

H. ROUANET

La formalisation des expériences d'apprentissage

Mathématiques et sciences humaines, tome 8 (1964), p. 15-20

http://www.numdam.org/item?id=MSH_1964__8__15_0

© Centre d'analyse et de mathématiques sociales de l'EHESS, 1964, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Mathématiques et sciences humaines » (<http://msh.revues.org/>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

H. ROUANET

LA FORMALISATION DES EXPERIENCES D'APPRENTISSAGE

INTRODUCTION

Dans un article antérieur (Rouanet, 1964) nous avons exposé une classe d'expériences d'apprentissage, caractérisée formellement par une règle d'expérimentation que nous appelions "simplement dépendante"*. Malgré son assez grand degré de généralité, cette classe est loin de représenter la totalité des expériences effectivement réalisées dans les laboratoires.

L'objet de cette nouvelle étude est de présenter une classe plus générale d'expériences, ainsi qu'une classification de ces expériences.

Cette présentation sera ensuite examinée dans le cadre fourni par la théorie des jeux. Nous indiquerons donc les correspondances mises en évidence. Cette confrontation a pour but de suggérer une éventuelle formalisation des expériences d'apprentissage dans les termes de la théorie des jeux.

I - UNE CLASSE GENERALE D'EXPERIENCES D'APPRENTISSAGE

Une expérience de cette classe comprend une suite finie d'essais. A chaque essai se succèdent trois événements:

$s_n \in S$ présentation d'un stimulus initial, ou stimulus par l'expérimentateur

$a_n \in A$ réponse du sujet

$b_n \in B$ présentation d'un stimulus final, ou issue, ou présentation d'un stimulus final par l'expérimentateur.

EXEMPLES :

Labyrinthe en T

A chaque essai, on place un rat dans un labyrinthe en T dont l'entrée peut être grise ou blanche. Le rat peut aller à gauche ou à droite et on peut soit ré-

* Dans la terminologie actuelle, cette règle est voisine de la règle "simplement dépendante stationnaire".

compenser le rat en lui donnant de la nourriture, soit ne pas le récompenser. (Fig. 1).

On a donc deux stimuli Gris $S = \{G, B\}$
 Blanc

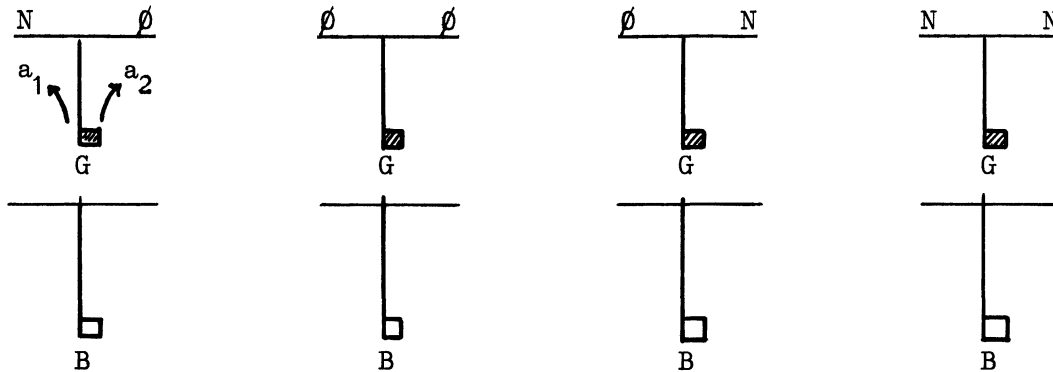


Fig. 1. - Labyrinthe en T.

- deux réponses: gauche a_1 $A = \{a_1, a_2\}$
 droite a_2
- deux issues: nourriture ou rien $B = \{N, \emptyset\}$

- Expérience de prédiction

Le sujet humain fait face à un panneau où il y a deux lampes et au dessus de chaque lampe, une clef. Chaque essai débute par un signal sonore (son grave ou aigu). Puis le sujet doit prédire, en appuyant sur la clef correspondante, laquelle des deux lampes doit être allumée par l'expérimentateur. Enfin l'expérimentateur allume l'une des deux lampes (Fig. 2).

