

VALÉRIE MIGNON

Les implications de la mémoire longue et de la non-linéarité sur l'efficiencia du marché des changes

Journal de la société statistique de Paris, tome 137, n° 1 (1996), p. 51-72

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1996__137_1_51_0

© Société de statistique de Paris, 1996, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFds>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LES IMPLICATIONS DE LA MÉMOIRE LONGUE ET DE LA NON-LINÉARITÉ SUR L'EFFICIENCE DU MARCHÉ DES CHANGES¹

Valérie MIGNON
Université de Paris X-Nanterre, MODEM

RÉSUMÉ

L'objet de cet article est d'analyser la structure de dépendance des variations relatives des taux de change en référence à la théorie d'efficience des marchés financiers. Dans un premier temps, les méthodes R/S et R/S modifiée ont été appliquées afin de détecter une éventuelle présence de mémoire longue dans les rendements du change. Dans un second temps, nous avons testé, par l'intermédiaire de la statistique BDS, le type, linéaire ou non linéaire, du processus sous-jacent aux séries de change. Les résultats obtenus suggèrent que l'hypothèse d'une structure de dépendance de long terme ne peut être validée. La cause de ce rejet ne provenant pas de la corrélation sérielle ordinaire et le test BDS concluant au rejet de l'hypothèse nulle de série indépendamment, identiquement distribuée, nous montrons que la structure de dépendance des taux de change est de type non linéaire.

Mots clés : efficience, mémoire longue, analyse R/S, non-linéarité, test BDS.

ABSTRACT

IMPLICATIONS OF LONG-TERM MEMORY AND NONLINEARITY ON THE FOREIGN EXCHANGE MARKET EFFICIENCY

The purpose of this paper is to analyse the dependence structure of the exchange rates returns. To begin with, the R/S and modified R/S analysis have been implemented in order to detect the presence, if any, of long-term memory in the exchange rates returns. Secondly, we have used the BDS statistics to test the type -whether linear or nonlinear- of the process underlying currency series. The results obtained suggest that the hypothesis of a long-term dependence structure cannot be validated. Because this rejection does not come from the ordinary serial correlation, and given that the BDS test concludes with the rejection of the null hypothesis of series independently and indentially distributed, we show that the exchange rate dependence structure is of a nonlinear type.

Keywords : efficiency, long-term memory, R/S analysis, nonlinearity, BDS test.

Codification au *Journal of Economic Literature* : C22.

1. Une première version de ce papier a été présentée au colloque de l'AEA des 16 et 17 mars 1995 à Haigerloch (Allemagne).

Ce travail doit beaucoup aux remarques de Messieurs Gilbert ABRAHAM-FROIS et Laurent MATHIEU que je tiens à remercier. Je remercie également Monsieur GALLAIS-HAMONNO ainsi qu'un rapporteur anonyme du JSSP dont les observations m'ont permis d'améliorer la version initiale de ce papier. Bien entendu, les éventuelles erreurs ou omissions me sont entièrement imputables.

I. Introduction

Jamais une théorie économique ou financière n'aura été autant testée que la théorie d'efficience des marchés financiers. Cependant malgré cette abondance d'études, aucune conclusion claire et unanime ne semble ressortir. De plus, si l'on s'en réfère à FAMA (1991), il est toujours possible d'interpréter les résultats comme on le désire selon que l'on soit ou non "partisan" de l'efficience. Cette confusion relative aux résultats obtenus peut provenir tant des tests économétriques utilisés que de la définition d'efficience adoptée. Selon la définition basique de l'efficience des marchés financiers, un marché est informationnellement efficient si l'ensemble des informations pertinentes à l'évaluation des actifs financiers qui y sont cotés se trouve instantanément reflété dans les cours. Il est alors impossible de prévoir les variations futures des prix puisque, par définition, les rentabilités (ou variations logarithmiques) sont indépendantes au cours du temps. Nous adopterons dans cette étude une telle définition de l'efficience au sens faible et les tests associés auront pour objet de déterminer si la connaissance de l'historique de la série peut fournir une aide quant à la prévision des valeurs futures. Initialement, les tests visant à valider ou infirmer l'hypothèse d'efficience se sont principalement développés autour des tests traditionnels d'autocorrélation et de marche aléatoire. Cependant, ceux-ci visent, pour les tests d'autocorrélation, à déceler la présence d'une mémoire courte et, pour les tests de marche aléatoire, à détecter les phénomènes de mémoire infinie. Ainsi, le choix concernant la structure de dépendance des séries étudiées est restreint d'une part à l'absence de mémoire ou présence de mémoire courte et, d'autre part, à l'existence d'une mémoire infinie, le cas intermédiaire de la mémoire longue étant alors totalement ignoré. De plus, ces tests ne semblent pas adaptés à l'environnement financier actuel puisqu'ils ne peuvent en aucun cas déceler les phénomènes de non-linéarité, qui paraissent pourtant jouer un rôle considérable dans la dynamique des marchés.

Devant la faiblesse des tests traditionnels, il nous semble donc particulièrement utile d'appliquer de nouveaux outils statistiques en vue d'appréhender de manière plus approfondie l'efficience. A cette fin, deux types de tests sont mis en oeuvre : les tests de mémoire longue et les tests de non-linéarité.

L'implication de la mémoire de long terme sur la théorie d'efficience des marchés financiers est double. En premier lieu, la présence d'une mémoire longue dans une série de rentabilités boursières ou de variations relatives du change, a pour conséquence que l'information présente et passée est utile à la détermination des valeurs futures. En d'autres termes, les rentabilités ne sont pas indépendantes au cours du temps, ce qui va, a priori, à l'encontre du concept d'efficience tel que nous l'avons défini. D'autre part, la théorie d'efficience nous enseigne qu'à chaque instant le cours observé sur le marché est égal à sa valeur fondamentale déterminée par les fondamentaux de long terme. Une telle hypothèse est remise en cause si la série considérée possède une structure de dépendance de long terme. En effet, si un choc se produit à une date donnée, celui-ci affectera pendant un temps relativement long les valeurs futures du cours. Ce dernier se verra ainsi éloigné durablement de sa valeur d'équilibre de long terme. Le cours observé tendra à revenir vers sa valeur

fondamentale, mais beaucoup plus lentement que si la série ne comportait qu'une mémoire courte. Ces deux observations, qui ne peuvent être décelées au moyen des tests usuels d'autocorrélation ou de marche aléatoire, nous montrent à quel point les tests de mémoire longue peuvent être pertinents pour étudier l'efficience des marchés.

