1}{2}\,\alpha^{n-1}$$

par points et apprécier (à vue) la valeur de l'ajustement obtenu.

Sensibilité de l'ajustement aux différentes valeurs de α : Ajuster à vue deux droites "extrêmes" de coefficients a_1 et a_2. Revenant aux coordonnées initiales, tracer les deux exponentielles "extrêmes".

3) Exercices de statistique descriptive

Calculer pour chaque sujet s la variable X_s = nombre total d'erreurs, et calculer les caractéristiques essentielles (moyenne, variance, ...) de la distribution des X_s pour l'ensemble des sujets.

Pour chaque n, considérer la distribution de $X_{n,s}$ = nombre d'erreurs du sujet s au cycle n. Calculer pour chaque n la variance et l'écart-type de la distribution. Tracer les courbes donnant l'évolution de la variance et de l'écart-type.

(La courbe représentant l'évolution de la moyenne a déjà été considérée: c'est la courbe d'apprentissage globale).

Mêmes exercices en considérant au lieu du nombre d'erreurs $X_{n,s}$ la fréquence

$$\frac{X_{n,s}}{|K|}$$

III. - DESCRIPTION D'UNE SITUATION D'IDENTIFICATION DE CONCEPT

En liaison avec ce texte, on recommandera la lecture de: G. Lemaine et S. Régnier: une étude et quelques réflexions sur l'apprentissage implicatif: les stratégies et la prise d'information dans l'apprentissage des concepts (Bull. Psychol., 18, 20-38, 1964).

1. - Définition générale d'un concept (sur un matériel expérimental donné).

En psychologie expérimentale, on s'accorde à donner au mot "concept" la signification opérationnelle suivante (cf. par exemple le manuel classique d'Osgood): "réponse commune donnée à une classe de stimuli dont les éléments présentent des propriétés communes.

La situation suivante est une situation typique, parmi d'autres, des situations expérimentales d'identification de concept.

L'expérimentateur dispose d'un ensemble de cartes; sur chaque carte est reproduit un dessin. L'ensemble (fini) S des dessins constitue l'ensemble des objets-stimulus (de la situation expérimentale), ou "matériel expérimental".

L'expérimentateur choisit une partie K (non vide et non pleine) de S : $K \subset S$ (et non $K \in S$!) : K sera le concept (défini sur S) qu'il cherche à faire identifier - discriminer - au sujet. Si un dessin $s \in K$, s est un "exemple du concept"; si $s \notin K$, s n'est pas un exemple du concept.

Remarque: Dans ce paragraphe, nous raisonnerons comme si l'ensemble S (matériel expérimental) était donné a priori à l'expérimentateur et comme si la partie K était choisie arbitrairement par celui-ci. En général, il n'en est pas ainsi: l'ensemble S est construit par l'expérimentateur (cf. § 2) et la partie K n'est pas quelconque.

La définition précédente peut donc paraître trop générale : pour que la partie K de S soit un concept, elle ne peut pas en principe être quelconque. Cependant, lorsqu'on dispose d'un ensemble fini S d'objets (par exemple des dessins) il est difficile de trouver une partie de S dont les éléments ne présentent pas de caractéristiques communes. Aussi sera-t-il commode ici de convenir que toute partie de S constitue un concept a priori envisageable (*).

Cependant, en pratique, l'expérimentateur se limitera à des concepts particuliers (Cf. § 2).

Description de l'ensemble des concepts possibles : à partir de la considération de P (S). Nombre de concepts possibles: $(2^{|S|} - 2)$. Relation d'ordre par inclusion sur l'ensemble des concepts.

Fonction caractéristique du concept : C ou $C^{(S)(**)}\ S \longrightarrow T$, où T est l'ensemble à deux éléments $T = \{K, \overline{K}\}$ (qu'on peut identifier à $\{1,0\}$

avec: K : "exemple du concept"

$\overline{K}$: "pas exemple du concept". "(On dit aussi fonction indicatrice)"

Abréviation de fonction caractéristique : f.c.

(*) Si l'on n'adopte pas ce point de vue, il est nécessaire de donner un critère permettant de distinguer les parties de S constituant un concept et celles qui n'en constituent pas.

(**) L'indice (S) rappelle que le concept est défini sur l'ensemble S.

Dichotomie associée au concept : à tout concept on peut associer une partition en deux classes non vides, ou dichotomie, de l'ensemble S.

Mais inversement, à toute dichotomie de S on peut associer 2 concepts: un concept et le concept complémentaire.

Exemple : $S = \{ \text{triangle, carré, cercle} \}$

$K = \{ \text{triangle} \}$: le concept à identifier est "triangle"

$K = \{ \text{triangle, carré} \}$: le concept est "triangle ou carré".

Enumérer les concepts possibles en les regroupant par paires de concepts complémentaires.

Règles d'expérimentation: discrimination successive et discrimination simultanée :

Une règle d'expérimentation possible est la discrimination successive : l'expérience comporte une suite d'essais; à chaque essai l'expérimentateur présente un dessin; puis le sujet doit dire si ce dessin est, ou non, un "exemple du concept"; enfin l'expérimentateur lui indique la réponse correcte; on poursuit les présentations (essais) jusqu'à ce que le sujet donne la réponse correcte pendant une suite ininterrompue de N essais (N fixé à l'avance par l'expérimentateur est appelé critère d'apprentissage).

Une autre règle d'expérimentation possible est la discrimination simultanée: à chaque essai l'expérimentateur présente 2 dessins, dont l'un est un exemple du concept et l'autre n'est pas un exemple du concept. Le sujet doit dire lequel des deux dessins est un exemple du concept (la suite comme précédemment).

Comparaison formelle des 2 types de règles d'expérimentation

2. - La description du matériel expérimental à partir d'un produit d'attributs.

