JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

PAUL DAMIANI

Loi de mortalité par cause

Journal de la société statistique de Paris, tome 128 (1987), p. 163-170
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1987__128__163_0>

II

ARTICLES

LOI DE MORTALITÉ PAR CAUSE

Paul DAMIANI
INSEE, secrétaire général des Sociétés de statistique (1),
et Hélène MASSÉ
INSERM (2)

On a essayé de déterminer une loi de mortalité donnant par âge, suivant le sexe, la probabilité de décès pour une cause donnée. Pour cela on a utilisé la méthode employée pour établir une loi générale de mortalité, dans laquelle on avait défini un temps propre différent du temps observé. La loi de mortalité par cause trouvée généralise cette loi générale de mortalité.

We tried to find a law of mortality by cause giving probability of death, according sex and age, for a given cause of death. For this purpose, we used the same method as for searching a general law of mortality, where we defined a proper time different of the observed time. We proposed a law of mortality by cause generalizing that general law of mortality.

INTRODUCTION

Dans une étude précédente, on avait établi une loi générale de mortalité donnant la probabilité de décès suivant le sexe et l'âge. Cette loi s'appliquait à la mortalité générale, accidents exclus. On a essayé, dans la présente étude, d'ajuster une loi de même forme sur la mortalité pour les principales causes de décès. On a montré que cette application était possible. On en a déduit des indications sur la signification des paramètres de la loi.

LOI GÉNÉRALE DE MORTALITÉ

On rappelle, tout d'abord, la méthode employée et les principaux résultats obtenus pour déterminer une loi générale de mortalité [1]. Pour établir cette loi, on avait été amené à définir une nouvelle échelle des temps.

1. Institut national de la statistique et des études économiques, 18, boulevard A. Pinard, 75675 Paris Cedex 14.
2. Institut national de la santé et de la recherche médicale, 101, rue de Tolbiac, 75654 Paris Cedex 13.

Journal de la Société de statistique de Paris, tome 128, n° 3, 1987.

Définition du temps propre

On propose un changement d'échelle des temps, basé sur la théorie de la relativité restreinte. On remplace le temps t observé par un *temps propre* t_o défini par :

$$\frac{dt}{dt_o} = \frac{P}{P_o} \tag{1}$$

où P, P_o sont les poids d'un individu respectivement à l'âge t et à la naissance.

Cette formule s'applique également à la période comprise entre la conception et la naissance, en remplaçant le poids de l'individu par celui de l'ensemble : mère et fœtus.

Si on appelle t_i et t_{i+1}, P_i et P_{i+1} les temps et les poids observés correspondant aux temps propres t_{oi} et $t_{o,i+1}$, on a en première approximation :

$$\Delta t_{oi} = \frac{2\,P_o}{P_i + P_{i+1}}\,\Delta t_i \tag{2}$$

Cette formule permet de calculer Δt_{oi} à partir de Δt_i, connaissant les variations de poids suivant le sexe et l'âge, tirées d'une étude précédente de P. Damiani [2]. On détermine t_{oi} en supposant que l'origine du temps propre correspond à l'origine du temps observé, c'est-à-dire au moment de la conception.

Quotient propre de mortalité

On considère une population fermée que l'on suit de la conception à la mort et soumise à une mortalité donnée. On établit une table de mortalité comprenant les éléments suivants :

l_i, nombre de survivants à l'âge i,

d_i, nombre de décès entre i et $i+1$.

Le quotient annuel de mortalité à l'âge i est la probabilité pour un individu d'âge i de mourir avant l'âge $i+1$; il a pour expression : $q_i = d_i/l_i$.

Au quotient annuel de mortalité q_i, correspond le *quotient propre de mortalité* q_{oi} défini par la relation :

$$q_{oi} = q_i\,\frac{\Delta t_i}{\Delta t_{oi}} \tag{3}$$

D'après (2), on a :

$$q_{oi} = q_i\,\frac{P_i + P_{i+1}}{2\,P_o} \tag{4}$$

A l'aide de la formule (4), on calcule, pour chaque sexe, les quotients propres de mortalité q_{oi} correspondant aux quotients annuels de mortalité tirés d'une table de mortalité par maladie établie par l'INSEE, pour la population de la France, pour la période 1966-1970 [3].

Loi générale de mortalité

On trouve la loi générale de mortalité suivante, quel que soit le sexe :

$$Log\ q_{oi} = -\,c t_i \exp\{-\lambda t_{oi}\} \tag{5}$$

avec : $c = 12{,}8942$

$\lambda = 1{,}130$

Interprétation de la loi

On démontre que le logarithme du quotient propre de mortalité doit être de la forme :

$$Log\ q_{oi} = K + \beta E_i \tag{6}$$

où E_i est le niveau d'énergie atteint à l'âge t_{oi}.