Dans ce cas on a:

0	0
+	+
a_1	a_2

Fig. 2. - Expérience de prédiction.

Deux stimuli $S = \{G, A\}$
 son grave
 son aigu

Deux réponses: clef de $A = \{a_1, a_2\}$
 gauche a_1
 droite a_2

Deux issues: lampe de $B = \{b_1, b_2\}$
 gauche b_1
 droite b_2

Les ensembles S , A , B résultent d'un codage des observations par l'expérimentateur. Nous les supposons finis dans la suite, ce qui théoriquement ne restreint pas la généralité.

La règle d'expérimentation précise la règle de présentation des stimuli et des issues.

- pour chaque $n : \in \mathbb{Z}^+$ une probabilité de passage de

$$(S \times A \times B)^{n-1} \text{ dans } S$$

$$\sigma_n(s \mid s_{n-1} a_{n-1} b_{n-1}, s_{n-2} a_{n-2} b_{n-2}; \dots; s_1 a_1 b_1)$$

- pour chaque n , une probabilité de passage de

$$(S \times A \times B)^{n-1} \times S \times A \text{ dans } B$$

$$\beta_n(b \mid s_n a_n; s_{n-1} a_{n-1} b_{n-1}; \dots; s_1 a_1 b_1)$$

La règle d'arrêt:

En général: - soit le nombre d'essais N (fixé à l'avance)

- soit "un critère d'apprentissage": N_0 réponses successives appartenant à $A_0 \subset A$ (N_0 et A_0 fixés à l'avance).

On peut toujours en théorie inclure la règle d'arrêt dans la règle de présentation (des issues) à condition d'inclure dans B une issue "signal d'arrêt". Mais cela ne permet pas de considérer comme simples les règles de présentation plus simples dont il va être question.

Simplification de la règle de présentation:

La plupart des règles de présentation habituelles peuvent être classées à partir de quatre directions de simplification:

P, R, S, I

P - Dépendance vis-à-vis du passé:

On peut avoir:

$$\text{- le cas général } \begin{cases} \sigma_n(s \mid s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}, \dots; s_1 a_1 b_1) & (g) \\ \beta_n(b \mid s_n a_n; s_{n-1}, a_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}; \dots; s_1 a_1 b_1) \end{cases}$$

- dépendance simple lorsque la règle de présentation à l'essai n ne dépend pas des événements antérieurs à n . Elle est donc définie par:

$$\sigma_n(s) \quad (s)$$

$$\beta_n(b \mid s_n a_n)$$

- dépendance simple stationnaire lorsque:

$$\sigma(s) \quad (ss)$$

$$\beta(b \mid s, a)$$

Donc:

$$P = \{g, s, ss\} \quad \text{avec} \quad g > s > ss \quad (\text{où } > \text{ signifie: "plus général que"}).$$

R - Dépendance vis-à-vis des réponses:

On peut avoir:

- le cas général (g)
- le cas d'indépendance vis-à-vis des réponses lorsque la règle de présentation est indépendante des réponses du sujet:

$$\begin{cases} \sigma_n(s \mid s_{n-1}, b_{n-1}; s_{n-2}, b_{n-2}; \dots; s_1, b_1) & (i) \\ \beta_n(b \mid s_n; s_{n-1}, b_{n-1}; \dots; s_1, b_1) \end{cases}$$

Donc:

$$R = \{g, i\} \quad \text{avec} \quad g > i.$$

S - Détermination des stimulus:

On peut avoir:

- le cas général (g)
- le cas déterministe lorsque à chaque essai le stimulus est choisi de façon déterministe par l'expérimentateur:

$\sigma_n(s \mid s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}; \dots; s_1, a_1, b_1)$ est une distribution de Dirac.

$$\text{ou} \quad s_n = \varphi_n(s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}; \dots; s_1, a_1, b_1) \quad (d)$$

- le cas constant: où S a un élément unique s. (c)

$$\text{Donc} \quad S = \{g, d, c\} \quad \text{avec} \quad g > d > c$$

I - Détermination des issues:

On peut avoir:

- le cas général (g)
- le cas déterministe où $\beta_n(b \mid s_n, a_n; s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}) \dots$
 $\dots; s_1, a_1, b_1)$ est une distribution de Dirac (d)

$$\text{ou} \quad b_n = \psi_n(s_n, a_n; s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}; \dots; s_1, a_1, b_1)$$

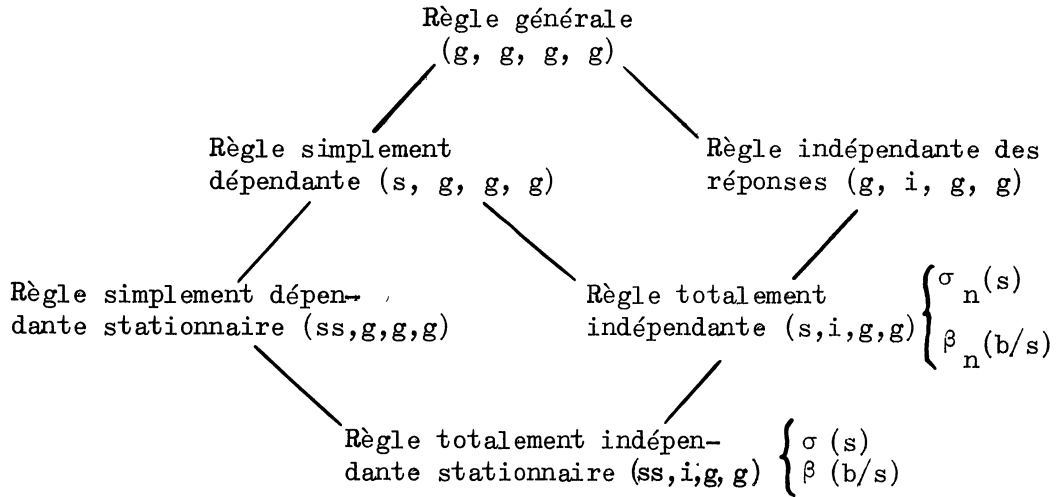
Donc:

$$I = \{g, d\} \quad \text{avec} \quad g > d$$

Les quatre directions de simplification P, R, S, I, conduisent à une classification des expériences en 36 classes*, sur laquelle existe une structure de treillis induite par les quatre ordres totaux sur P, R, S, I.

* En fait, (ss, g, d, g) est identique à (ss, g, c, g) ce qui entraîne que le nombre de classes distinctes est seulement de 32.

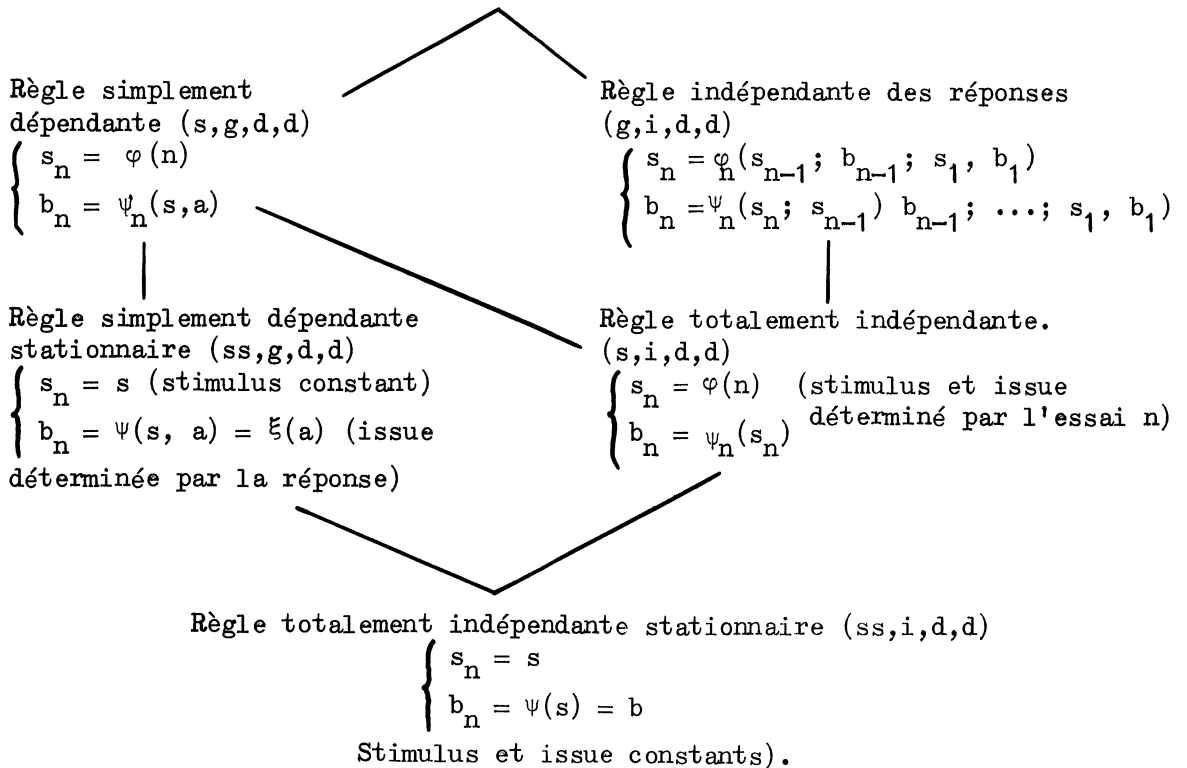
On a représenté ci-dessous le treillis partiel engendré par P et R (noter la terminologie: "Règle totalement indépendante" pour la classe (s, i) très utilisée dans la pratique).