Nous avons déjà dit que dans la plupart des expériences le matériel expérimental (ensemble S) est non pas donné à priori mais construit par l'expérimentateur. Nous décrirons maintenant le cas très fréquent où cette construction est effectuée à partir de la considération d'un produit de L attributs A, B, C ... (dans les exemples nous prendrons L = 3).

Les attributs sont des ensembles (finis), dont les éléments sont appelés modalités (**) et qui servent à décrire les éléments de S.

(*) On pourrait également utiliser la procédure d'exercice constant. (Cf. 2e année).

(**) S'il fallait nous conformer à ce qui ressort des descriptions habituelles nous ajouterions la restriction $\forall l$, $m_l > 1$, m_l désignant l'effectif de l'ensemble n° l d'attributs. En fait, d'une part cette condition est inutile pour l'exposé qui suit (mais pour qu'il soit consistant, il faudra évidemment supposer que pour au moins un l, $m_l > 0$), et d'autre part, elle devient franchement nuisible lorsqu'on cherche à analyser la situation expérimentale d'une façon plus approfondie.

Terminologie: au lieu d'attribut on dit aussi dimension et au lieu de modalité: niveau, ou valeur (mais attention à ces termes pour les attributs qui ne peuvent être identifiés à une partie de R - cf plus loin: discussion des représentations graphiques possibles).

Exemple: 3 attributs: A (forme), B (taille), C (couleur)

$$A = \{\text{triangle, carré, cercle}\} \quad (3 \text{ modalités})$$
$$B = \{\text{grand, petit}\} \quad (2 \text{ modalités})$$
$$C = \{\text{bleu, jaune}\} \quad (2 \text{ modalités}).$$

Nous supposerons maintenant que l'expérimentateur construit pour chaque élément du produit cartésien des attributs un objet et un seul qui lui correspond.

[Plus précisément: à chaque attribut - par ex. A - on fait correspondre une application f_A^S de S dans A.

La partition induite sur S par l'application - produit de tous les attributs - comporte $\prod_{l=1}^{L} m_l$ classes d'effectif unité chacune.]

Avec cette hypothèse (*), on peut identifier le matériel S avec le produit cartésien des attributs qui le représente. Nous écrirons :

$$S = A \times B \times C$$

Diverses représentations de l'ensemble S (tableaux, diagrammes ...). Discuter en particulier les représentations graphiques envisageables dans l'espace euclidien à 3 (ou plus généralement L) dimensions.

Cas particulier où toutes les caractéristiques sont binaires ($m_l = 2$): S peut être représenté par un cube à L dimensions.

Concept sur $S = A \times B \times C$.

Le concept K le plus général est une relation (ternaire; L-aire) sur les ensembles A, B, C, K est un ensemble de triplets; de L-uplets).

Nombre de concepts possibles : $2^{\prod_{l=1}^{L} m_l} - 2$ (attributs binaires: $2^{(2^L)} - 2$).

3. - Projections.

Sous-produit d'attributs S' : produit cartésien construit à partir de certains attributs pris parmi les attributs donnés.

Exemples : $S' = A$

$S' = A \times B$

(*) Cette hypothèse exclut la présence d'attributs "*redondants*".

On définira un concept sur S' comme on l'a fait sur S (partie non vide et non pleine de S').

Décrire l'ensemble des concepts sur S' pour les deux exemples.

<u>Projection de S sur un sous-produit S' d'attributs</u> :

Si S' est un sous-produit de L' attributs, on notera $\delta^S_{S'}$ l'application-projection de S sur S'.

Ex.: $S = A \times B \times C$

$$\delta^S_A \qquad S \longrightarrow A \qquad \text{(projection unidimensionnelle)}$$

$$\delta^S_{A\times B} \qquad S \longrightarrow A \times B \qquad \text{(projection bidimensionnelle)}$$

Partitions associées aux projections : δ^S_A $\quad m_1 = 3$ classes

$\delta^S_{A\times B}$ $\quad m_1 m_2 = 32$ classes.

<u>Concept défini à travers une projection</u>

Si S' est sous produit d'attributs et $\delta^S_{S'}$ la projection de S sur S', un concept K (sur S) de f.c. $C^{(S)}$ sera dit <u>défini à travers la projection</u> δ s'il existe un concept K' sur S' de f.c. $C^{(S')}$ tel que

$$C^{(S)} = C^{(S')} \circ \delta^S_{S'}$$

En d'autres termes, <u>le f.c. $C^{(S)}$ se factorise à travers la projection $\delta^S_{S'}$</u>.

$$\begin{tikzcd} & S' \arrow[dr, "C^{(S')}"] & \\ S \arrow[ur, "\delta^S_{S'}"] \arrow[rr, "C^{(S)}"'] & & T \end{tikzcd}$$

<u>Condition nécessaire et suffisante pour que $C^{(S)}$ se factorise à travers $\delta^S_{S'}$</u>

$$C^S(s_1) \neq C^{(S)}(s_2) \Longrightarrow \delta^S_{S'}(s_1) \neq \delta^S_{S'}(s_2)$$

$$\text{(ou } \delta(s_1) = \delta(s_2) \Longrightarrow C(s_1) = C(s_2)\text{):/}$$

Si deux éléments de S ont même projection sur S', ou bien tous les deux appartiennent au concept, ou bien aucun d'eux n'appartient au concept).

Propriété fondamentale: Isomorphisme (pour la structure d'ordre par inclusion) de l'ensemble des concepts définis sur S' et de l'ensemble des concepts sur S définis à travers la projection $\delta_{S'}^{S}$.

L'isomorphisme précédent permettra de représenter un concept défini sur S à travers une projection $\delta_{S'}^{S}$, par un concept défini sur S'. (Cf représentation graphique).

Mais l'isomorphisme n'est pas l'identité !

Comparer concretement les deux situations définies par

$$S = A \times B \times C$$

$$S' = A \times B$$

en prenant pour concept sur S un concept défini à travers la projection $\delta_{S'}^{S}$.

4. - Concepts unidimensionnels, bidimensionnels.

