

GEORGES PRAT

**Simulations de la tendance du cours moyen des actions dans le cadre d'une formulation, États-Unis, 1981-1984**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 127, n° 2 (1986), p. 86-110

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1986\\_\\_127\\_2\\_86\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1986__127_2_86_0)

© Société de statistique de Paris, 1986, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## II

### ARTICLES

#### **SIMULATIONS DE LA TENDANCE DU COURS MOYEN DES ACTIONS DANS LE CADRE D'UNE FORMULATION, États-Unis, 1981-1984**

Georges PRAT  
chargé de recherche au CNRS, Université de Paris X  
C.E.M.A. (\*)

*Après avoir justifié sur la période 1953-80 l'hypothèse d'une stabilité de la tendance des paramètres de la formulation proposée, l'article montre qu'en conservant les valeurs (supposées constantes) des paramètres déduits des observations portant sur la seule période 1953-80, le modèle persiste à fournir de bons résultats sur la période 1981-84. Ces résultats montrent donc la stabilité à moyen terme de la formulation du cours des actions qui est proposée.*

*Having firstly justified the hypothesis of a trend stability of the proposed formulation's parameters over the 1953-80 years, the paper shows that, with constant values of parameters estimated over the only 1953-80 data, the model persists to give good results over the 1981-84 years. As a result, the proposed stock prices' formulation appears to be a stable one in the middle term.*

#### INTRODUCTION

Dans mon ouvrage « Essai pour une Formulation Générale du Cours des Actions » (1), j'ai proposé un modèle d'évaluation déterministe de la *tendance* (« Trend » et fluctuations conjoncturelles) du cours et du rendement *moyens* des actions. Ce modèle repose sur deux hypothèses générales :

- la valeur psychologique des actions est déduite de la somme actualisée des revenus anticipés;
- le cours du marché fournit une *approximation* (2) de la valeur psychologique des actions (hypothèse d'une certaine « efficience » des marchés à moyen terme).

---

(\*) Le Centre d'Économie Monétaire Appliquée (C.E.M.A.), est une équipe de l'Institut d'Économie Appliquée et d'Économétrie (I.E.A.E.) UA 1239 du CNRS.

(1) *Economica*, 1984, 286 p. Cet ouvrage constitue une continuation à mon précédent ouvrage analytique sur « La Bourse et la Conjoncture économique », *Economica* 1982, 315 p.

(2) L'approche ne repose donc pas sur le principe d'*égalité* entre le cours du marché et la valeur des actions. Dans la terminologie actuelle, on peut dire que la formulation admet la possibilité de « bulles rationnelles » sur le marché des actions (i.e. d'écart entre les cours et la valeur « fondamentale » psychologique) liées à des phénomènes spéculatifs qui restent difficiles à isoler en l'état actuel de nos connaissances. Ce que l'on confronte aux données de l'observation, c'est donc l'*hypothèse jointe* de rationalité, d'équilibre du marché et d'absence de bulle. Il en résulte que tout écart entre le cours et la valeur peut être attribué soit à un comportement irrationnel, soit à un déséquilibre du marché, soit à la présence de « bulles » (bien que le modèle tienne compte partiellement de ce phénomène par le biais de la variable S; sur le sujet, voir O. Blanchard et M. Watson, « Bulles, Anticipations Rationnelles et Marchés Financiers », *Annales de l'I.N.S.E.E.*, N° 54, 1984, pp. 79-99).

L'apport relativement aux travaux antérieurs sur le sujet (3) n'est certes pas le principe d'actualisation (4). A mon avis, l'apport du modèle est de montrer qu'en spécifiant d'une manière *très particulière* les processus de formation des revenus futurs anticipés et du taux d'actualisation psychologique des actionnaires, le modèle actuariel peut être valablement appliqué dans le but d'expliquer les principaux mouvements boursiers, à la fois à New-York et à Paris (1953-80), que l'on considère les *niveaux* du cours et du rendement des actions ou les *variations* de ces grandeurs. Aux États-Unis et en France sur la période 1953-80 (données trimestrielles), le modèle montre que « tout se passe comme si » les individus se comportaient selon une certaine « *rationalité en tendance* », puisque :

— ils *tendraient* effectivement à égaliser les valeurs psychologiques afférentes aux actions qu'ils détiennent aux valeurs actualisées des revenus futurs;

— ils *tendraient* à annuler l'écart entre les valeurs psychologiques et les cours du marché, tout écart représentant un surplus pouvant être réalisé.