Le second axe de recherche ² de notre analyse concerne la non-linéarité. En effet, diverses études [HSIEH (1989), HSIEH (1991), BROCK *et al.* (1992), etc.] ont suggéré que les processus non linéaires étaient mieux adaptés à la description de la dynamique des marchés financiers que de simples processus linéaires. L'hypothèse de linéarité, bien qu'extrêmement commode tant en pratique qu'en théorie, reste en effet très restrictive puisqu'elle n'autorise qu'un nombre limité de dynamiques ³. Elle semble de ce fait fournir un cadre d'analyse trop étroit à l'explication des fluctuations observées sur les marchés financiers. Or, à nouveau, les tests traditionnels d'autocorrélation et de marche aléatoire ne sont pas aptes à déceler l'éventuelle présence d'une structure de dépendance non linéaire. Dès lors, sur la base de ces tests, on peut être amené à conclure à l'indépendance des rentabilités alors que celles-ci seraient en réalité non linéairement dépendantes. L'impact de la non-linéarité sur la théorie d'efficience des marchés est également important. En effet, puisque les rentabilités ne sont pas indépendantes au cours du temps, il est possible, en théorie, de prévoir les rentabilités futures à partir des rentabilités passées. On peut alors appréhender les tests de non-linéarité et de mémoire longue de façon conjointe, les tests de non-linéarité permettant ainsi de déterminer si la mémoire constatée est de type linéaire ou non linéaire. Les tests de non-linéarité possèdent également l'avantage de détecter la présence d'une mémoire (non linéaire) non décelée au moyen des tests de mémoire longue.

Notre travail a pour objet d'appliquer ces tests sur les séries de taux de change du dollar exprimés en cinq devises étrangères : Mark, Franc français, Yen, Lire italienne et Livre. Le point de départ de notre analyse est centré sur la mémoire longue avec une étude de la statistique R/S. Celle-ci a été élaborée par HURST (1951) lors d'une étude sur les flux et reflux du Nil et a pour objet de détecter la structure de dépendance de long terme dans une série temporelle. Nous verrons cependant que cette statistique est sensible à la présence de mémoire courte et présenterons de ce fait l'analyse R/S corrigée de LO (1991). Cette dernière, tout en restant sensible à la mémoire longue, est en effet invariante sous une classe générale de processus à mémoire courte. Ces deux types d'analyse donnent lieu à un coefficient, appelé *exposant de Hurst*, permettant d'effectuer une classification des séries temporelles en fonction de leur structure de dépendance. Nous présenterons par ailleurs succinctement les processus ARFIMA, dans la mesure où ceux-ci sont liés à l'exposant de

2. Axe de recherche qui n'est pas nécessairement indépendant du premier, les processus ARFIMA sont ainsi des processus non linéaires à mémoire longue.

3. Les modèles linéaires ne peuvent générer que quatre types de trajectoires : oscillatoire et stable, oscillatoire et explosive, non oscillatoire et stable, non oscillatoire et explosive.

Hurst. La seconde partie de notre travail aura pour objet de déterminer la nature -linéaire ou non linéaire- de la mémoire décelée au moyen des tests de mémoire longue. Cette approche s'effectuera autour du test BDS élaboré par BROCK, DECHERT et SCHEINKMAN (1987).

II. Analyse R/S et exposant de Hurst

HURST a introduit la statistique R/S en 1951 lors de son étude sur les débits du Nil. Elle permet de mesurer l'intensité de la possibilité qu'a une chronique à être cyclique mais non périodique, comportement qui constitue un des aspects de la dépendance à long terme. Cette statistique a été, par la suite, largement développée par MANDELBROT qui en suggéra l'utilisation afin de mettre en évidence la dépendance de long terme, ou encore le phénomène de mémoire longue présent dans de nombreuses séries temporelles. Ainsi, grâce au mouvement brownien fractionnaire, défini par MANDELBROT et VAN NESS (1968), il a été possible de déterminer une mesure de corrélation de long terme liée à l'exposant de HURST permettant de classer les séries temporelles en fonction de leur structure de dépendance.

II.1 Définition de la statistique R/S

La statistique R/S (*Rescaled Range*) se définit comme l'étendue des sommes partielles des écarts d'une série temporelle à sa moyenne divisée par son écart type. Ainsi, soit une série temporelle Xt , avec $t = 1, \dots, n$, de moyenne \bar{X}_n , l'étendue s'écrit :

$$R = \text{Max}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \text{Min}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) \quad (1)$$

Le calcul de la statistique consiste à diviser l'étendue R par l'écart type s_n de la série, soit :

$$Q_n = R/s_n = \frac{1}{\left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 \right]^{1/2}} \left[\text{Max}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \text{Min}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) \right] \quad (2)$$

Le premier terme (entre crochets) de l'étendue est le maximum sur k des sommes partielles des k écarts de X_j par rapport à sa moyenne. Sachant que la somme des n écarts à la moyenne est nulle, ce terme est toujours non négatif. De même, le second terme est le minimum sur k de cette même séquence de sommes partielles, il est donc toujours non positif. Par conséquent, l'étendue R , qui est la différence de ces deux termes, est toujours positive et donc la statistique Q est toujours non négative.

Propriétés

Dans divers articles, MANDELBROT et WALLIS (1968), MANDELBROT et TAQUU (1979) ont démontré la supériorité de l'analyse R/S par rapport aux méthodes plus conventionnelles de détermination de la dépendance de long terme telles que l'analyse des autocorrélations, les ratios de variance ou la décomposition spectrale. En particulier, MANDELBROT et WALLIS (1968) ont montré que cette statistique était capable de détecter une structure de dépendance de long terme même dans une série temporelle fortement non gaussienne (avec des coefficients d'aplatissement et de symétrie élevés). MANDELBROT a également indiqué que, contrairement à l'analyse spectrale qui détecte les cycles périodiques, la statistique R/S peut détecter les cycles non périodiques de toute période (courte, moyenne et longue). De plus cette statistique est indépendante de la distribution marginale. En effet, l'étendue R se comporte différemment suivant les distributions et c'est la division par l'écart type de la série qui libère le comportement de Q de toute dépendance par rapport à la loi marginale. L'intérêt du calcul de la statistique R/S est qu'elle donne lieu à la détermination du coefficient de Hurst qui va nous permettre de conclure quant à la nature de la structure de dépendance de la série considérée.

**II.2 De la statistique R/S à l'exposant de Hurst.
Développements**

L'exposant de HURST, noté H , est défini par :

$$H = \frac{\log Q}{\log n} \tag{3}$$

où Q est la statistique R/S précédemment définie
et n le nombre d'observations.

Il est alors possible de déterminer la structure de dépendance de la série en fonction des valeurs de H . En particulier, il existe une mesure de corrélation liée à H : $C = 2^{2H-1} - 1$. Cette corrélation est une "sorte" de corrélation de long terme déduite du mouvement brownien fractionnaire de MANDELBROT et VAN NESS (1968). Elle exprime la corrélation entre la moyenne des valeurs futures et la moyenne des valeurs passées [Cf. MANDELBROT (1970)]. Afin de pouvoir déterminer le type de dépendance présent dans les séries, il semble utile de rappeler brièvement la définition du mouvement brownien fractionnaire.

