Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux

G. Höhn
N.-P. Skoruppa

Un résultat de Schinzel

Journal de Théorie des Nombres de Bordeaux, tome 5, n° 1 (1993), p. 185
<http://www.numdam.org/item?id=JTNB_1993__5_1_185_0>

Journal de Théorie des Nombres
de Bordeaux **5** *(1993), 185*

Un résultat de Schinzel

par G. Höhn et N.-P. Skoruppa

Soit $\alpha \neq 0, \pm 1$ un nombre algébrique entier totalement réel. Un théorème de A. Schinzel [S, Corollary 1'] implique que sa hauteur absolue vérifie

$$H(\alpha) \geq \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{1/2}.$$

Rappelons que, si les α_j sont les conjugués et d est le degré de α, sa hauteur absolue est $H(\alpha) = \prod_j \max(1, |\alpha_j|)^{1/d}$. Nous donnons ici une démonstration très rapide de ce résultat.

Démonstration. Si, pour x réel, on pose $f(x) = |x|^{1/2}|x - 1/x|^{1/2\sqrt{5}}$, on a

$$\max(1, |x|) \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^{-1/2} \geq f(x).$$

D'autre part on a

$$\prod_j f(x_j) = |\phi(0)|^{1/2-1/2\sqrt{5}}|\phi(1)\phi(-1)|^{1/2\sqrt{5}} \geq 1,$$

où $\phi(x) = \prod(x - \alpha_j)$ désigne le polynôme minimal de α. On en conclut le résultat.

Bibliographie

[S] A. Schinzel, *Addendum to the paper "On the product of the conjugates outside the unit circle of an algebraic number" Acta Arith. 24 (1973), 385–399,* Acta Arith. **26** (1975), 329–331.

Max-Planck-Institut für Mathematik
Gottfried-Claren-Strasse 26
D-53225 Bonn
ALLEMAGNE

1980 *Mathematics Subject Classification* (1985 *Revision*). 11C08, 14G99.
Mots-clés : Heights, Malher measures.
Manuscrit reçu le 7 juin 1993.