Or, d'après la définition adoptée pour le temps propre, l'énergie E_i est égal à t_i. Il s'ensuit, en comparant avec la formule (5), que le coefficient β a pour expression :

$$\beta = A\ exp\ \{-\lambda t_{oi}\} \tag{7}$$

où A est une constante.

On admet que le coefficient λ est un facteur correctif tenant compte de l'amoindrissement de l'énergie avec l'âge.

Résultats

Les principaux résultats figurent dans le tableau 1. On y trouve, suivant le sexe, les valeurs de t_i, q_{oi} et q_i, en fonction de t_{oi}. On a indiqué également les valeurs du coefficient pondéral : $w_i = (P_i + P_{i+1})/2P_o$. Les valeurs de t_i et de q_i sont calculées d'après les formules proposées par ailleurs dans l'étude considérée.

Loi de mortalité par cause

Données de base

Les données de base sont tirées d'une étude de M. Aubenque, P. Damiani et L. Deruffe [4] qui donne l'évolution des taux annuels de mortalité des principales causes de décès, par sexe et par groupe d'âge, de 1925 à 1974. Les taux observés ont été rectifiés pour tenir compte des décès de cause non spécifiée. Les groupes d'âge retenus sont les suivantes : moins d'un an, 1-14, 15-44, 45-64, 65-74, 75 et plus.

Calcul des quotients propres de mortalité

On a retenu, pour la présente étude, les taux annuels de mortalité de la période 1966-1970. Les causes de décès étudiées figurent dans le tableau 2, avec les numéros correspondants de la Classification internationale, 8e révision, 1965.

On a admis que, pour une cause k et un sexe donné, le taux annuel moyen d'un groupe d'âge était égal au quotient annuel de mortalité $q_i^{(k)}$ de l'âge central i de ce groupe d'âge.

Connaissant la relation entre t et t_o, on en déduit graphiquement les valeurs de ce quotient pour différentes valeurs de t_o. On calcule ensuite les valeurs du quotient propre de mortalité $q_{oi}^{(k)}$ en fonction de t_o, par la relation :

$$q_{oi}^{(k)} = q_i^{(k)} w_i$$

TABLEAU 1

Temps et quotient de mortalité par maladie, suivant le sexe, en fonction du temps propre (1)

Période 1966-1970

Temps propre t_{0i}	Temps observé calculé (2) t_i	Quotient propre de mortalité q_{0i}	Coefficient pondéral (3) w_i	Quotient annuel de mortalité calculé q_i
		Sexe masculin		
0	0	1	1,2027	0,8315
0,5	0,366	0,0682	1,6839	0,0405
1	1,121	0,0094	2,6025	0,0036
1,5	2,512	0,0026	3,9430	0,0007
2	4,711	0,0018	5,5924	0,0003
2,5	7,827	0,0025	7,6268	0,0003
3	12,152	0,0051	10,6020	0,0005
3,5	18,326	0,0108	14,9769	0,0007
4	26,943	0,0228	19,8061	0,0012
4,5	37,640	0,0496	22,3671	0,0022
5	48,700	0,1098	20,7875	0,0053
5,5	58,166	0,2232	16,4744	0,0135
6	65,570	0,3826	12,7569	0,0300
		Sexe féminin		
0	0	1	1,2389	0,8071
0,5	0,392	0,0565	1,7937	0,0315
1	1,199	0,0068	2,7474	0,0025
1,5	2,688	0,0017	4,1916	0,0004
2	5,041	0,0011	5,9612	0,0002
2,5	8,375	0,0017	8,1367	0,0002
3	13,003	0,0035	11,3190	0,0003
3,5	19,609	0,0079	16,0051	0,0005
4	28,829	0,0175	21,1834	0,0008
4,5	40,275	0,0402	23,9373	0,0017
5	52,109	0,0941	22,2586	0,0042
5,5	62,238	0,2010	17,6443	0,0114
6	70,160	0,3577	13,6799	0,0262

(1) Valeurs calculées à partir des formules proposées dans l'étude sur la mortalité
(2) En années à partir de la conception
(3) On a : $q_{0i} = q_i w_i$, avec : $w_i = (P_i + P_{i+1}) / 2P_0$

Proposition de loi dè mortalité par cause

Pour représenter la mortalité par cause, on cherche une loi de même forme que celle de la mortalité générale. On constate que pour une cause k et un sexe donné, on peut ajuster sur les données une loi de la forme :

$$Log\ q_{oi}^{(k)} = -\ a_k - c_k\, t_i\, exp\ \{-\lambda_k\, t_{oi}\} \tag{7}$$

où a_k, c_k, λ_k sont des paramètres positifs dépendant de la cause k et du sexe.

Calcul pratique

On applique la méthode suivante.