Concept unidimensionnel sur $S = A \times B \times C$

Concept défini à travers la projection sur un attribut A . Un tel concept est défini par la donnée d'un concept sur A (f.c. C^A) et sa f.c. est $C = C^A \circ \delta_A^S$ (où δ_A^S est la projection de S sur A). L'attribut A est dit attribut pertinent, les autres étant dits non-pertinents.

Exemple: On choisit la forme A comme attribut pertinent. Enumérer et dénombrer les concepts unidimensionnels ayant A pour attribut pertinent. $(2^{m_1} - 2)$.

Nombre total de concepts unidimensionnels: s'il y a L attributs: $\sum_{l=1}^{L} (2^{m_l} - 2)$.

Si $\forall l$, $m_l = m$: $L(2^m - 2)$ et si $m = 2$: 2 L concepts (nombre de faces du cube à L dimensions).

Concept bidimensionnel sur $S = A \times B \times C$

Concept défini à travers la projection sur le produit de 2 attributs A et B, mais non à travers l'une ou l'autre des projections A ou B. Un tel concept est défini par la donnée d'un concept sur $A \times B$ (f.c. CAB) et sa f.c. est $C = C^{AB} \circ \delta_{AB}^{S}$ (où δ_{AB}^{S} est la projection de S sur $A \times B$, C_{AB} étant tel qu'il n'existe pas de concept sur A de f.c. CA tel que $C = C^{A} \circ \delta_A^S$ ni de concept sur B (de f.c. C^B) tel que $C = C^B \circ \delta_B^S$.

Les attributs A et B sont dits <u>pertinents</u>, les autres attributs étant <u>dits non-pertinents</u> :

Exemple: la forme (A) et la taille (B) sont pertinentes. Enumerer et dénombrer les concepts bidimensionnels correspondants.

$$\left[2^{m_1 m_2} - 2 - (2^{m_1} - 2) - (2^{m_2} - 2) = 2^{m_1 m_2} - 2^{m_1} - 2^{m_2} + 2 \right]$$

Si $\forall^1 . m_1 = m$: $2^{m^2} - 2^{m+1} + 2$ et si $m = 2$: 10 concepts.

Si L attributs à m modalités chacun, nombre de concepts bidimensionnels : $\binom{L}{2} \left(2^{m^2} - 2^{m+1} + 2\right)$(*) et si $m = 2$: 5 L (L-1).

5. - Etude plus approfondie des concepts bidimensionnels dans le cas d'attributs binaires (m = 2): concepts conjonctifs et disjonctifs.

Si A et B (attributs pertinents) sont binaires les concepts bidimensionnels peuvent être représentés (cf isomorphisme plus haut) comme certains ensembles de couples (a_i, b_j); = 1, 2. On classe les dix concepts bidimensionnels selon trois types :

	concepts correspondants
- Conjonctif: (4 concepts)	$\{(a_1.b_1)\}$, $\{(a_1.b_2)\}$, $\{(a_2.b_1)\}$, $\{(a_2.b_2)\}$
- Disjonctif exclusif : (2 concepts)	$\{(a_1.b_1), (a_2.b_2)\}$, $\{(a_1.b_2), (a_2.b_1)\}$
- Disjonctif non-exclusif : (4 concepts)	(les complémentaires des 4 concepts conjonctifs.

(*) Seule utilisation d'une formule de combinatoire dans la rédaction présente.

(**) Les données d'une expérience concrète, sur une situation d'identification de concept voisine de celle présentée ici, nous ont été obligeamment fournies par M. Werk; elles pourront être communiquées sur demande.

QUELQUES REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Nous avons rassemblé ici quelques références - Liste évidemment non limitative - qui à des titres divers peuvent permettre de fournir des thèmes d'applications des mathématiques à la méthodologie psychologique.

1.- MANUELS DE STATISTIQUE A L'USAGE DES PSYCHOLOGUES.

(sont en général conçus dans un but d'initiation directe à la statistique inductive, mais on pourra "adapter" les exemples concrets qui s'y trouvent pour se limiter au niveau de l'inférence statistique.

a) - Quelques classiques

FAVERGE J.M. Méthodes Statistiques en Psychologie Appliquée. Paris. P.U.F. 1962.

EDWARDS A.L. Experimental Design in Psychological Research. New-York. Rinehart, 1950.

Mc NEMAR Q. Psychological Statistics, New-York Wiley, 1962.

b) - Un ouvrage introductif

GOUREVITCH V. Statistical Methods: a problem - slowing approach. Boston. Allyn and Becon. 1965.
(livre d'un niveau plus élémentaire que les précédents, dont le principal mérite est de contenir des illustrations très simples et aussi concrètes que possible, en nombre beaucoup plus grand que dans la plupart des ouvrages de niveau analogue).

2. - MATHEMATIQUES "QUANTITATIVES" EN PSYCHOLOGIE.

(non restreintes à la statistique).

a) - Un exposé des mathématiques pour les psychologues.

DON LEWIS Quantitative methods in Psychology, New-York. Mc Graw Hill. 1960.
(contient de nombreux exercices empruntés à des expériences réelles: v. en particulier p. 34 des ajustements de données par des fonctions linéaires, exponentielles, etc...).

b) - **Un classique de la méthodologie "quantitative".**

GUILFORD J.P. Psychometric Methods New-York, Mac Graw Hill, 1954.

3. - A QUOI SERVENT LES MATHEMATIQUES EN PSYCHOLOGIE ?

MILLER G.A. Mathematics and Psychology. New-York, Wiley 1964.
(constitue une excellente introduction - très éclectique - aux différents types d'application des mathématiques en psychologie, à partir d'extraits commentés de "classiques").

Aux références précédentes il convient d'ajouter des ouvrages destinés à un public plus vaste que les psychologues, mais assez familiers à ceux-ci.

Citons en particulier :

- KEMENY J.G., SNELL J.L., THOMPSON G.L. Finite Mathematics
  Englewood Cliffs : Prentice Hall, 1958.
  (Nous ne recommandons pas la traduction française par trop fantaisiste).