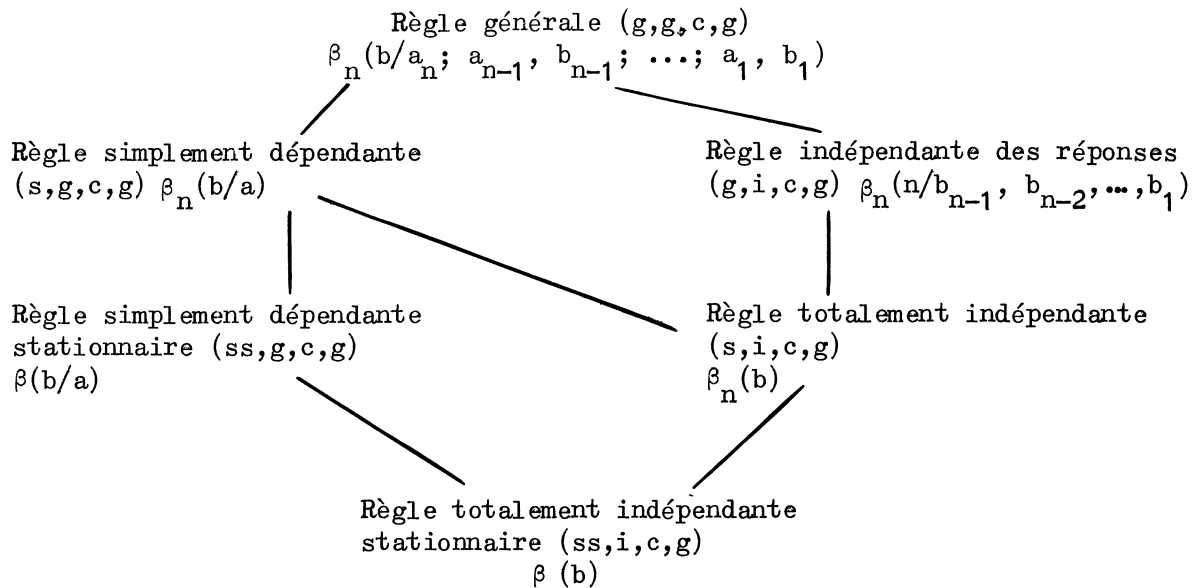
Un cas particulier important est celui des règles déterministes. Le treillis précédent devient le suivant:

Règle générale (g, g, d, d)

$$\begin{cases} s_n = \varphi_n(s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}; s_{n-2}, a_{n-2}, b_{n-2}; \dots; s_1, a_1, b_1) \\ b_n = \psi_n(s_n, a_n; s_{n-1}, a_{n-1}, b_{n-1}; \dots; s_1, a_1, b_1) \end{cases}$$



Un autre treillis partiel utile est celui du stimulus constant. Ci-dessous, le treillis engendré par P et R.