Compte-tenu de ces résultats, l'objet principal de cet article est de montrer que, en extrapolant sur la période 1981-1984 les valeurs des paramètres déduites des observations portant sur la seule période 1953-80, le modèle « persiste » à fournir une explication satisfaisante du mouvement boursier sur la période 1981-84. Dans cette analyse, on suppose donc connues les valeurs des quatre variables explicatives qui interviennent dans la formulation, sur la période de « simulation » :

— le dividende moyen par action (D) associé à l'indice A du cours des actions (Standard and Poor's 500 Index);

— le rendement des obligations de premier rang (obligations fédérales) (j);

— un indice « d'optimisme économique » (I) (variable synthétique d'opinion issue d'enquêtes auprès des ménages);

— le taux de plus-value moyenne des actions observé sur le marché au cours de la dernière année (S);

Une telle simulation statique « ex-post », qui repose sur la connaissance des valeurs des variables exogènes, a pour objectif d'analyser le degré de stabilité du modèle à moyen terme, car les paramètres sont déterminés non pas par un ajustement sur la période 1981-84, mais par une extrapolation des paramètres estimés sur les données antérieures à la période de simulation, ici sur la période 1953-80. Pour des raisons tenant à la nature des statistiques disponibles concernant les enquêtes auprès des ménages (lesquelles permettent l'estimation d'un indicateur « d'optimisme économique »), cette simulation se limitera aux États-Unis. La période 1981-84 est particulièrement significative pour une simulation, car l'évolution du cours des actions est caractérisée par trois phases très distinctes : un déclin de la mi-81 à la mi-82, une hausse très forte de la mi-82 à la mi-83, puis une relative stabilisation de la mi-83 à la mi-84 (données trimestrielles).

La *Partie I* donne un très bref rappel du modèle et des résultats obtenus aux États-Unis sur la période 1953-1980 (en profitant de l'occasion pour ajouter quelques compléments nouveaux). La *Partie II* expose la méthode suivie pour « extrapoler » les *tendances* des paramètres du modèle sur la période 1981-1984. La *Partie III* donne les résultats des simulations ex-post sur la période 1981-84.

(3) Voir le chapitre I de mon ouvrage qui résume les contributions scientifiques sur les modèles macrodynamiques et déterministes du cours moyen des actions. Notons bien que ces modèles, comme la formulation proposée, n'ont pas pour objet les variations à court terme des cours; ils ne contredisent donc pas la théorie du « random walk », car ils ne portent pas sur le même objet (voir mon ouvrage, pp. 9-12).

(4) J'ai cependant montré que l'on peut définir un processus explicite d'agrégation justifiant une application du modèle actuariel au marché des actions considéré dans son ensemble (voir pp. 47-56 de mon ouvrage). En outre, alors que les modèles de la littérature ont pour objet soit le cours soit le rendement des actions, la formulation proposée propose une explication *simultanée* des deux grandeurs.

## I

LA FORMULATION PROPOSÉE ET LES RESULTATS OBTENUS (1953-80):  
RAPPELS ET COMPLÉMENTS

## A. LA FORMULATION PROPOSÉE

La formulation proposée peut se résumer en quelques relations simples. Sous certaines conditions, le modèle d'actualisation mène à l'expression générale suivante du cours des actions (5) :

$$[1] \quad A^*(t) = \frac{R_m(t)}{f(t) - r_m(t)} = \frac{k \cdot D_m(t)}{f(t) - r_m(t)} \quad (6)$$

$A^*$  : cours calculé des actions ( $A$  = Standard and Poor's 500 Composite Index, 1941-43 = 10)

$R_m$  : revenu « mémorisé » par les actionnaires

$D_m$  : dividende « mémorisé » par les actionnaires, associé à l'indice  $A$  du cours des actions

$f$  : taux d'actualisation psychologique des actionnaires

$r_m$  : taux d'expansion « mémorisé » du revenu

$k$  : coefficient d'appréciation psychologique du revenu (constante mesurant l'influence du bénéfice non distribué sur le revenu des actionnaires)

La relation [1] montre que le cours des actions est calculable pour une valeur donnée de la constante  $k$ , si l'on connaît les variables  $D_m(t)$ ,  $r_m(t)$  et  $f(t)$ .