ROSENSTIEHL P. et MOTHES J. Mathématiques de l'Action
Paris, Dunod, 1965.

4. - Quelques références de base pour la méthodologie psychologique contenant de nombreux exemples de situations ou de données concrètes :

DELAY J., PICHOT P. et PERSE J. Méthodes Psychométriques en clinique.
Paris, Masson, 1955.

FRAISSE P. Manuel pratique de psychologie expérimentale, Paris, PUF, 1963.

FRAISSE P., PIAGET J. et al : Traité de Psychologie Expérimentale.
(7 volumes).

LINDZEY G. et al : The handbook of social psychology, Reading, Mass: Addison - Wesley. 1954.

WOODWORTH R. et SCHLOSBERG H. Experimental psychology, New-York - Holt, 1954.

MOTS CIRCULAIRES ET EQUILIBRES
(Suite N° 1)

Dans le bulletin n° 14 (Printemps 66) du bulletin M.S.H., je signalais (p. 41) la possibilité de construire des mots circulaires possédant certains types de régularités.

Le lecteur intéressé par ce type de configuration, dont la construction m'avait à cette époque été suggérée par P. Bovet, chercheur à l'Institut de Psychologie de l'Université de Paris, pourra trouver des indications dans les articles suivants :

1. Articles où le problème est signalé, et où certaines de ses applications sont indiquées.

- C. Berge - Théorie des Graphes (Dunod), chap. 17. (Le Problème d'Euler).

- K.S. Stein - The Mathematician as Explorer. Scientific American - 204, n° 5 (Mai 1961).

- Some lessons in mathematics, a handbook on the teaching of "modern" mathematics, by members of the Association of teachers of mathematics, edited by T.J. FLETCHER, Cambridge University Press, 1965.

  Une traduction française, à Paris, O.C.D.L., 1961 sous le titre plus ambitieux: T.J. FLETCHER, L'Apprentissage de la Mathématique Aujourd'hui, adapté de l'anglais.

  Le texte à lire se trouve pages 24-25 de l'édition anglaise, et pages 37-38 de la française.

2. Articles techniques (dénombrements des méthodes de construction):

Voir les références des 3 précédentes, et singulièrement les articles de I.J. Good,"Normal recurring decimals" et D. Rees "Note on a Paper by I.J. Good" Journal of London Mathematical Society, 21, n° 3 (Mai 1946).

A signaler à ce sujet une erreur dans la référence donnée par Berge (Théorie des Graphes, éd. de 1958) pour l'article de I.J. Good.

3. L'utilisation de ces configurations dans la psychologie expérimentale: le prochain bulletin M.S.H. publiera un article d'Henri Durup, dont la thèse complémentaire de Psycho-physiologie, récemment soutenue, porte sur la construction de plans d'expérience basés sur ce type de configuration.

M.B.

LE SEMINAIRE DE NANTERRE SUR L'ENSEIGNEMENT DES MATHEMATIQUES EN PREMIER CYCLE DES FACULTES DES LETTRES ET SCIENCES HUMAINES

Sur l'initiative de professeurs de Psychologie et Sociologie des Facultés des Lettres et Sciences Humaines de Paris, le Centre de Mathématique Sociale de l'E.P.H.E. a organisé du 26 au 30 Septembre 1966 un séminaire sur les enseignements de mathématiques donnés dans les Facultés de Lettres et Sciences humaines à partir de la rentrée de Novembre 1966.

Ce séminaire s'est tenu dans les locaux de la section de Psychologie de la Faculté des Lettres et Sciences humaines de Paris-Nanterre où les quarante à cinquante participants furent accueillis par M. le professeur Anzieu.

Le séminaire a regroupé les personnes qui vont avoir la charge de ces enseignements de mathématiques, des spécialistes des disciplines concernées (Philosophie, Psychologie et Sociologie), des mathématiciens ayant une expérience de l'enseignement des mathématiques en dehors des établissements "scientifiques" et diverses personnalités. De nombreuses Facultés étaient représentées: Aix, Besançon, Bordeaux, Clermont-Ferrand, Dijon, Grenoble, Lille, Lyon, Montpellier, Nancy, Paris-Nanterre, Nantes, Nice, Poitiers, Rouen, Paris-Sorbonne, Strasbourg, Toulouse.

Parmi les spécialistes qui ont participé aux travaux, citons: MM. Anzieu, R. Daval, M. Dufrenne, P. Fraisse, R. Francès, R. Martin, J. Stoetzel. M. H.Guitton, professeur à la Faculté de Droit et des Sciences Economiques de Paris, s'offrit à donner toute précision sur l'expérience similaire faite depuis quelques années dans cette Faculté. Les organisateurs ainsi que les participants apprécièrent beaucoup que MM. les Inspecteurs généraux de Mathématiques, Magnier et Chazel aient accepté de participer à cette réunion.

L'essentiel du séminaire fut consacré à l'examen détaillé du projet de programme de Mathématiques pour les sections de Psychologie et Sociologie (première année du premier cycle) donné ici en annexe.

Mais les débats plus généraux eurent lieu le premier jour et le dernier jour.

1) Le premier jour: examen de l'économie d'ensemble du projet; grandes lignes d'un avant-projet pour la seconde année du premier cycle et la Maîtrise (Psychologie); élaboration d'un projet de programme de première année pour la section de Philosophie.

2) Le dernier jour: rapports entre enseignement de la Méthodologie et celui des Mathématiques; conditions et moyens de mise en application des nouveaux enseignements de mathématiques cette année.

Donnons un bref compte-rendu de ces divers points de la discussion.

Ensemble du projet pour la première année du premier cycle (Psychologie et Sociologie).

Il comporte quatre chapitres :

- Combinatoire élémentaire.
- Fonctions numériques fondamentales: linéaires, exponentielle, logarithme, puissance.
- Statistique descriptive, et la structure algébrique sous-jacente: celle d'espace vectoriel.
- Introduction au calcul des probabilités.