Pour différentes valeurs de a_k, on calcule :

$$u_i = -\frac{1}{t_i}[Log\, q_{oi}^{(k)} + a_k]$$

Sur les données correspondant à des valeurs de t_o comprises entre 1 et 6, on ajuste ensuite le modèle de régression linéaire :

$$Log\, u_i = Log\, c_k - \lambda_k t_{oi}$$

On conserve la valeur de a_k pour laquelle l'ajustement est le meilleur. On en déduit les valeurs de c_k et λ_k correspondantes.

Pour l'alcoolisme et le suicide, on ne dispose de données qu'à partir de $t_o = 4{,}5$ pour l'alcoolisme et $t_o = 3$ pour le suicide. On évalue les données manquantes à partir de la mortalité des causes de décès dont l'évolution ultérieure se rapproche le plus de celles observées pour l'alcoolisme et le suicide.

Résultats

Le tableau 2 donne par sexe, suivant la cause de décès, les valeurs des coefficients suivants : a_k, $q_{oo}^{(k)} = \exp\{-a_k\}$, c_k et λ_k.

TABLEAU 2

Valeurs des paramètres de la loi de mortalité par cause, suivant le sexe et la cause

$$Log\, q_{oi}^{(k)} = -a_k - c_k\, t_i \exp\{-\lambda_k t_{oi}\}$$

Cause de décès	Numéro (1)	Sexe	a_k	$q_{oo}^{(k)}$ (2)	c_k	λ_k
Tuberculose de l'appareil respiratoire	5	M	4,8162	0,0081	21,1280	1,259
		F	6,1250	0,0022	16,3708	1,267
Autres tuberculoses	6	M	6,7657	0,0012	10,8710	1,165
		F	7,4250	0,0006	9,6273	1,191
Cancers	19	M	1,3347	0,2632	19,8043	1,227
		F	1,8250	0,1612	19,0069	1,258
Cancer broncho-pulmonaire	162,163 (det.)	M	2,6944	0,0676	27,6327	1,251
		F	4,8816	0,0076	21,4709	1,252
Maladies cérébro vasculaires	30	M	2,1136	0,1208	19,0411	1,180
		F	1,7700	0,1703	17,1226	1,127
Maladies du cœur	25 29	M	1,3611	0,2564	16,1966	1,131
		F	1,3125	0,2691	14,6846	1,091
Bronchite	33	M	3,8611	0,0210	11,1351	0,993
		F	4,4375	0,0118	9,4726	0,962
Pneumonie	32	M	3,3864	0,0338	6,5267	0,905
		F	3,7500	0,0235	5,5422	0,876
Diabète	21	M	4,2045	0,0149	21,7780	1,214
		F	3,3333	0,0357	18,9594	1,150
Alcoolisme	291,303 (det.)	M	3,7036	0,0246	25,8084	1,282
		F	4,7489	0,0087	23,2197	1,309
Cirrhose du foie	37	M	2,8000	0,0608	26,8429	1,300
		F	3,2500	0,0388	17,1964	1,179
Néphrite et néphrose	38	M	5,8088	0,0030	12,9151	1,170
		F	5,6111	0,0037	14,0104	1,184
Suicide	49	M	3,1557	0,0426	10,8114	0,991
		F	3,6738	0,0254	12,4797	1,084

(1) Classification internationale, 8e révision, 1965, liste abrégée et certains numéros de la liste détaillée (det.).
(2) $q_{oo}^{(k)} = \exp\{-a_k.\}$

Paramètre λ_k

D'après l'hypothèse faite, l'amoindrissement de l'énergie avec l'âge est d'autant plus grand que la valeur de λ_k est plus élevée.

Si on classe les causes de décès suivant les valeurs décroissantes de λ_k, on obtient, pour le sexe masculin, les résultats suivants :

— valeurs de λ_k comprises entre 1,21 et 1,30 : cirrhose du foie (1,30), alcoolisme (1,28), tuberculose de l'appareil respiratoire (1,26), cancer broncho-pulmonaire (1,25), cancers (1,23), diabète (1,21);

— valeurs de λ_k comprises entre 1,11 et 1,20 : maladies cérébrovasculaires (1,18), néphrite et autres tuberculoses (1,17), maladies du cœur (1,13);

— valeurs de λ_k inférieures à 1,1 : bronchite et suicide (0,99), pneumonie (0,91).

On constate que les valeurs de λ_k pour le sexe féminin ne sont pas significativement différentes de celles du sexe masculin pour les causes suivantes :

— au niveau de confiance de 95 % : tuberculose de l'appareil respiratoire, autres tuberculoses, cancers, cancer broncho-pulmonaire, bronchite, pneumonie, alcoolisme, néphrite;

— au niveau de confiance de 99 % : maladies cérébro-vasculaires, maladies du cœur, diabète.