Mouvement brownien fractionnaire et classification des séries temporelles en fonction de leur structure de dépendance

Le mouvement brownien ordinaire est caractérisé entre autres par l'indépendance de ses incréments, il s'agit d'un processus à mémoire nulle. L'idée de MANDELBROT et VAN NESS (1968) consiste en une généralisation de ce processus, appelé mouvement brownien fractionnaire, permettant de tenir

compte du phénomène de mémoire longue. Ainsi, le mouvement brownien fractionnaire d'exposant H est défini de la manière suivante :

$$B_H(t, \omega) = \frac{1}{\Gamma(H + 1/2)} \left[\int_0^t (t - s)^{H-1/2} dB(s, \omega) \right] \quad (4)$$

En partant de la définition de la fonction de covariance d'un mouvement brownien fractionnaire

$$E|B_H(t) - B_H(s)|^2 = |t - s|^{2H} \quad (5)$$

MANDELBROT a défini une corrélation de long terme liée à l'exposant de Hurst par la relation suivante :

$$C = 2^{2H-1} - 1 \quad (6)$$

Contrairement aux processus à mémoire courte où la corrélation entre deux points très éloignés tend vers 0, la corrélation tend vers $2^{2H-1} - 1$ pour un processus à mémoire longue.

Il est alors possible d'effectuer une classification en fonction des valeurs de H :

- Si $H = 1/2$: le mouvement brownien fractionnaire se réduit au mouvement brownien ordinaire. Il y a indépendance entre les événements passés et présents : la corrélation est nulle. Le processus ne présente donc aucune dépendance à long terme.
- Si $1/2 < H < 1$: on est en présence d'un processus à mémoire longue. Le processus présente "l'effet Joseph"⁴ de dépendance à long terme, dépendance d'autant plus forte que H se rapproche de 1. Dans ce cas, la corrélation est positive et il y a persistance. Lorsque H croît de $1/2$ à 1, la persistance du processus devient de plus en plus marquée. En termes pratiques, cela s'explique par le fait que les cycles de tout genre (qui n'ont aucun caractère périodique) deviennent de plus en plus clairement distincts. En particulier, les cycles lents s'accroissent.
- Si $0 < H < 1/2$: la corrélation est négative. Le processus présente ce que MANDELBROT a nommé l'anti-persistance. Ce phénomène s'interprète comme suit : des phases de hausse ont tendance à être suivies par des phases de baisse. Cette situation semble *a priori* peu réaliste dans le domaine économique, même si BOOTH, KAEN et KOVEOS (1982) ont montré que c'était le cas pour les taux de change en période de changes fixes.

Cette analyse R/S , ainsi que le calcul de l'exposant de HURST qui en découle, a fait l'objet d'une vive critique par LO (1991). Ce dernier a ainsi créé la

4. Le terme d'"effet Joseph", retenu par MANDELBROT et WALLIS (1968), renvoie à un passage de la Bible où Joseph interprète un rêve de Pharaon : celui-ci avait vu sept vaches maigres suivre sept vaches grasses et Joseph en conclut que cela prédisait une succession de sept années d'abondance précédant sept années de pénurie. Pour plus de détails, se reporter à ABRAHAM-FROIS G. et BERREBI E. (1995).

statistique R/S modifiée afin de régler deux problèmes majeurs soulevés par l'utilisation de l'analyse R/S traditionnelle. Nous présentons donc ci-après les principales caractéristiques de cette nouvelle version.

Analyse R/S modifiée

L'analyse R/S présentée précédemment possède selon LO (1991) un défaut de taille : elle est très sensible à la dépendance de court terme. En particulier, le coefficient de HURST estimé par cette méthode peut amener à conclure en faveur de la présence de mémoire longue alors que le processus étudié possède seulement une structure de dépendance à court terme. En outre, la statistique R/S n'est pas un test à proprement parler dans la mesure où sa distribution est inconnue.

Afin d'apporter une solution à ces deux problèmes, LO (1991) a donc créé une statistique, appelée statistique R/S modifiée, qui, tout en restant sensible à la mémoire longue, est invariante sous une classe générale de processus à mémoire courte.

Ainsi, la statistique R/S modifiée est définie de la manière suivante :

$$\tilde{Q}_n = R/\hat{\sigma}_n(q) = \frac{1}{\hat{\sigma}_n(q)} \left[\text{Max}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) - \text{Min}_{1 \leq k \leq n} \sum_{j=1}^k (X_j - \bar{X}_n) \right] \quad (7)$$

où $\hat{\sigma}_n^2(q) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X}_n)^2 + \frac{2}{n} \sum_{j=1}^q \omega_j(q) \left[\sum_{i=j+1}^n (X_i - \bar{X}_n)(X_{i-j} - \bar{X}_n) \right]$ (8)

avec $\omega_j(q) = 1 - \frac{j}{q+1} \quad q < n$ (9)

On voit bien que cette statistique diffère de la statistique R/S traditionnelle uniquement par son dénominateur. En effet, ce dernier, en présence d'autocorrélation, ne représente plus seulement la somme des variances des termes individuels mais inclue également les autocovariances. On remarquera de plus que ces dernières sont pondérées en fonction des décalages q . Les poids $\omega_j(q)$ ont été suggérés par NEWBY et WEST (1987). De même, ANDREWS (1991) ⁵ a proposé une règle pour le choix de q :

5. Au moyen de simulations de Monte Carlo, ANDREWS (1991) a montré que si l'on choisit une valeur de q importante relativement à la taille de l'échantillon, la distribution en échantillon fini de la statistique R/S modifiée peut alors être radicalement différente de la distribution asymptotique. LO (1991) souligne également que q ne doit pas être trop petit puisque les autocovariances au-delà de q peuvent être très significatives et doivent alors être prises en compte dans le calcul de la statistique R/S modifiée. Nous avons donc opté dans cette étude pour la situation intermédiaire suggérée par la règle de ANDREWS (1991). Remarquons bien évidemment que si $q = 0$, on retrouve la statistique R/S traditionnelle.

$$q = [k_n] \text{ où } k_n = \left(\frac{3n}{2}\right)^{1/3} \left(\frac{2\hat{\rho}}{1-\hat{\rho}^2}\right)^{2/3} \quad (10)$$

$[k_n]$ représente la partie entière k_n et $\hat{\rho}$ l'autocorrélation du premier ordre.

Les poids $\omega_j(q)$, que nous avons utilisés pour l'étude empirique, deviennent alors : $\omega_j = 1 - \left\lfloor \frac{j}{k_n} \right\rfloor$.

Contrairement à l'analyse R/S classique, la distribution limite de la statistique R/S modifiée est connue, et est reliée au mouvement brownien sous l'hypothèse nulle de mémoire courte. Il est ainsi possible d'effectuer un test statistique de l'hypothèse nulle de mémoire courte contre l'hypothèse alternative de mémoire longue en utilisant la table de valeurs critiques fournie par Lo (1991, p. 1288).

Ces deux statistiques, R/S et R/S modifiée, seront appliquées lors de l'étude empirique et nous verrons que les résultats sont contradictoires en présence de corrélation sérielle ordinaire.