Ce programme a été inspiré par les voeux émis par la Commission de Réforme de l'Enseignement Supérieur (Psychologie et Sociologie). Son détail est en Annexe I.

La finalité de ses rédacteurs est double: munir les étudiants du bagage mathématique nécessaire pour aborder dans de bonnes conditions. en seconde année, la Statistique inductive; les initier aux mathématiques utilisées dans certains modèles en Psychologie et Sociologie - modèles combinatoires ou algébriques, modèles probabilistes.

Il semble possible d'enseigner ce programme dans la limite des horaires impartis (1 h. hebdomadaire d'enseignement magistral, 1 h. hebdomadaire de travaux pratiques); il sera effectivement appliqué à Paris-Sorbonne et à Paris-Nanterre. Et il ressort de la discussion que la plupart des Facultés de province s'y tiendront, à quelques variantes près.

A cet égard, il fut souligné, par MM. P. Fraisse et L. Frey en particulier, que, bien qu'aucun programme national ne soit encore promulgué officiellement, il est souhaitable que les enseignements soient aussi harmonisés que possible en raison des transferts d'étudiants d'une Faculté à l'autre.

Quand au rôle que nous pouvons assigner aux mathématiques dans la formation de nos étudiants. le large échange de vues qui s'instaure à ce sujet fait ressortir que ce rôle est avant tout de leur donner un esprit de rigueur et le goût de l'effort intellectuel. Il est d'ailleurs probable que d'ici quelques années s'opèrera, comme ce fut le cas en Sciences Economiques. une sélection. la plupart des étudiants venant des sections "scientifiques" (Sciences Expérimentales. Mathématiques élémentaires) du baccalauréat. Néanmoins, tel que se présente le programme, il est abordable par des élèves venant de la section "Philosophie". et, par la nouveauté qu'il introduit dans la présentation des mathématiques. il peut contribuer à redonner du goût pour cette discipline à ceux qui la négligeaient dans l'Enseignement Secondaire.

Un dernier élément d'information utile est donné par M. l'Inspecteur général Magnier: lorsque la réforme des programmes de Mathématiques du second cycle de l'Enseignement Secondaire sera pleinement entrée en application (c'est-à-dire pour la promotion d'étudiants qui arriveront en Faculté en octobre 1969) une grande partie de notre programme aura été traitée en classe de première et en classe terminale; il y aura alors lieu de modifier ce programme.

Projet de programme pour la seconde année du premier cycle et la Maîtrise (Psychologie).

En s'inspirant des voeux émis par la Commission de Réforme, les participants du séminaire de Nanterre se mettent d'accord sur les têtes de chapitres suivantes :

Seconde année du premier cycle
(2 h. annuelles: cours 1 h. - T.P. 1 h.).

1. Ordres partiels et complets (échelles). Types d'ordre.
2. Mesure et approximations.
3. Algèbres de Boole.
4. Calcul des probabilités: principales lois; espérance et moments d'une variable aléatoire.
5. Statistique inductive: estimation, tests; méthodes non-paramétriques; initiation aux plans d'expérience.
6. Eléments de théorie de l'Information.

Les chapitres les plus importants sont 2, 4 et 5; d'autre part, les chapitres 4, 5 et 6 peuvent être communs aux section de Psychologie et Sociologie. Pour 1, 2 et 3, un programme différent propre aux Sociologues est concevable.

Pour élaborer dans le courant de l'année le détail de ce programme, une commission de travail est désignée par les participants; elle comprend Mlle Bramaud du Boucheron (Poitiers). MM. Barbut (Paris), Glaymann (Lyon), Lambert (Paris), Pélissier (Toulouse), Rouanet (Paris).

D'autre part, un séminaire analogue à celui-ci aura lieu, pour la seconde année, avant la rentrée de 1967.

Maîtrise
(certificat commun aux C_3; seconde année de la maîtrise)

1. Algèbre linéaire et calcul matriciel.
2. Statistique inductive: épreuves d'hypothèse, risques de première et seconde espèce, corrélation et régression.
   Analyse de la variance et plans d'expérience.
3. Programmation et introduction à l'utilisation des machines à calculer.

Certains participants déplorent l'interruption d'une année (première année de maîtrise) dans l'enseignement des mathématiques et de la statistique; M. P. Fraisse explique que cette interruption est due à ce que la première année de maîtrise constitue la licence dans le nouveau régime. Pour les étudiants qui ne veulent pas terminer leurs études au niveau licence, mais ont l'intention de les poursuivre jusqu'à la maîtrise, des séances spéciales pour entretenir leurs connaissances pourront être envisagées en marge des horaires officiels.

Projet de programme pour la section de Philosophie
(Première année du premier cycle).

Dans cette section, les 2 h. hebdomadaires sont à partager entre l'enseignement des mathématiques et celui de la Logique, et réparties en 1 h. de cours et 1 h. de T.P.

M. R. Martin présente un programme qui est discuté en particulier par MM. M. Dufrenne (Paris-Nanterre) et Merleau-Ponty (Besançon). Ce projet, approuvé par l'ensemble des participants est le suivant (voir le détail en Annexe II) :

a) Logique:
- I Introduction: historique. Logique et langages.
- II Calcul des propositions.
- III Calcul des prédicats.

b) Mathématiques:
- I Algèbre élémentaire des ensembles finis.
- II Applications et Fonctions.
- III Notion de structure.
- IV Notion de Cardinal.

Le dernier point du programme de mathématiques indique que l on donne quelques éléments sur la théorie des ensembles infinis; d'autre part, sauf en ce qui concerne le dernier point, ce programme pourra être éventuellement enseigné sous forme d'un cours commun aux trois sections de Philosophie, Psychologie et Sociologie: c'est en effet, à peu de chose près, ce qui est proposé au chapitre I du programme de Psychologie et Sociologie.