1. Détermination de  $D_m(t)$ .

La valeur « mémorisée » des dividendes est estimée par une moyenne pondérée des dividendes passés, en introduisant une « correction pour tendance » car les dividendes sont une variable-niveau dont la tendance séculaire linéaire est supposée perçue par les individus (7). On obtient ainsi :

$$[2] \quad D_m(t) = \chi \int_{-\infty}^t D^c(\tau) e^{-(\chi-d)(t-\tau)} d\tau$$

$D^c(t)$  : dernière valeur connue de  $D$  ( $D$  = dividende versé au cours de la dernière année)

$\chi$  : taux d'oubli (supposé constant)

$d$  : taux de croissance séculaire des dividendes par action (4 % l'an).

(5) Le Chapitre III de mon ouvrage présente en détail les hypothèses retenues, leurs justifications et leurs conséquences. Il est impossible de commenter ici la signification économique des hypothèses retenues; mais il est tout aussi impossible de ne pas rappeler les principales relations du modèle.

(6) La relation [1] n'est applicable que sous deux restrictions :

1)  $f(t) - r_m(t) > 0$ ;

2)  $k$  tel que  $D_m(t) \leq R_m(t) \leq B_m(t)$ , où  $B_m(t)$  représente la valeur « mémorisée » du bénéfice moyen par action (en fait, l'hypothèse  $R_m(t) = k D_m(t)$  n'est qu'une approximation).

(7) La relation [2] est analogue à la formule du revenu permanent de M. Friedman. Notons qu'une voie d'amélioration possible est l'introduction, dans la formulation, d'un taux  $\chi$  variable au cours du temps. Cependant sur la période 1897-1980, la tendance séculaire des dividendes peut effectivement être approximée par une droite de pente  $d = 4\%$  l'an, avant et après 1953. La conséquence est que  $D_m$  et  $D^c$  ont même moyenne.

2: Détermination de  $r_m(t)$ .

La variable psychologiquement significative étant  $R_m$ , le taux d'expansion mémorisé du revenu est égal à une moyenne pondérée des *taux de croissance* passés de  $R_m$  (lesquels sont égaux aux taux de croissance passés de  $D_m$ , car on a  $R_m(t) = k.D_m(t)$ ). On obtient ainsi :

$$[3] \quad r_m(t) = \chi \int_{-\infty}^t \frac{1}{R_m} \frac{dR_m}{dt} (\tau) e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

3. Détermination de  $f(t)$ .

On distingue deux principaux éléments dans le taux d'actualisation psychologique des actionnaires  $f(t)$  :

$$[4] \quad f(t) = i(t) + z(t)$$

$i(t)$  : taux d'intérêt pur psychologique des actionnaires;

$z(t)$  : « taux de pessimisme boursier », tenant compte des primes de risque ( $\rho(t)$ ), de gestion ( $g(t)$ ), de liquidité ( $l(t)$ ) et de plus-value ( $p(t)$ ) des actions :

$$z(t) = \rho(t) + g(t) - l(t) - p(t)$$

Un certain nombre d'hypothèses mènent à l'*approximation* suivante du taux d'intérêt psychologique pur des actionnaires (i.e. le taux que ces derniers utiliseraient dans la détermination de leurs arbitrages inter-temporels en avenir certain, dans un monde sans impôts et sans frais de gestion, où les titres ne seraient pas négociables sur un marché) (8) :

$$[5] \quad i(t) = j_m(t) + \beta_0, \text{ avec}$$

$$[6] \quad j_m(t) = \chi \int_{-\infty}^t j^c(\tau) e^{-\lambda(t-\tau)} d\tau$$

$j^c$  = dernière valeur connue du rendement des obligations de haut rang (obligations Fédérales)

$\beta_0$  = tient compte des valeurs mémorisées supposées constantes des primes de risque, de gestion et de liquidité des obligations de haut rang.