Une seconde catégorie d'outils, utile pour appréhender la mémoire longue, est constituée des processus ARFIMA, modèles que nous exposons brièvement ci-après puisqu'ils sont directement liés à l'analyse R/S .

Modèles ARFIMA et lien avec l'exposant de Hurst

Sans rentrer dans les détails, nous rappelons à présent qu'il existe une autre méthode permettant d'identifier la dépendance de long terme ⁶ : il s'agit des modèles ARFIMA ⁷. Ces modèles ont été développés par GRANGER et JOYEUX (1980) et HOSKING (1981), et constituent une généralisation des processus ARIMA de BOX et JENKINS dans lesquels l'exposant de différenciation d était un entier. Dans le cas des processus ARFIMA, d peut prendre des valeurs réelles, et non plus seulement des valeurs entières.

Ces modèles sont définis ainsi :

$$\Phi(L)(1-L)^d X_t = \Theta(L)\varepsilon_t \quad (11)$$

$$\text{où } (1-L)^d = \nabla^d = 1 - dL - \frac{d(1-d)}{2!} L^2 - \frac{d(1-d)(2-d)}{3!} L^3 - \dots$$

On peut alors montrer [GEWEKE et PORTER-HUDAK (1983), LO (1991)] qu'il existe une relation remarquable entre le paramètre d des processus ARFIMA et l'exposant de HURST :

6. Pour un exposé plus exhaustif sur les indicateurs de persistance et une application des processus ARFIMA, voir LARDIC S. et MIGNON V. (1995).

7. Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average.

$$d = H - \frac{1}{2} \quad (12)$$

Dès lors, il est possible d'effectuer une classification des séries en fonction des valeurs du paramètre d selon le même schéma que celui retenu pour le coefficient H .

Dans cette première partie, nous nous sommes donc attachés à tester la structure de dépendance de long terme d'une série temporelle. Comme nous l'avons précédemment signalé, l'intérêt vis-à-vis de l'hypothèse d'efficience est double. D'une part, si la série présente une mémoire longue, alors les rentabilités passées et présentes sont utiles pour prévoir les rentabilités futures. Elles ne sont donc pas indépendantes au cours du temps, comme on pourrait l'affirmer au vu des tests traditionnels d'autocorrélation. D'autre part, la présence d'une structure de dépendance de long terme a pour conséquence que, s'il se produit un choc, la série tendra à retourner vers sa valeur d'équilibre de long terme beaucoup plus lentement qu'en l'absence d'une telle mémoire. De ce fait, le cours observé n'est plus égal à chaque instant à sa valeur fondamentale. Les tests de mémoire longue permettent ainsi d'apporter des conclusions plus claires que les tests traditionnels. Afin d'affiner les résultats, en tenant compte explicitement de la possibilité d'une dépendance non linéaire entre les observations, nous cherchons à présent à caractériser la nature – linéaire ou non linéaire – de la mémoire.

III. Non-linéarité et test *BDS*

Comme nous l'avons précédemment signalé, les études récentes tendent à montrer que la dynamique linéaire n'est plus adaptée à la modélisation des séries financières. Ce type de dynamique est en effet très restrictif et ne permet pas de tenir compte des vastes mouvements constatés sur les marchés financiers. Pour faire face à ce problème, les économistes se sont alors penchés sur le phénomène de non-linéarité. Empiriquement, un certain nombre d'auteurs ont mis en évidence la présence de non-linéarité dans diverses séries économiques. On pourra par exemple citer les études de HSIEH (1989) sur la non-linéarité dans les taux de change, FRANK et STENGOS (1988) sur diverses séries macro-économiques ou encore l'étude de SCHEINKMAN et LEBARON (1989) sur les rendements d'actions. Ainsi, il est clair que certaines séries de rendements peuvent être linéairement indépendantes mais non linéairement dépendantes. Un tel phénomène ne peut être décelé par les tests d'autocorrélation et de marche aléatoire traditionnels, c'est pourquoi il convient d'utiliser un test plus puissant tel que le test *BDS*.

Afin de savoir si les variations relatives du change étaient caractérisées par un comportement non linéaire, nous avons appliqué à nos séries le test établi par BROCK, DECHERT et SCHEINKMAN (1987). Cette statistique, notée *BDS*, teste l'hypothèse nulle de série indépendamment identiquement distribuée (*iid*), contre une alternative non spécifiée.

Nous présenterons ici brièvement les principes de ce test ainsi que ses propriétés en échantillon fini ⁸.

III.1 Le principe du test BDS et sa distribution asymptotique

Le test BDS est basé sur le calcul de l'intégrale de corrélation (ou corrélation spatiale). Si l'on considère une série temporelle $\{X_t\}_{t=1, \dots, T}$, on peut définir l'intégrale de corrélation comme suit :

$$C_m(\epsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} \left[\text{nombre de paires } (i,j) \text{ dont la distance } |X_i^m - X_j^m| < \epsilon \right]$$

soit
$$C_m(\epsilon) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T^2} \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \neq j}}^T H(\epsilon - |X_i^m - X_j^m|) \tag{13}$$

où
$$H(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } X > 0 \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad \text{avec } X = \epsilon - |X_i^m - X_j^m|.$$

- m : dimension de plongement (*embedding dimension*)
- T : nombre d'observations
- ϵ : distance maximale entre deux paires de points.

La dimension de plongement est utilisée pour former des m -historiques, X_t^m , construits à partir de la série X_t :

- 1-historique : $X_t^1 = X_t$
- 2-historique : $X_t^2 = X_{t-1}, X_t$
-
- m -historique : $X_t^m = X_{t-m+1}, \dots, X_t$

Ainsi, le test BDS consiste à former des vecteurs à m dimensions, appelés m -historiques, dont les composantes sont des valeurs consécutives de la série observée, puis à calculer l'intégrale de corrélation en fonction des valeurs de m . L'intégrale de corrélation est donc basée sur une mesure du nombre de paires de points (X_i^m, X_j^m) qui sont à une distance d'au plus ϵ l'une de l'autre.

Sous l'hypothèse nulle de série iid, on a :

$$C_m(\epsilon) \xrightarrow{T \rightarrow \infty} [C_1(\epsilon)]^m \tag{14}$$

Ainsi, $C_m(\epsilon) - [C_1(\epsilon)]^m$ a une distribution asymptotique normale de moyenne nulle et de variance relativement complexe [voir BROCK *et al.* (1987)].

8. Pour les démonstrations, on pourra se reporter à BROCK W.A., DECHERT W. et SCHEINKMAN J.A. (1987).

La statistique *BDS* s'écrit alors :

$$W_m(\varepsilon) = \sqrt{T} \frac{C_m(\varepsilon) - [C_1(\varepsilon)]^m}{\sigma_m(\varepsilon)} \quad (15)$$

Donc, sous l'hypothèse nulle de série *iid*, la distribution asymptotique de la statistique *BDS* est la loi normale centrée réduite ⁹.