Rapports entre Méthodologie et Mathématiques.

MM. H Rouanet (Paris) et J. Simon (Toulouse) présentent quelques exemples d'utilisation des concepts et du langage fournis par les mathématiques pour exprimer de façon claire et précise des schémas expérimentaux. Des exemples de ce type feront l'objet de publications régulières, en particulier dans "Mathématiques et Sciences Humaines" (Voir l'article de H. Rouanet dans le présent bulletin).

Conditions et moyens de la réforme.

Au cours des débats, l'accent est mis sur trois points :

- Les effectifs souhaitables d'étudiants aux travaux Pratiques: l'enseignement n'aura sa pleine efficacité que si ceux-ci ne sont pas trop grands, de l'ordre de vingt à trente; cet ordre de grandeur a pu être obtenu à Paris-Sorbonne, il doit pouvoir l'être ailleurs au moins à la prochaine rentrée: c'est une question de postes d'assistants ou d'heures supplémentaires à faire dégager.
- La formation des enseignants: dans certaines Facultés, les enseignants seront des professeurs de mathématiques; dans d'autres ce seront des spécialistes des Sciences Humaines; et parfois les deux. Dans le premier cas, il y a un problème d'adaptation à des étudiants "littéraires"; dans le second, un problème de complément de formation en Mathématiques.

  Il est donc souhaitable que des stages et des publications puissent remplir ce double but. Des stages seront organisés dans la mesure du possible (Voir informations complémentaires ci-dessous). Quant aux publications, elles font l'objet du point suivant:
- L'échange d'informations et de publications: il a été décidé d'une part que des parties de cours, des exemples d'exercices, etc... proposés dans les différentes Facultés seraient publiés dans les revues spécialisées telles que "Mathématiques et Sciences Humaines", le "Bulletin de Psychologie", etc... D'autre part, qu'une diffusion entre les Facultés de tout ce qu'elles proposent aux étudiants: exercices, tests, polycopiés de cours, sera organisée.

M. Glaymann (Laboratoire de Calcul, 1, rue Raulin, 69 - Lyon VII) accepte de se charger de l'expédition des documents qui lui sont envoyés à cet effet par les Facultés (en 50 à 80 exemplaires chaque fois).

ANNEXE I

PROGRAMME DES COURS DE MATHEMATIQUES EN PREMIERE ANNEE DE PREMIER CYCLE EN SOCIOLOGIE ET PSYCHOLOGIE

L'ORDRE EST ARBITRAIRE

A. - COMBINATOIRE ET DENOMBREMENTS

I. - Fonctions - Relations

1) Fonctions (applications) d'un ensemble fini dans un autre: notations et exemples.

Dénombrements (p^n). liste alphabétique et arbre de l'ensemble des fonctions d'un ensemble fini dans un autre.

2) Injections; leur dénombrement: n(n-1)...(n-p+1); leur arbre (arbre factoriel).

Bijections; n!

Définitions des surjections.

3) Relations dans un ensemble fini: représentation par un réseau ou un tableau.

Relation d'équivalence - Partition (classification associée - classification induite par une fonction).

4) Composition des fonctions - Sous-classifications d'une classification.

II. - Parties d'un ensemble fini.

1) Organisation par inclusion de l'ensemble des parties d'un ensemble fini; leur dénombrement: 2^n. Simplexes - Loi du doublement des parties par adjonction d'un élément.

2) Triangle de Pascal: nombre de parties à p éléments d'un ensemble de n éléments. Formule de récurrence de Pascal. Expression du nombre de parties au moyen de factorielles.

3) Algèbre des parties d'un ensemble: union. intersection. complémentation.

Propriétés élémentaires et diagrammes d'Euler-Venn.

B. - LES NOMBRES ET LA STATISTIQUE DESCRIPTIVE

I. - Fonctions numériques fondamentales.

1) Rappel des propriétés d'ordre et arithmétiques des nombres entiers, rationnels et réels. Fonctions linéaires: progressions arithmétiques. - Les fonctions linéaires sont caractérisées par le fait qu'elles conservent l'ordre et l'addition des nombres réels. Un algorithme de calcul associé: les progressions arithmétiques.

2) Fonctions exponentielles: progressions géométriques.
- Les fonctions exponentielles conservent l'ordre des nombres réels, transformant l'addition en multiplication. et appliquent l'ensemble des nombres positifs ou négatifs dans l'ensemble des nombres positifs: elles constituent le mode de passage d'un langage "additif" à un langage "multiplicatif".

Formules:

$$a^{x+y} = a^x a^y$$

$$(a^x)^y = a^{xy}$$

$$a^x b^x = (ab)^x$$

Un algorithme de calcul associé: la progression géométrique.

3) Fonctions logarithmiques

Fonctions inverses des exponentielles: transforment la multiplication en addition.

4) Fonctions puissance - Synthèse.
- Les fonctions qui conservent la multiplication et l'ordre dans l'ensemble des nombres réels positifs: les fonctions puissance. $x \longrightarrow x^a$.

Tableau synthétique

$$\begin{tikzcd}[column sep=huge, row sep=huge]
\begin{array}{c}\text{Nbs.}\\ +,\geqslant\end{array} \arrow[r, shift left, "\text{lin. : } \square \times a"] \arrow[d, shift right, "\text{exp. : } b^{\square}"'] & \begin{array}{c}\text{Nbs.}\\ +,\geqslant\end{array} \arrow[l, shift left, "\square \times \frac{1}{a}"] \arrow[d, shift right, "\text{exp.}"'] \\
\begin{array}{c}\text{Nbs pos.}\\ \times,\geqslant\end{array} \arrow[u, shift right, "\text{log. : } \log_b \square"'] \arrow[r, shift left, "\text{puiss. : } \square^{a}"] & \begin{array}{c}\text{Nbs pos.}\\ \times,\geqslant\end{array} \arrow[l, shift left, "\square^{\frac{1}{a}}"] \arrow[u, shift right, "\text{log.}"']
\end{tikzcd}$$

- Papiers arithmétique. semi-logarithmique et bi-logarithmique.
Usage des tables.