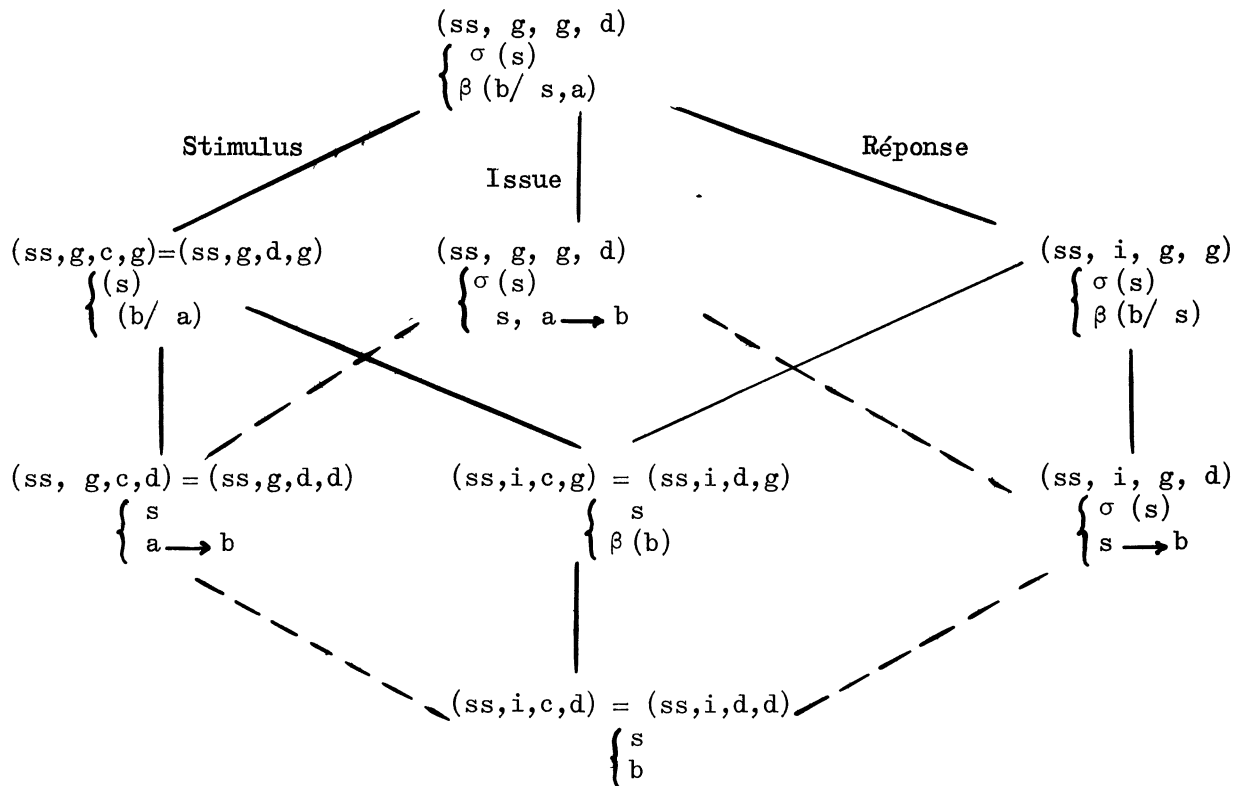


Un dernier cas important est le cas simplement dépendant stationnaire (ss). A priori on a: $3 \times 2 \times 2 = 12$ classes, qui se réduisent à 8 car: $(ss,g,d,g)=(ss,g,c,g)$

D'où

$$\begin{aligned} (ss, g, d, d) &= (ss, g, c, d) \\ (ss, i, d, g) &= (ss, i, c, g) \\ (ss, i, d, g) &= (ss, i, c, d) \end{aligned}$$

Ci-dessous, le treillis du cas simplement dépendant stationnaire (en traits interrompus, le sous-treillis correspondant à l'issue déterministe).



Dans la suite, nous envisagerons comment la formalisation précédente peut être intégrée dans le cadre de la théorie des jeux.