III.2 Propriétés en échantillon fini

Pour étudier les propriétés de la statistique *BDS* en échantillon fini, BROCK, HSIEH et LEBARON (1992) ont généré des échantillons de tailles différentes de nombres pseudo-aléatoires (100, 500 et 1000) provenant de six distributions. Ils ont ainsi étudié pour quelles valeurs de *m* et de ε , la statistique *BDS* était correctement approximée en échantillon fini par la distribution asymptotique. Il ressort trois "règles" principales de leur étude :

- Plus la taille de l'échantillon est petite et moins la distribution asymptotique est correcte en échantillon fini. Il convient d'utiliser un nombre de données supérieur à 500 ;
- La valeur de ε ne doit ni être trop faible, ni trop élevée. Les auteurs proposent de choisir ε tel que $\frac{1}{2} < \frac{\varepsilon}{\sigma} < 2$, où σ est l'écart type de la série ;
- Enfin, la valeur de *m* dépend du nombre de données dont on dispose. La distribution asymptotique est correcte en échantillon fini si $\frac{T}{m} > 200$.

Pour terminer, notons que BROCK, HSIEH et LEBARON (1992) ont démontré que le test *BDS* étant puissant face aux alternatives les plus courantes de série non *iid* (incluant des modèles stochastiques linéaires et non linéaires, ainsi que des modèles déterministes chaotiques).

Il est important de rappeler que le test *BDS* teste l'hypothèse nulle de série *iid*. Un rejet de cette hypothèse ne constitue donc pas une preuve de non-linéarité mais peut provenir :

- soit d'une structure de dépendance issue d'un processus stochastique linéaire,
- soit d'une non-stationnarité de la série étudiée,
- soit d'une structure de dépendance issue d'un processus stochastique non linéaire,
- soit d'une structure de dépendance issue d'un processus déterministe non linéaire.

Ainsi, pour utiliser le test *BDS* en tant que test de non-linéarité, il est nécessaire, au préalable, de "stationnariser" la série et de retirer toute forme de dépendance linéaire dans les données (corrélation sérielle ordinaire).

9. On remarquera que l'hypothèse nulle est une condition nécessaire mais non suffisante de distribution *iid*.

LES IMPLICATIONS DE LA MÉMOIRE LONGUE ET DE LA NON-LINÉARITÉ

L'intérêt de ce test pour notre étude est de déterminer si la mémoire de long terme observée au moyen des tests de mémoire longue est de type linéaire ou non linéaire. D'autre part, si les tests de mémoire longue font apparaître une absence de mémoire, l'application du test *BDS* peut permettre de déceler la présence d'une mémoire non linéaire. Ainsi, même si les variations relatives de la série considérée semblent linéairement indépendantes, elles peuvent être en réalité non linéairement dépendantes.

IV. Application aux taux de change

Dans cette partie empirique, on se propose de calculer l'exposant de HURST, à l'aide de la méthode *R/S* classique puis de l'analyse *R/S* modifiée. Dans un second temps, nous tenterons de déterminer s'il existe une structure de dépendance non linéaire dans les taux de change à l'aide du test *BDS*.

Nous avons utilisé les séries de taux de change \$/DM, \$/Yen, \$/FF, \$/L et \$/Lire italienne¹⁰. Nous disposons de deux types d'échantillons : l'un est en fréquence mensuelle (janvier 1980 à août 1994) et l'autre en fréquence quotidienne (2 janvier 1986 au 14 septembre 1994). Afin de tenir compte de la non-stationnarité caractéristique de ces séries (décelée au moyen du test de DICKEY-FULLER Augmenté), les données ont été transformées en différence première logarithmique : $S_t = \log \frac{X_t}{X_{t-1}}$ où X_t représente le taux de change.

Cette opération de transformation des données est nécessaire à la fois pour utiliser le test *BDS* en tant que test de non-linéarité, et pour la mise en œuvre de l'analyse *R/S*, afin d'éviter qu'une valeur élevée de l'estimation de l'exposant de HURST ne soit le signe d'une éventuelle non-stationnarité.

Nous donnons dans le tableau ci-après quelques statistiques basiques concernant les séries quotidiennes étudiées (leur définition est donnée en annexe 1).

TABLEAU 1. Statistiques sur les variations logarithmiques des taux de change quotidiens.

	Statistiques descriptives Séries quotidiennes en variation.				
	\$/DM	\$/yen	\$/ franc	\$/ £	\$/ lire
Nb. obs.	2204	2206	2218	2222	2200
Moyenne	-2,054.10 ⁻⁴	-3,158.10 ⁻⁴	-1,545.10 ⁻⁴	-3,310.10 ⁻⁵	-2,399.10 ⁻⁵
Ecart type	7,491.10 ⁻³	7,288.10 ⁻³	7,1483.10 ⁻³	7,427.10 ⁻³	7,673.10 ⁻³
Kurtosis	4,544	8,57	4,55	5,43	8,806
Skewness	0,025	-0,17	0,012	0,17	0,647
ADF brute	-1,59 ns	-2,06*	-1,22 ns	-0,52 ns	-0,306 ns
ADF en Δ	-9,78 **	-9,32**	-9,73 **	-9,84**	-9,346**

ns : non stationnaire.

* et ** : le coefficient estimé est significatif respectivement à 5 % et 1 %.

10. Les séries sont issues de la base de données de REXECODE.

A l'exception du \$/Yen, on constate que les séries de change ne sont pas stationnaires ; c'est pourquoi nous analyserons ici les variations relatives du change, qui, elles, sont stationnaires au seuil de 1 %.

On remarquera également que toutes les séries présentent un excès de kurtosis par rapport à la loi normale ¹¹.

IV.1 Calcul de l'exposant de Hurst

Divers auteurs se sont penchés sur l'application de l'analyse R/S aux séries économiques. Rappelons, de façon non exhaustive, les principales études menées sur ce sujet. Le premier à avoir considéré la possibilité et les implications de la dépendance statistique dans les rendements d'actions a été MANDELROT en 1971. Depuis, GREENE et FIELITZ (1977) ont trouvé une structure de dépendance de long terme dans les rendements quotidiens de titres cotés au NYSE. Ceux-ci avaient utilisé 200 séries de 1220 rendements quotidiens, de décembre 1963 à novembre 1968, et montré que la plupart des séries comportaient une mémoire longue. On peut également citer BOOTH, KAEN et KOVEOS (1982) qui ont appliqué l'analyse R/S sur les taux de change (\$/£, \$/DM et \$/FF) en régime de changes fixes (1965-1971) et en régime de changes flottants (1973-1979). Pour la première période, ils trouvèrent un coefficient de HURST inférieur à 0,5 traduisant un phénomène d'anti-persistance, alors qu'en régime de changes flottants les séries sont persistantes. On citera pour terminer LO (1991) qui appliqua à la fois la statistique R/S et la statistique R/S modifiée sur les rendements mensuels (744 observations, 30.01.1926-31.12.1987) et quotidiens (6409 observations, 3.07.1962-31.12.1987) du *Center for Research in Security Prices* (CRSP). Aucune des statistiques R/S modifiée n'est significative. Son étude contredit donc la quasi-totalité des études antérieures puisqu'aucun phénomène de mémoire longue n'est trouvé.