II. - Vecteurs : mise en ordre de statistiques.

1) Tableaux de nombres: addition de tableaux de nombres; changements d'unités.

Exemples variés: Statistiques, séries de mesures, séries chronologiques. Espace Vectoriel (de dimension finie) et vecteurs.

2) Moyennes et moyennes pondérées.

Formes linéaires d'un espace vectoriel: Exemple et calcul.

Formes positives: moyennes pondérées. - Cas particulier de la moyenne arithmétique.

Moyenne de moyennes.

3) Représentations graphiques de vecteurs (séries statistiques): histogrammes, nuages de points, courbes, etc...

4) Distance euclidienne de deux vecteurs; variance et écart-type d'une statistique.

5) Coefficient de corrélation de deux statistiques (angle de deux vecteurs).

C. - ELEMENTS DE CALCUL DES PROBABILITES.

1) Evénements d'un univers de possibles; leur algèbre.

Probabilités totales. Distributions de probabilité (cas fini).

2) Modifications de l'univers des possibles et modifications correspondantes de la distribution de probabilité: probabilités conditionnelles et composées (cas fini).

3) Aléas numériques, espérances d'un aléa numérique. Espérances conditionnelles: calcul par récurrence (Pascal).

4) Notions sur un test: le Khi-Deux.

ANNEXE II

PREMIERE ANNEE DE PREMIER CYCLE
EN PHILOSOPHIE LOGIQUE ET MATHEMATIQUES
PROGRAMME DE PARIS - SORBONNE
2 heures (1heure de cours + 1 heure de T.P.)

LOGIQUE.

I. - **INTRODUCTION**

- Brèves notions concernant l'histoire de la Logique aux XIXe et XXe siècles.

- Logique et Langages: Logique et langue usuelle; le recours à une notation conventionnelle.

II.- **CALCUL DES PROPOSITIONS**

- Notion de propositions.

- Etude descriptive des connecteurs propositionnels. Tables de vérité.

- Le calcul des propositions comme langue artificielle: règles de formation; règles d'évaluation d'une expression complexe.

- Définition (sémantique) de la déductibilité.

- L'axiomatique du calcul des propositions. Présentation sur ce cas particulier de la notion de système formel.

III.- **CALCUL DES PREDICATS**

- Proposition, forme propositionnelle et prédicat. Quantificateurs.

- Satisfaction et validité d'une expression (définition intuitive seulement). Méthode des contre-exemples.

- Propriété des quantificateurs dans le cas de deux quantificateurs préfixes de nature quelconque.

- Prédicat et relations. Propriétés des relations. Relations d'équivalence et relations d'ordre.

MATHEMATIQUES

I. - ALGEBRE ELEMENTAIRE DES ENSEMBLES FINIS.

- Appartenance. Inclusion. Ensemble vide. Ensemble des parties. Union. Intersection. Produit cartésien. (On ne procèdera pas à une formalisation, ni même à une axiomatique rigoureuse. On admettra notamment comme familière la notion d'ensemble fini, et on s'aidera de diagrammes).

II.- APPLICATIONS ET FONCTIONS.

- Application. Injection. Surjection. Bijection. Leur dénombrement: formules de la combinatoire élémentaire (justifiées par la présentation d'arbres).
- Quotient d'un ensemble par une relation d'équivalence.

III.- NOTION DE STRUCTURE.

- Exemples de structures algébriques: structure de groupe, d'anneau.
- Définition de l'homomorphisme et de l'isomorphisme: Exemples.

IV.- NOTION DE NOMBRE CARDINAL.

- Equipotence et cardinal.
- Indications sur la notion d'infini.

INFORMATIONS COMPLEMENTAIRES

A l'heure où nous mettons sous presse, nous pouvons signaler les informations suivantes :

1 - Stages de formation.

- La Faculté des Lettres et Sciences Humaines d'Aix organise en Janvier un stage de 8 jours pour ses propres enseignants chargés des travaux pratiques de Mathématiques.

- Le Centre de Mathématique Sociale et de Statistique de l E P H E organise du 13 au 18 mars 1967 à Paris, un stage sur le programme de première année destiné en priorité aux enseignants; les personnes désireuses d'y participer sont priées de se faire connaître au C.M.S.S. - E.P.H.E., 17, rue Richer, Paris IXe.

2 - Publications.

- Le cours de mathématiques enseigné à Paris-Sorbonne est publié en feuilleton par le Bulletin de Psychologie.

- Un recueil d'exercices corrigés portant sur le programme (Chapitres 1, 2, 3) va sortir incessamment dans la collection 'Mathématiques et Sciences de l'Homme' (Gauthier-Villars et Mouton, Ed.), sous le titre: Cahiers Mathématiques, Tome I. Exercices corrigés de Mathématiques.

MATHEMATIQUES ET SCIENCES DE L'HOMME -
collection publiée par le Centre de Mathématique Sociale et de Statistique
Ecole Pratique des Hautes Etudes
Mouton Gauthier-Villars Editeurs.

Nous vous rappelons:
Benjamin Matalon, l'Analyse hiérarchique (paru).
Claude Flament, Théorie des Graphes et Structures Sociales (paru).
P.R. Halmos, Initiation à la Théorie des ensembles,(à paraître Décembre 1966)
R F. Andrée, Introduction à l'algèbre,(à paraître début 1967).
H. Rouanet, Modèles Stochastiques d'apprentissages (à paraître début 1967).

et plus spécialement
CAHIERS MATHEMATIQUES - Tome I: Exercices corrigés de Mathématiques.
(à paraître Décembre 1966).

Ce Cahier est constitué par la correction d'exercices proposés aux étudiants de l'Enseignement préparatoire à la Recherche en Sciences Sociales de l'Ecole Pratique des Hautes Etudes VIe Section. Ces exercices recouvrent pratiquement le programme de mathématiques de première année de premier cycle en Sociologie et Psychologie des Facultés des Lettres et Sciences Humaines.

