

Qu'y a-t-il sur notre couverture? (feuilleton, troisième épisode)

Mathématiques et sciences humaines, tome 10 (1965), p. 72

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1965__10__72_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1965, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUI Y A-T-IL SUR NOTRE COUVERTURE ?

(feuilleton, troisième épisode)

1 - Résumé des épisodes précédents (voir les n^{os} 7 et 8): deux pentagones tels que pour chacun d'eux, ses côtés (prolongés si nécessaire) passent par les sommets de l'autre; ou bien: dix droites et dix points, chaque droite passant par trois points du système, chaque point situé sur trois droites, (deux droites distinctes n'ayant jamais deux points communs).

Et le moyen donné par Desargues de prouver que de telles configurations existent: un tétraèdre coupé par un plan sécant ne passant par aucun sommet.

2 - Un tétraèdre, du point de vue combinatoire, c'est: quatre plans, qui déterminent par leurs intersections six droites et quatre sommets. Au lieu de dire un tétraèdre et un plan sécant, on fera mieux (pour conserver la symétrie des rôles) de dire: cinq plans.

Si l'on a cinq plans quelconques dans l'espace usuel, chaque plan portera quatre droites (les traces de quatre autres plans), et comme chacune de ces droites appartient à deux plans, cela fait bien au total les dix droites voulues.

De même: trois des cinq plans déterminent un point, à savoir leur unique point commun, et il y a dix façons de choisir trois objets parmi cinq.

3 - L'idée de Desargues est exprimée en langage géométrique: pour comprendre une architecture plane, les dix droites et les dix points, il nous renvoie à une architecture "en relief": cinq plans sécants. Mais on peut parler un langage plus strictement combinatoire, le langage "simplicial". Qu'est-ce qu'une nomenclature simpliciale? C'est une façon d'étiqueter des objets ayant entre eux diverses relations, de telle façon que ces relations soient immédiatement lisibles sur les étiquettes, car elles s'y traduisent par l'inclusion des ensembles.

Soient donnés cinq objets que l'on nommera, si l'on veut:

(I) : a, e, i, o, u

On sait qu'il y a dix combinaisons par deux:

(II) : ae, ai, ao, au, ei, eo, eu, ei, io, iu, ou; et dix combinaisons par trois:

(III) : aei, aeo, aeu, aio, aiu, aou, eio, eiu, eou, iou. Quelles sont les relations d'inclusions entre les ensembles (II) et les ensembles (III) ?

Chaque ensemble (II) est contenu dans trois ensembles (III) et chaque (III) contient trois (II). C'est-à-dire très précisément les relations de la configuration arguésienne.

4 - Exerçons-nous maintenant à placer une telle nomenclature simpliciale sur le dessin qui orne la couverture de la présente livraison. Nommons par exemple "aio" le sommet jaune à l'extrême gauche, "eiu" le sommet gris tout en haut, "aeo" le sommet gris de l'extrême droite, "eou" le sommet jaune le plus bas.

Dans ces conditions la ligne qui joint (eou) et (aeo) s'appelle nécessairement (eo), et (eu) celle qui joint (eou) à (eiu).

Vous pourrez en déduire les noms des trois lignes qui descendent jusqu'en bas: celle qui touche le c de "centre" s'appellera "iu", celle qui traverse le c de "sociale" s'appellera "ei" et celle du milieu qui traverse le mot "mathématique" devra être nommée "eu". Continuez! A titre de vérification voici la succession des sommets du pentagone gris: aei, aeo, aou, iou, eiu.

(à suivre)