En supposant que la partie variable de la différence ( $\rho - l$ ) entre les primes de risque et de liquidité des actions dépend (négativement) de « l'optimisme économique » ressenti par les investisseurs, et en supposant que la partie variable de la prime de plus-value ( $p$ ) dépend (positivement) de

(8) Les relations [5] et [6] sont déduites de trois principales hypothèses que l'on peut résumer de la manière suivante :  
— comme les investisseurs sur le marché des biens et services, les investisseurs sur les marchés d'actions cherchent et trouvent un taux de l'intérêt référence sur le marché des titres de créance (du fait que les actions ont un revenu *variable*, le rendement observé des actions ne peut s'interpréter directement comme un taux d'intérêt, d'où le besoin de chercher un taux de référence); ce taux d'intérêt est donné par le rendement des obligations de première qualité  $j$ ;

— les individus sont capables, consciemment ou non, d'évaluer sur le marché des obligations, un taux d'intérêt dégagé des « impuretés » tenant au marché des obligations et aux sociétés (risque, frais de gestion et impôt...);

— le marché des actions a une inertie qui lui est propre par rapport au taux de référence  $j$  (notamment en raison des taux d'impatience individuels et des coûts d'information). *Ce n'est donc qu'à l'équilibre, lorsque les délais d'influence se sont écoulés, que le taux pur psychologique sur le marché des actions s'égalisera en taux pur sur le marché des obligations.*

la plus-value récente observée sur le marché, on obtient, en approximant la prime de gestion ( $g$ ) par une constante, l'expression suivante du « taux de pessimisme boursier » :

$$[7] \quad z(t) = z_0 - \gamma_1 \cdot I(t) - \gamma_2 \cdot S(t)$$

$\gamma_1 \text{ et } \gamma_2 > 0$

$z_0$  = valeur d'équilibre de  $z$  (obtenue pour  $I = S = 0$ )

$I(t)$  = indice synthétique « d'optimisme économique »

$I(t) = [(C(t)/C) - 1]$  avec  $C(t)$  = indice du « Sentiment du Consommateur », I.1966 = 100 (enquêtes S.R.C. auprès des ménages); on a  $\bar{I} = 0$ .

$S(t)$  = taux de plus-value observé sur le marché au cours de la dernière année :

$$S(t) = \frac{A^c(t) - A^c(t-4 \text{ trim.})}{A^c(t)} - \text{moyenne} ; (\bar{S} = 0)$$

$A^c(t)$  = dernier cours connu (moyenne des cours observés sur les deux premiers mois du trimestre).

Les relations [4], [5] et [7] mènent à la détermination suivante du taux d'actualisation sur le marché des actions :

$$[8] \quad f(t) = j_m(t) - \gamma_1 \cdot I(t) - \gamma_2 \cdot S(t) + \gamma_0$$

avec  $\gamma_0 = z_0 + \beta_0$

Les relations [1], [2], [3] et [8] conduisent à la fois à la détermination empirique  $A^*$  du *cours* des actions, et à la détermination  $[R_m/A]^*$  du *rendement* des actions :

$$[9] \quad A^*(t) = \frac{k \cdot D_m(t)}{j_m(t) - r_m(t) - \gamma_1 \cdot I(t) - \gamma_2 \cdot S(t) + \gamma_0}$$

$$[10] \quad \left[ \frac{R_m}{A} \right]^*(t) = \left[ \frac{k \cdot D_m}{A} \right]^*(t) = j_m(t) - r_m(t) - \gamma_1 \cdot I(t) - \gamma_2 \cdot S(t) + \gamma_0$$

ou encore :

$$[10]' \quad z(t) + \beta_0 = \left[ \frac{k \cdot D_m}{A} \right]^*(t) - j_m(t) + r_m(t) = \gamma_0 - \gamma_1 \cdot I(t) - \gamma_2 \cdot S(t)$$

La relation [10]' montre que, a priori, la formulation ne peut conduire à des ajustements satisfaisants que si deux conditions générales sont satisfaites :

— il faut d'abord que la *partie de gauche* de cette relation soit correctement spécifiée, ce qui ne peut être le cas que si le modèle actuariel est valable et que si les algorithmes retenus pour déterminer les grandeurs  $D_m$ ,  $j_m$  et  $r_m$  fournissent des approximations acceptables de la réalité psychologique des opérateurs en bourse (10);