EPISODES DE LA VIE DE BOHEME :

SEMINAIRE SUR LES MATHEMATIQUES DANS LES SCIENCES SOCIALES EN TCHECOSLOVAQUIE

Juillet 1966.

Du 4 au 29 Juillet s'est tenu à Prachov dans le "Paradis de Bohème" le séminaire de Mathématiques Sociales organisé tous les deux ans par l'UNESCO et placé sous la direction de P. LAZARSFELD. Entre chocolat et vodka la vingtaine de participants s'est vu offrir des nourritures plus scientifiques.

- Mathématiques et Croissance Economique ou comment l'augmentation du "gâteau national" n'a pas uniformément les effets que le commun bon sens lui attribue (W. BAUMOL).

- Super et anticonformisme, votes et sociétés ou comment passer des techniques énumératives à des considérations psychologiquement électorales (G. KREWERAS).

- Les éléments d'un manuel pour le parfait petit analyse de structure latente (P. LAZARSFELD).

- Une mise en grille des contacts sociaux fondée sur le déterminisme du monde actuel, à l'usage du chercheur en "sociologie psychologique" (K. RAINIO).

- Des lueurs sur la théorie de l'information en Sciences Sociales (V. LAMSER).

- "Patates et entropie": la nouvelle ordonnance en cas de faillite des remèdes ancestraux et autres modèles de mesure de dépendance entre variables (V.CAPECCHI).

Le tout baignait dans une euphorique atmosphère de matrices plus ou moins carrées, de chaîne idylliquement markoviennes (due au magicien H. NEIL), émaillée d'exposés sur les maladies infantiles des sciences sociales dans les différents pays participants.

Les sous-ensembles constituant l'aimable assemblée étaient donnés ainsi:

Côté studieux membres	
Angleterre	1
Canada	1
France	2
Hollande	2
Hongrie	2
Italie	1
Norvège	1
Tchécoslovaquie	6

Côté gentils professeurs	
Etats-Unis	3
Finlande	1
France (*)	1
Italie	1
Tchécoslovaquie	1

(*) en la personne d'un remarquable pianiste !

Enfin honneur et gloire au "G.O." tchèque et à son Institut Tchécoslovaque de Sociologie qui avait bien fait les choses, aidé en cela par les samedis récréatifs et le bal hebdomadaire indigène.

N.B.: Pour de plus amples détails vous reporter à vos lectures quotidiennes et futuristes :

- numéro à paraître dans la revue britannique: "The New Society"

- compte-rendu intégral revu et corrigé par les soins de l'UNESCO en son département des Sciences Sociales.

A. MONTENOT.

TELEVISION SCOLAIRE - INFORMATION DES PROFESSEURS

CHANTIERS MATHEMATIQUES - 2e SERIE
Année scolaire 1966-1967.
le Vendredi à 17 h. 55.

Les émissions du premier trimestre ont porté sur la mesure des angles en géométrie élémentaire.

PROGRAMME DU SECOND TRIMESTRE :

Premiers pas en analyse	6 - 1 - 67
Continuité	13 - 1 - 67
Différentielle	20 - 1 - 67
Théorème de la moyenne	27 - 1 - 67
Plusieurs variables?	3 - 2
Notations différentielles	17 - 2
Intégration	24 - 2
Boole	3 - 3
Escalier	10 - 3
Enquêtes et algèbre	17 - 3

JOURNEES INTERNATIONALES D'ETUDES
SUR LES METHODES DE CALCUL DANS LES SCIENCES DE L'HOMME
Rome 4 - 8 Juillet 1966.

Le Congrès sur les applications du calcul dans les sciences humaines a été organisé par le Centre International de Calcul avec la collaboration de la Maison des Sciences de l'Homme et l'Unesco.

Ce congrès qui s'est déroulé, à Rome, dans un cadre accueillant, du 4 au 8 juillet, a réuni environ 120 anthropologues, archéologues, sociologues, psychologues (et quelques mathématiciens) soucieux des possibilités que pouvaient offrir à leur discipline la pratique des ordinateurs modernes et préoccupés également par les solutions mathématiques apportées à certains de leurs problèmes.

Il ressort de cette reunion la nécessité d'introduire dans les enseignements des sciences humaines, des cours d'initiation à la pratique du langage couramment pratiqué par les mathématiciens et, d'autre part, une information relative aux possibilités, à la technique des ordinateurs. En effet ces deux modes d'appréhension des données semblent devoir conduire à une précision autrefois négligée au profit de raccourcis intuitifs plus immédiatement profitables. Cette tendance à la précision dans la description des données s'est manifestée aussi bien en sociologie à propos des modèles de simulation ou pour la recherche des propriétés des données observées, qu'en psychologie pour l'analyse des "protocoles" ou pour l'étude comparée de deux hypothèses relatives aux démarches suivies par un individu dans une expérience particulière, en archéologie dans l'analyse de la notion de classification et enfin, à propos de divers thèmes, comme l'étude du fait synoptique, la caractérisation d'un système divinatoire, la formulation des données relatives à un système de parenté rencontré dans une société indigène et même, pour la recherche, par une machine, de certaines propriétés de la thématique d'un corpus de mythes, etc...

Il faut dire toutefois que le nombre élevé des conférenciers n'a pas permis à chacun d'entre eux d'exposer de façon suffisamment détaillée les éléments de ses travaux. En effet l'intérêt de la plupart d'entre eux ne résidait pas dans la technique mathématique utilisée, mais dans l'analyse nécessairement longue des propriétés des données ayant conduit à une formalisation ou à un traitement par machine. Il eût donc été nécessaire de pouvoir commenter, plus que cela n'était possible dans cette analyse, la portée pour les sciences humaines (prolongement, études nouvelles à entreprendre, etc...) des résultats ainsi obtenus.

B. JAULIN.