Les valeurs de λ_k du sexe féminin sont significativement différentes de celles du sexe masculin pour la cirrhose du foie et le suicide.

Enfin les valeurs du sexe féminin sont inférieures à celles du sexe masculin pour les maladies cérébro-vasculaires, les maladies du cœur, la bronchite, la pneumonie, le diabète, la cirrhose du foie.

Paramètre c_k

On constate qu'on peut ajuster un modèle de régression linéaire entre Log c_k et λ_k :

$$Log\, c_k = g + h\, \lambda_k \tag{8}$$

On trouve, quel que soit le sexe, les valeurs suivantes pour les coefficients : $g = -0{,}7145$; $h = 2{,}9856$.

Le coefficient de corrélation est égal à : 0,8710.

Il s'ensuit que le classement des causes de décès suivant les valeurs de c_k, pour le sexe masculin, est approximativement le même que celui des valeurs de λ_k.

Paramètre a_k

Pour $t = t_o = o$, la formule (7) donne :

$$Log\, q_{oo}^{(k)} = -\, a_k$$

Le quotient $q_{oo}^{(k)}$ représenterait la valeur du quotient propre de mortalité à l'origine des temps, dans le cas où l'expression de la loi de mortalité a un sens à cette date.

Si on classe les causes de décès suivant les valeurs décroissantes de $q_{oo}^{(k)}$, on obtient, pour le sexe masculin, les résultats suivants :

— valeurs supérieures à 0,10 : cancers (0,263), maladies du cœur (0,256), maladies cérébro-vasculaires (0,121);

— valeurs comprises entre 0,06 et 0,10 : cancer broncho-pulmonaire (0,068), cirrhose du foie (0,061);

— valeurs comprises entre 0,01 et 0,05 : suicide (0,043), pneumonie (0,034), alcoolisme (0,025), bronchite (0,021), diabète (0,015);

— valeurs inférieures à 0,01 : tuberculose de l'appareil respiratoire (0,008), néphrite (0,003), autres tuberculoses (0,001).

Pour le sexe féminin, on obtient approximativement le même classement sauf pour le cancer broncho-pulmonaire qui arrive en 10e position, tandis qu'il est en 4e position pour le sexe masculin.

Validité des résultats

Compte tenu des erreurs d'observation sur les données qui peuvent être non négligeables, les valeurs trouvées pour les paramètres de la loi doivent être considérées comme des approximations des valeurs réelles. Elles mériteraient d'être vérifiées sur des données portant sur d'autres périodes d'observation.

Application

1. Forme générale de loi de mortalité

La loi de mortalité par cause trouvée représente aussi bien la mortalité générale que la mortalité par cause. Si dans la formule (7), on fait $a_k = o$, on obtient en effet la formule (5).

On adoptera donc la formule (7) pour représenter l'ensemble de la mortalité : mortalité par cause et mortalité générale.

2. Autre forme de la loi de mortalité

Compte tenu de la relation (8), la loi de mortalité par cause, définie par la relation (7), peut s'écrire :

$$Log\ q_{oi}^{(k)} = -a_k - c^* t_i \exp\{-\lambda_k (t_{oi} - h)\} \tag{9}$$

avec : $c^* = \exp\{g\} = 0{,}4894$

On vérifie que la relation (9) s'applique également à la loi générale de la formule (5) avec $a_k = o$.

Au temps propre $t_{oh} = h = 2{,}9856$ correspond le temps observé $t_h = 12{,}03$ pour le sexe masculin et $t_h = 12{,}87$ pour le sexe féminin (âge compté à partir de la conception).

Le facteur d'amoindrissement de l'énergie est représenté par : $\exp\{-\lambda_k(t_{oi}-h)\}$.

Le facteur c^* serait lié aux conditions extérieures.

Conclusion

Cette étude a permis de généraliser la loi de mortalité générale trouvée précédemment. On a ainsi obtenu une loi s'appliquant aussi bien à la mortalité par cause qu'à la mortalité générale.

Ces résultats confirment l'intérêt de la méthode de changement de l'échelle des temps préconisée et soulignent la valeur de la définition du temps propre adoptée.

Références

[1] Damiani P. — Recherche d'une loi générale de mortalité. Journal de la Société de statistique de Paris, tome 126, n° 2, 1985, 63-76.

[2] Damiani P. — Évolution du poids du corps humain avec l'âge. Journal de la Société de statistique de Paris, tome 118, n° 2, 1977, 154-164.

[3] Dinh Q.C. — Table de mortalité de la population de la France pour la période 1966-1970. Collection de l'INSEE, D49, novembre 1976, 3-96.

[4] Aubenque M., Damiani P., Deruffe L. — La mortalité par cause en France de 1925 à 1974. Journal de la Société de statistique de Paris, tome 119, n° 3, 1978, 276-295.