Nous calculons ici l'exposant de Hurst sur les variations logarithmiques du taux de change par l'intermédiaire des deux méthodes R/S . La statistique

V , telle que $V = \frac{\tilde{Q}}{\sqrt{T}}$ (T étant le nombre d'observations), donnée pour l'analyse R/S modifiée permet de comparer les valeurs obtenues avec les valeurs critiques données par LO (page 1288 ¹²).

Les résultats auxquels nous aboutissons sont donnés ci-après :

11. La loi normale est caractérisée par sa symétrie par rapport à la moyenne ainsi que par la faible probabilité des points extrêmes. Ainsi, pour une telle loi, le coefficient d'aplatissement vaut 3 et le coefficient de symétrie vaut 0.

12. Les valeurs critiques de V sont 1,747 à 5 % et 1,620 à 10 % dans le cas d'un test unilatéral, l'hypothèse nulle étant la présence de mémoire courte et l'hypothèse alternative, la présence de persistance.

TABLEAU 2. Calcul de l'exposant de HURST

Série	Analyse R/S classique		Analyse R/S modifiée	
	Mensuel	Quotidien	Mensuel	Quotidien
\$ / DM	H = 0,623	H = 0,527	H = 0,582 V = 1,522	H = 0,527 V = 1,235
\$ / Yen	H = 0,572	H = 0,538	H = 0,531 V = 1,177	H = 0,543 V = 1,394
\$ / Franc	H = 0,656	H = 0,508	H = 0,606 V = 1,668	H = 0,508 V = 1,061
\$ / Lire	H = 0,680	H = 0,542	H = 0,617 V = 1,825	H = 0,542 V = 1,387
\$ / Livre	H = 0,632	H = 0,505	H = 0,581 V = 1,516	H = 0,505 V = 1,037

Globalement, on constate que dans la plupart des cas le coefficient de HURST estimé par la méthode classique, est surestimé par rapport à celui trouvé par la méthode modifiée. Ceci peut s'expliquer par le fait que la première méthode est sensible à la dépendance de court terme, alors que la seconde ne l'est pas.

En ce qui concerne les données mensuelles ¹³, les coefficients estimés par l'analyse traditionnelle sont nettement supérieurs à 0,5 ; on pourrait donc conclure à la présence de mémoire longue dans les cinq séries de change. Toutefois, cette méthode ne nous permet pas d'effectuer un test statistique à proprement parler puisqu'il n'existe pas de loi tabulée. Les coefficients de Hurst estimés sont tous minorés par l'analyse R/S modifiée. Si l'on compare la valeur V aux valeurs critiques données par LO (1991), on constate que l'hypothèse nulle de mémoire courte est rejetée au seuil habituel de 5 % uniquement pour le change \$/lire. Il est également possible de rejeter cette hypothèse au seuil de 10 % pour le change \$/franc. Pour les autres séries, le coefficient de HURST n'est pas significativement différent de 0,5. En conclusion, sur données mensuelles, le phénomène de mémoire longue pourrait être présent dans les séries de change \$/lire et \$/franc.

L'estimation sur données quotidiennes donne des résultats différents. La méthode R/S classique nous conduit à conclure en faveur d'une structure de dépendance à long terme pour les séries \$/DM, \$/yen et \$/lire. On constatera que les résultats obtenus avec les deux méthodes sont quasiment identiques, ce qui signifierait que les autocorrélations sont nulles ou très faibles. Ainsi, sur données quotidiennes, aucun coefficient de HURST n'est significatif aux seuils

13. Les statistiques basiques sur données mensuelles figurent en annexe 1.

habituels lorsque la méthode d'estimation utilisée est l'analyse R/S modifiée.

En résumé, nous pouvons dégager trois points principaux :

- d'une manière générale, l'analyse traditionnelle a tendance à surestimer le coefficient de HURST par rapport à l'analyse R/S modifiée ;
- l'analyse sur données mensuelles fait apparaître une structure de dépendance de long terme pour les changes \$/lire et \$/franc ;
- l'application aux données quotidiennes ne permet, en aucun cas, de rejeter l'hypothèse nulle de mémoire courte.

IV.2 Une structure de dépendance non linéaire ?

N'ayant pu obtenir de preuves quant à la présence de mémoire longue dans les variations quotidiennes du change, nous nous sommes intéressés, de manière plus approfondie, à la dépendance non linéaire. Nous avons, pour cela, utilisé le test de BROCK, DECHERT et SCHEINKMAN, appelé test BDS . Rappelons que l'hypothèse nulle testée est celle de série indépendamment, identiquement distribuée (iid). Il n'y a pas d'hypothèse alternative spécifiée. Toutefois, nous avons vu précédemment que sur données quotidiennes, les résultats obtenus par l'analyse R/S et par l'analyse R/S modifiée étaient quasiment identiques, ce qui signifierait que la corrélation sérielle linéaire est faible, voire inexistante. Ceci peut être confirmé par le tableau des autocorrélations donné en annexe 2. De ce fait un rejet, par le test BDS , de l'hypothèse nulle de série iid , nous amènerait à conclure en faveur d'une structure de dépendance non linéaire des variations relatives du change. Nous utiliserons donc ici le test BDS en tant que test de non-linéarité.

Avant de procéder à notre analyse, il convient d'effectuer quelques remarques au niveau pratique. Tout d'abord, notre analyse portera uniquement sur les données quotidiennes puisque la mise en œuvre de ce test nécessite un nombre de données supérieur à 500. D'autre part, nous avons suivi les "règles" suggérées par BROCK *et al.* (1992) en faisant varier la dimension de plongement m de 2 à 10 et en retenant les valeurs 0,5, 1, 1,5 et 2 pour le ratio $\frac{\varepsilon}{\sigma}$. Les résultats obtenus de la statistique BDS figurent dans le tableau ci-après en fonction des valeurs de m et ε ¹⁴ :

