Le goulot d'étranglement

Mathématiques et sciences humaines, tome 2 (1963), p. 51-52
<http://www.numdam.org/item?id=MSH_1963__2__51_0>

LE GOULOT D'ETRANGLEMENT

NOTE DE LA REDACTION SUR LE CAS N° I

L'énoncé de ce cas (p.34, Bulletin n° 1) a été rendu incompréhensible par de malencontreuses fautes d'impression; en particulier le mot "rejeter" a été remplacé par le mot "répéter" (dernière ligne p.34) qui n'a aucun sens dans le contexte.

Nous prions les lecteurs de nous excuser de ces erreurs, qui rendent nécessaires de formuler de nouveau le problème posé. L'auteur anonyme de ce "cas" estime qu'on peut le faire de la façon suivante :

"Un expérimentateur avait des raisons de supposer que deux variables X et Y à valeurs dans des ensembles complètements ordonnées E et F respectivement, étaient liées par une relation du type :

$$Y = f(X)$$

où f est une fonction monotone.

Après avoir effectué des mesures sur un échantillon fini de couples (X, Y), on constate que les points obtenus empiriquement ne s'ordonnent pas selon une suite monotone dans le produit cartésien $E \times F$, mais que, les X étant rangés par valeurs croissantes, les Y correspondants croissent, passent par un maximum, puis décroissent.

Le test de corrélation de rangs de Kendall, appliqué à cette série de mesures, conduit à rejeter l'hypothèse de monotonie dans la variation de Y en fonction de X, ce qui est rassurant; mais par contre ce test ne permet pas de confirmer l'existence d'un et un seul maximum.

Dans ces conditions, existe-t-il un test permettant de confirmer (ou infirmer) l'hypothèse: la variable ordinale Y est fonction unimodale de la variable ordinale X ?"

Ajoutons qu'en ce qui concerne la question ainsi posée, l'article de G. Th. Guilbaud dans le présent numéro, et les développements qu'il comportera dans les suivants, sont de nature à l'éclaircir.

Mais il serait néanmoins utile, pour qu'une réponse puisse lui être apportée, que l'auteur de la question apporte des précisions supplémentaires sur l'expérience dont il s'agit, les conditions dans lesquelles elle est effectuée, ce que sont les ensembles E et F, s'il se réfère à un "modèle d'urne", et si oui lequel ?, etc...

CAS N° 2: UN PROBLEME DE CLASSIFICATION

Je considère un ensemble, par exemple, de mots français désignant les relations de parenté: père, mère, nièce, grand-père,...; je peux les classer de diverses façons, à chaque fois selon un point de vue unique: le mot est-il masculin ou féminin? -désigne-t-il un ascendant, un descendant, un collatéral,... ? - est-il simple ou composé ? - etc. - En combinant plusieurs classifications, j'obtient une classification plus fine: ascendant masculin, ascendant féminin, descendant masculin, etc.. Lorsque j'obtiens une classification <u>ultra fine</u>, qui isole chaque mot dans une classe, le linguiste dit qu'on a construit une "structure componentielle" du vocabulaire étudié. Un même vocabulaire est susceptible de supporter plusieurs structures componentielles.

Comment, lorsque les données du problème sont assez complexes, trouver automatiquement toutes les structures (bien sûr, sans construire toutes les classifications pour voir si elles sont ou non ultra-fines). De plus, nous voulons seulement les structures minimales (telles que si on en retire un critère de classification, la résultante ne soit plus ultra-fine).

<u>Première voie</u>:

Soit A l'ensemble à classer. Chaque critère de classification détermine dans A une partition P_i. On peut plonger ces partitions <u>données</u> par la nature des choses dans l'ensemble de toutes les partitions <u>possibles</u> de A - On sait que cet ensemble, organisé par la relation de <u>finesse</u> entre partitions et par l'opération de composition de deux partitions, a une structure de treillis, dont un extrêmum est la partition ultra-fine que nous recherchons. Peut-on utiliser ce treillis pour résoudre notre problème ? Cela semble difficile, car le treillis n'est pas <u>modulaire</u>.

<u>Deuxième voie</u>:

Dans la partition ultra-fine, les deux éléments de toute paire de A sont dissociés, et ceci, parce qu'au moins une partition composante dissocie ces deux éléments. Il faut donc prendre, pour chaque paire, l'une <u>ou</u> l'autre des partitions qui dissocie cette paire, <u>et</u> faire de même pour chaque paire. Ce <u>ou</u> et ce <u>et</u> étant les opérations du <u>calcul booléen</u>, on obtient une expression booléenne du type: (...<u>ou</u>...) <u>et</u> (...<u>ou</u>...<u>ou</u>...) <u>et</u> ..., chaque parenthèse correspondant à une paire d'éléments de A, les ... dans une parenthèse représentant les partitions dissociant la paire considérée. A l'aide de la distributivité réciproque des opérations booléennes, et des lois de Boole, on obtient à partir de la première expression, une expression du type: (...<u>et</u>...<u>et</u>...) <u>ou</u> (...<u>et</u>...) <u>ou</u>...: dont chaque parenthèse représente l'une des structures minimales cherchées. Mais le calcul est souvent assez lourd - et ne tient pas compte de certaines propriétés du problème (p.ex., si P_i dissocie a et b mais non b et c, on sait que P_i dissocie a et c).