

JSFS

Jeux

Journal de la société statistique de Paris, tome 135, n° 3 (1994),
p. 104-106

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1994__135_3_104_0

© Société de statistique de Paris, 1994, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

V

SSF JEUX

Le JOURNAL est heureux de proposer à ses lecteurs de tester leur sagacité en trouvant la solution de petits problèmes mathématiques de logico-probabilités. Cette chronique est proposée et réalisée par un de nos membres qui souhaite garder l'anonymat.

Le JOURNAL étant trimestriel, nous proposons trois problèmes.

On dîne tous à la maison

Tous les soirs, on dîne tous à la maison, Papa, Maman, mes frères et sœurs et moi, supposés en nombre invariable. La table de la salle à manger compte juste assez de chaises pour nous tous. Mais nous aimons le changement et nous tenons à ce que l'un au moins d'entre nous change de chaise d'un jour à l'autre. Nous suivons ainsi une périodicité très subtile, mise au point par Papa, qu'il nous faudra hélas recommencer au bout de quatorze ans environ ! Vous en aurez déduit, n'est-ce pas, le nombre d'enfants que compte notre famille...

Le paquebot

Au cours d'un long périple, on constate qu'à chaque escale le quart des passagers est renouvelé, que parmi les passagers qui descendent un sur dix seulement était monté à l'escale précédente et que le paquebot reste toujours plein. Quelle est alors à chaque instant, pendant que le paquebot navigue, la proportion de voyageurs n'étant montés à bord à aucune des deux escales précédentes ?

Le village du club

Je suis « gentil organisateur » au village X, pour le club de vacances Y. Quand il fait beau temps, il y a 225 demandes pour une demi-heure de cours de natation et 9 demandes pour une heure de leçon de bridge. Quand il pleut, il y a 12 demandes pour une demi-heure de cours de natation et 134 demandes pour une heure de leçon de bridge. Or je paie respectivement 300 F l'heure d'un moniteur de natation et 240 F celle d'un professeur de bridge. Le premier donne des cours par groupe de 5, le second par groupe de 3. Et j'ai 3 270 F de budget quotidien pour les payer. Combien d'heures dois-je retenir à l'avance pour chacun de mes 2 moniteurs afin que le nombre de mécontents n'ayant pas eu le cours qu'ils souhaitaient soit le même par beau temps et par temps de pluie ?

SOLUTIONS DES PROBLÈMES PRÉSENTÉS DANS LE N° 1 DE 1994

Il est 8 heures, Esméralda

Esméralda doit venir tous les jours à 8 heures pour faire le ménage chez moi. Mais il lui arrive d'être en retard. Je le lui fais alors poliment remarquer et, dès le lendemain, elle n'est en retard qu'une fois sur dix. Si au contraire elle est à l'heure un jour donné, elle est en retard trois fois sur dix dès le lendemain. Quel est en fin de compte le pourcentage de jours où Esméralda arrive en retard pour faire le ménage chez moi ?

Réponse :

Soit p_n la probabilité pour qu'Esméralda arrive en retard le n^{e} jour où elle travaille chez moi.

Nous avons pour le lendemain :

$$p_{n+1} = p_n \left(\frac{1}{10} \right) + (1 - p_n) \left(\frac{3}{10} \right) = \frac{3}{10} - \frac{p_n}{5}$$

La probabilité limite p est telle que : $p = p_n = p_{n+1}$

$$\text{soit } p = \frac{3}{10} - \frac{p}{5} \quad \text{et} \quad p = 1/4.$$

Esméralda arrive ainsi en retard une fois sur quatre.

Réunion de parents d'élèves

En fin d'année scolaire, les professeurs de la classe de troisième rencontrent un certain nombre de parents d'élèves, lors d'une réunion où l'on a pu constater que 31 personnes exactement étaient présentes en tout. Le professeur de latin a ainsi été questionné par 16 parents d'élèves, le professeur de français par 17, celui d'anglais par 18... et ainsi de suite jusqu'au professeur de mathématiques, à qui tous les parents présents se sont adressés. Combien y avait-il de parents d'élèves ?

Réponse :

Soit n le nombre de parents d'élèves présents à cette réunion. Soit m le nombre de professeurs. Le premier d'entre eux a parlé avec $15 + 1$ parents, le deuxième avec $15 + 2$, etc., le $m^{\text{ième}}$ a parlé avec $15 + m$. Or il s'agissait là du professeur de mathématiques, à qui tous les parents d'élèves se sont adressés. D'où l'équation :

$$15 + m = n$$

Mais 31 personnes en tout étaient présentes :

$$n + m = 31$$

Enlevons alors membre à membre la première équation de la seconde :

$$n - 15 = 31 - n$$

C'est-à-dire : $n = 23$.

23 parents d'élèves étaient présents à cette réunion.

De délicates extractions de racines

On demande ici de résoudre l'équation suivante :

$$\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 8 - \sqrt{x-1}} = 3$$

et de calculer la somme de ses deux solutions. Comment faire ?

NDLR : Comme nous l'a écrit un membre, la formule ci-dessus n'a pas de solution, à cause vraisemblablement d'une erreur typographique. Il faut lire :

$$\sqrt{x + 3 - 4\sqrt{x-1}} + \sqrt{x + 8 - 6\sqrt{x-1}} = 3$$

Réponse :

$$\begin{aligned} (\sqrt{x-1} - 2)^2 &= x - 1 - 4\sqrt{x-1} + 4 \\ &= x + 3 - 4\sqrt{x-1} \end{aligned}$$

$$(\sqrt{x-1} - 3)^2 = x + 8 - 6\sqrt{x-1}$$

D'où l'équation :

$$\pm [\sqrt{x-1} - 2] \pm [\sqrt{x-1} - 3] = 3$$

C'est-à-dire :

$$2\sqrt{x-1} - 5 = 3$$

ou

$$-2\sqrt{x-1} + 5 = 3$$

Ce qui donne :

$$\sqrt{x-1} = 4 \quad \text{ou} \quad \sqrt{x-1} = 1$$

Donc $x = 17$ ou $x = 2$

Somme de ces deux solutions : $17 + 2 = 19$.