14. Nous avons utilisé le logiciel BDS de DECHERT.

LES IMPLICATIONS DE LA MÉMOIRE LONGUE ET DE LA NON-LINÉARITÉ

TABLEAU 3. Test BDS sur les variations relatives des taux de change quotidiens

m	ε/σ	\$ / DM	\$ / yen	\$ / franc	\$ / £	\$ / lire
2	0,5	1,5528	4,0597	3,1909	3,0845	3,8770
3	0,5	1,5828	4,5363	3,817	3,4738	3,5069
4	0,5	1,94	5,3173	4,4184	3,8327	3,6720
5	0,5	2,7103	6,9404	5,3081	5,325	3,9614
6	0,5	3,8742	8,9697	6,384	6,5533	4,7731
7	0,5	4,8139	11,388	8,1282	8,0482	5,0556
8	0,5	6,1467	14,937	10,373	9,9707	6,2043
9	0,5	8,1074	20,467	12,950	12,306	6,4911
10	0,5	8,1584	27,628	13,984	15,333	6,8184
2	1	1,6812	4,20	2,8933	3,1555	4,2014
3	1	1,7509	4,6662	3,3830	4,0854	4,3145
4	1	2,0469	5,6415	4,1238	4,7409	4,6533
5	1	2,8406	6,7997	5,0746	6,0382	5,0119
6	1	3,8334	8,0867	6,1818	7,252	5,7406
7	1	4,6947	9,161	7,1842	8,3299	6,3240
8	1	5,2471	10,263	8,0116	9,2617	6,7282
9	1	5,764	11,614	8,7109	10,104	7,0835
10	1	6,3873	13,206	9,3916	11,246	7,6202
2	1,5	2,8475	4,2984	3,6374	3,3266	5,1125
3	1,5	2,9816	4,8429	4,308	4,4678	5,7295
4	1,5	3,3179	5,8035	5,0676	5,1797	6,2684
5	1,5	4,0886	6,6095	5,9720	6,2376	6,6956
6	1,5	4,9754	7,3952	6,9954	7,1909	7,2687
7	1,5	5,6588	7,9422	7,7391	7,9708	7,7126
8	1,5	6,1390	8,2688	8,3446	8,6235	8,0201
9	1,5	6,559	8,6198	8,8710	9,1643	8,3882
10	1,5	7,0137	9,0773	9,3685	9,8685	8,8620
2	2	3,5759	4,5093	4,1284	3,106	5,7738
3	2	3,8540	4,9073	5,0131	4,5426	6,5132
4	2	4,2407	5,7980	5,8375	5,2473	7,0608
5	2	4,9227	6,3216	6,6484	6,0992	7,4742
6	2	5,7035	6,8736	7,5506	6,8688	8,0351
7	2	6,3396	7,2427	8,2372	7,5320	8,5079
8	2	6,7933	7,3904	8,7559	7,9916	8,7975
9	2	7,2114	7,4878	9,2115	8,3471	9,2278
10	2	7,6313	7,6136	9,6298	8,7892	9,7260

Si l'on compare ces valeurs à celles tabulées de la loi normale centrée réduite, on constate que l'on peut rejeter l'hypothèse nulle de série *iid* au seuil de 1 % pour les cinq séries étudiées. La dépendance sérielle linéaire ne semblant pas être la cause de ce rejet, nous pouvons conclure à la présence de dépendance non linéaire dans les variations logarithmiques du change. Notons cependant que cette conclusion est moins nette dans le cas du change \$/DM. En effet, pour les petites valeurs de ε et de m , le rejet de l'hypothèse nulle ne s'effectue qu'au seuil de 10 %. Le rejet de l'hypothèse nulle de série *iid*, indique donc la présence d'une mémoire dans les séries de change considérées, cette mémoire étant de type non linéaire. De plus, au vu des résultats obtenus par l'analyse *R/S* modifiée, il semblerait que cette mémoire non linéaire soit une mémoire de court terme.

Globalement, toutes les séries qui apparaissent linéairement indépendantes au vu des tests traditionnels d'autocorrélations, présentent une structure de dépendance non linéaire. Les variations des changes sont donc non linéairement dépendantes. De ce fait, la connaissance du passé des séries, et bien évidemment du processus non linéaire sous-jacent aux taux de change, peut fournir une aide considérable quant à la prévision des changes futurs. Une telle conclusion jette donc un doute sur l'hypothèse d'efficience des marchés financiers.

V. Conclusion

L'objet de ce papier était d'analyser le type de la structure de dépendance des taux de change. La première partie, centrée sur le calcul de l'exposant de HURST, a permis de conclure à la présence d'une structure de dépendance de long terme dans les variations logarithmiques mensuelles des taux de change \$/FF et \$/lire. Sur données quotidiennes, les séries ne paraissent pas caractérisées par un tel phénomène. Si la définition adoptée de l'efficience concerne l'indépendance des variations logarithmiques du change, alors l'hypothèse d'efficience est acceptée au regard de l'étude sur données quotidiennes pour les cinq marchés étudiés. Concernant les résultats obtenus sur données mensuelles, il apparaît que l'historique des variations relatives des changes \$/FF et \$/lire peut servir à prévoir les variations futures. Ces variations ne sont donc pas indépendantes au cours du temps, ce qui jette un doute sur l'hypothèse d'efficience. Bien évidemment, une telle conclusion repose sur la définition adoptée de l'efficience. Si l'on considère la définition moins restrictive de JENSEN (1978), nous savons que, puisque le cours est toujours égal à sa valeur fondamentale, on ne peut espérer tirer un profit en spéculant sur un écart entre les deux valeurs. Or, suite à un choc sur la série, la présence de mémoire longue induit précisément l'existence d'un écart durable entre le cours et sa valeur fondamentale. On peut alors penser que plus la durée de cet écart est importante, plus il sera possible d'établir une stratégie rémunératrice sur le marché des changes. Nos résultats sur données mensuelles nous conduisent donc à remettre en cause l'hypothèse d'efficience en ce qui concerne les changes \$/FF et \$/lire. Les conclusions sur données quotidiennes doivent néanmoins être nuancées après les résultats issus de l'application du test *BDS*. En effet, alors que les variations relatives des changes ne présentent pas de corrélation sérielle ordinaire, elles sont en réalité non linéairement dépendante. En liant ce résultat avec les conclusions des tests de mémoire longue, nous pouvons conclure à la présence d'une mémoire courte non linéaire dans les variations relatives de tous les taux de change considérés. Ce résultat remet donc en cause l'indépendance des variations relatives des séries et, par conséquent, l'hypothèse d'efficience telle qu'elle a été définie. Au vu des résultats obtenus, il semble ainsi que le recours aux modèles non linéaires soit nécessaire, que ce soient des modèles stochastiques (tels que les modèles *ARCH* par exemple) ou des modèles déterministes (chaotiques). Il est important de rappeler à nouveau que nos conclusions en termes d'efficience des marchés sont sensibles à la définition considérée de ce concept ; en particulier, nous ne savons pas si la connaissance des phénomènes de non-linéarité peut permettre de réaliser des profits anormaux, surtout s'il s'agit d'une non-linéarité issue d'un processus chaotique...

Annexe 1 : statistiques basiques sur les séries mensuelles

TABLEAU 4. Statistiques descriptives.
Variations logarithmiques des taux de change mensuels.

	\$ / DM	\$ / yen	\$ / franc	\$ / £	\$ / lire
Nb. obs.	176	176	176	176	176
Moyenne	-0,0005764	-0,0049517	0,001614	0,0021968	0,0038636
Ecart type	0,0298603	0,0285469	0,0293528	0,0295966	0,0292432
Kurtosis	2,6676	3,2871	2,86929	3,868432	3,107932
Skewness	-0,0762	-0,499375	0,026167	0,106626	0,152095
ADF en Δ	-3,0139*	-2,8916*	-2,8641*	-3,4534*	-2,8597*

* : série stationnaire au seuil de 1%.

• Les coefficients d'aplatissement (kurtosis), noté K , et de symétrie (skewness), noté S , sont définis respectivement par :

$$K = \frac{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^4}{\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2 \right]^2} \text{ et } S = \frac{\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^3 \right]^2}{\left[\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2 \right]^3}$$

• Le test ADF est le test de stationnarité de DICKEY-FULLER Augmenté. Il consiste à effectuer une régression de la série en différence première sur la série elle-même (en niveau) avec un retard et sur la série en variation (avec p retards). Le test s'effectue sur le coefficient de la variable en niveau retardée :

$$\Delta Y_t = \varphi Y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t. \text{ Il est également possible d'introduire une}$$

constante et/ou une tendance dans la régression.

On teste alors l'hypothèse nulle de racine unitaire (non-stationnarité) $\varphi = 0$ contre l'hypothèse alternative $\varphi < 0$.

LES IMPLICATIONS DE LA MÉMOIRE LONGUE ET DE LA NON-LINÉARITÉ

Annexe 2 : Coefficients d'autocorrélation des variations logarithmiques des taux de change (séries quotidiennes).

TABLEAU 5. Tests de BOX & PIERCE et LJUNG & BOX sur les séries quotidiennes.

	Coefficients d'autocorrélations Séries quotidiennes log-différenciées.				
	\$ / DM	\$ / yen	\$ / franc	\$ / £	\$ / lire
ρ_1	-0,004	-0,046*	-0,004	0,008	-0,012
ρ_2	-0,012	-0,009	0,004	-0,014	0,009
ρ_3	-0,001	-0,021	-0,003	0	0,008
ρ_4	0,010	0	-0,003	0,023	-0,014
ρ_5	-0,004	0,002	-0,005	0,015	-0,006
ρ_6	-0,017	-0,044*	-0,012	-0,020	-0,023
ρ_7	-0,004	0,019	-0,007	-0,038*	-0,001
ρ_8	0,001	0,039	-0,008	0,015	0
ρ_9	0,034	0,004	0,019	0,029	0,016
ρ_{10}	0,018	0,065*	0,017	0,034	0,018
ρ_{20}	0,016	-0,029	0,018	-0,035	-0,017
ρ_{30}	-0,034	-0,019	-0,031	-0,030	-0,034
ρ_{40}	0,015	0,021	-0,006	0,003	-0,015
ρ_{50}	-0,027	-0,018	-0,007	-0,010	0,005
B&P	47,32 (0,5815)	60,15 (0,1541)	53,71 (0,3340)	65,27 (0,0721)	56,60 (0,2424)
L&B	47,98 (0,5549)	60,74 (0,1420)	54,46 (0,3086)	66,09 (0,0633)	57,32 (0,2221)

B&P est la statistique de BOX & PIERCE, et *L&B* est la statistique de LJUNG & BOX. Dans les deux cas, les valeurs données entre parenthèses correspondent à la probabilité d'accepter l'hypothèse nulle de nullité de toutes les autocorrélations (50 retards). Au seuil statistique traditionnel de 5 %, aucune série ne présente de corrélation sérielle.

BIBLIOGRAPHIE

- ABRAHAM-FROIS G. ET BERREBI E. (1995) *Instabilité, cycles, chaos*, *Economica*.
- ANDREWS D. (1991) "Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix Estimation", *Econometrica*, Vol. 59.
- BOOTH G.G., KAEN F.R. & KOVEOS P.E. (1982) "R/S Analysis of Foreign Exchange Rates under Two International Monetary Regimes", *Journal of Monetary Economics*.
- BROCK W.A., DECHERT W. & SCHEINKMAN J.A. (1987) *A Test for Independence Based on the Correlation Dimension*, Document non publié, University of Wisconsin at Madison, University of Houston and University of Chicago.
- BROCK W.A., HSIEH D.A. ET LEBARON B. (1992) *Nonlinear Dynamics, Chaos and Instability : Statistical Theory and Economic Evidence*, Cambridge, MIT Press.
- FAMA E.F. (1991) "Efficient Capital Markets : II", *Journal of Finance*, n° 5.
- FRANK M.Z. & STENGOS T. (1988) "Some Evidence Concerning Macroeconomic Chaos", *Journal of Monetary Economics*, Vol. 22.
- GEWEKE J. & PORTER-HUDAK S. (1983) "The Estimation of Long Memory Time Series Models", *Journal of Time Series Analysis*, n° 4.
- GRANGER C.W.J. & JOYEUX R. (1980) "An Introduction to Long Memory Time Series Models and Fractional Differencing", *Journal of Time Series Analysis*, n° 1.
- GREENE M.T. & FIELITZ B.D. (1977) "Long-term Dependence in Common Stock Returns", *Journal of Financial Economics*, Vol. 4.
- HOSKING J.R.M. (1981) "Fractional Differencing", *Biometrika*, n° 1.
- HSIEH D.A. (1989) "Testing for Nonlinear Dependence in Daily Foreign Exchange Rates", *Journal of Business*, n° 3.
- HSIEH D.A. (1991) "Chaos and Nonlinear Dynamics : Application to Financial Markets", *The Journal of Finance*, n° 5.
- HURST H. (1951) "Long-term Storage Capacity of Reservoirs", *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, Vol. 116.
- JENSEN M.C. (1978) "Some Anomalous Evidence Regarding Market Efficiency", *Journal of Financial Economics*, Vol. 6.
- LARDIC S. & MIGNON V. (1995) *Les tests de mémoire longue appartiennent-ils au "camp du démon" ? (Fama, 1991, p. 1062)*, Paris, Actes du Colloque de l'AFSE, Septembre.
- LO A.W. (1991) "Long-term Memory in Stock Market Prices", *Econometrica*, n° 5.

LES IMPLICATIONS DE LA MÉMOIRE LONGUE ET DE LA NON-LINÉARITÉ

- MANDELBROT B.B. (1970) *Statistical Dependence in Prices and Interest Rates*, Congress of the Econometric Society, Cambridge, 8-14 September 1970.
- MANDELBROT B.B. (1971) "When Can Prices Be Arbitraged Efficiently? A Limit to the Validity of the Random Walk and Martingale Models", *The Review of Economics and Statistics*, 53.
- MANDELBROT B.B. & TAQQU M.S. (1979) "Robust R/S Analysis of Long Run Serial Correlation", *Bulletin of the international Statistical Institute*, 48.
- MANDELBROT B.B. & VAN NESS J. (1968) "Fractional Brownian Motions, Fractional Noises and Applications", *SIAM Review*, n° 4.
- MANDELBROT B.B. & WALLIS J. (1968) "Noah, Joseph and Operational Hydrology", *Water Resources Research*, Vol 5
- NEWBY W. & WEST K. (1987) "A Simple Positive-definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica*, n° 3.
- SCHEINKMAN J.A. & LEBARON B (1989) "Nonlinear Dynamics and Stock Returns", *Journal of Business*, n° 3