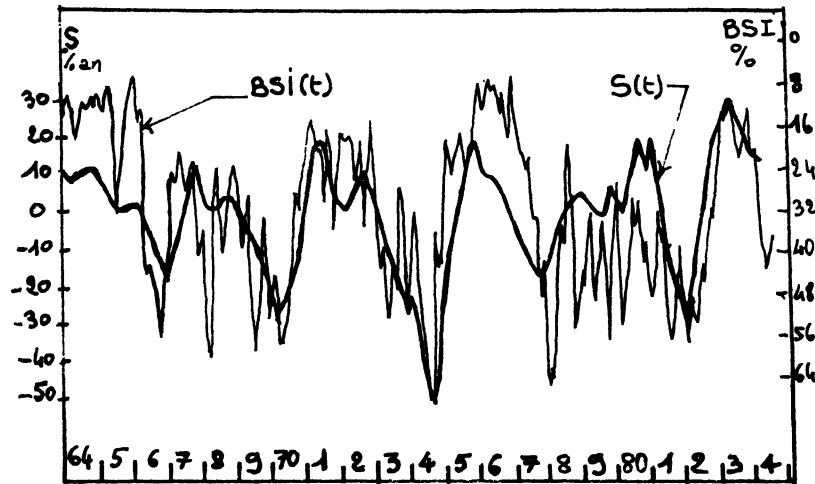
— il faut aussi que la *partie de droite* de la relation [10]' revête une signification psychologique, ce qui ne peut être le cas que si les variables  $I$  et  $S$  recouvrent des réalités psychologiques conformes à leurs significations supposées, et que si la dynamique des primes de risque, de liquidité et de plus-value des actions (taux  $z(t)$ ) résulte effectivement des phénomènes contenus dans les variables  $I$  et  $S$ .

(10) Notons que si l'on suppose constants le taux d'intérêt pur ( $i(t) = i_0$ ) et le taux d'expansion mémorisé du revenu ( $r_m(t) = r_0$ ), le modèle est infirmé par les données de l'observation (notamment, la variable  $S(t)$  n'est plus significative). Ces résultats négatifs tendent donc a contrario à montrer la pertinence des algorithmes utilisés pour estimer les variables  $i(t)$  ( $j_m(t)$ ) et  $r_m(t)$ .

## GRAPHIQUE I

États-unis, 1964-1984

*Opinion synthétique des spécialistes sur l'évolution attendue du marché des actions et taux de plus-value du marché observé sur la dernière année*



*BSI (Bearish Sentiment Index) :*

BSI = 100 — solde des *opinions* « en hausse » ou « en baisse » sur l'évolution attendue du marché des actions à New-York (opinions des institutions financières de placement). Pour être comparée à S(t), la courbe du BSI doit être inversée; elle représente une moyenne mobile calculée sur 4 semaines (voir note (13)).

*S (taux de plus-value) :*

$$S(t) = 100 \cdot \left[ \frac{A_c(t) - A_c(t-4)}{A_c(t)} - \text{moyenne} \right], \% \text{ an, données trimestrielles}$$

$A_c$  = « dernier cours connu » (moyenne des cours des deux premiers mois du trimestre)

Sur cette seconde condition générale, les analyses présentées dans mon ouvrage (11) ont montré que le « Sentiment du Consommateur » (enquêtes auprès des ménages) peut fournir un indicateur de l'indice I « d'optimisme économique général »; l'hypothèse implicite contenue dans la relation [10] est donc qu'en première approximation, l'optimisme économique des actionnaires est proportionnel à celui des ménages (12). Quant au taux S de plus-value, il n'y avait jusqu'ici aucune justification *a priori* du fait que S représente effectivement une réalité psychologique pour les opérateurs en bourse (bien que les résultats obtenus dans le cadre du modèle justifient *a posteriori* cette hypothèse). Je profite de cet article pour apporter ce qui me semble constituer la preuve de la réalité psychologique recouverte par la variable S. En effet, le *Graphique I* montre que le taux S représente une sorte de « lissage » (sans déphasage apparent) du « Bearish Sentiment Index » utilisé par la « Boston Company » dans ses analyses boursières; le B.S.I. est estimé d'après des *opinions* collectées auprès des spécialistes du marché des actions, et concerne non pas l'économie (comme l'indicateur I), mais *l'opinion qu'ont les opérateurs*

(11) pp. 109 à 122.

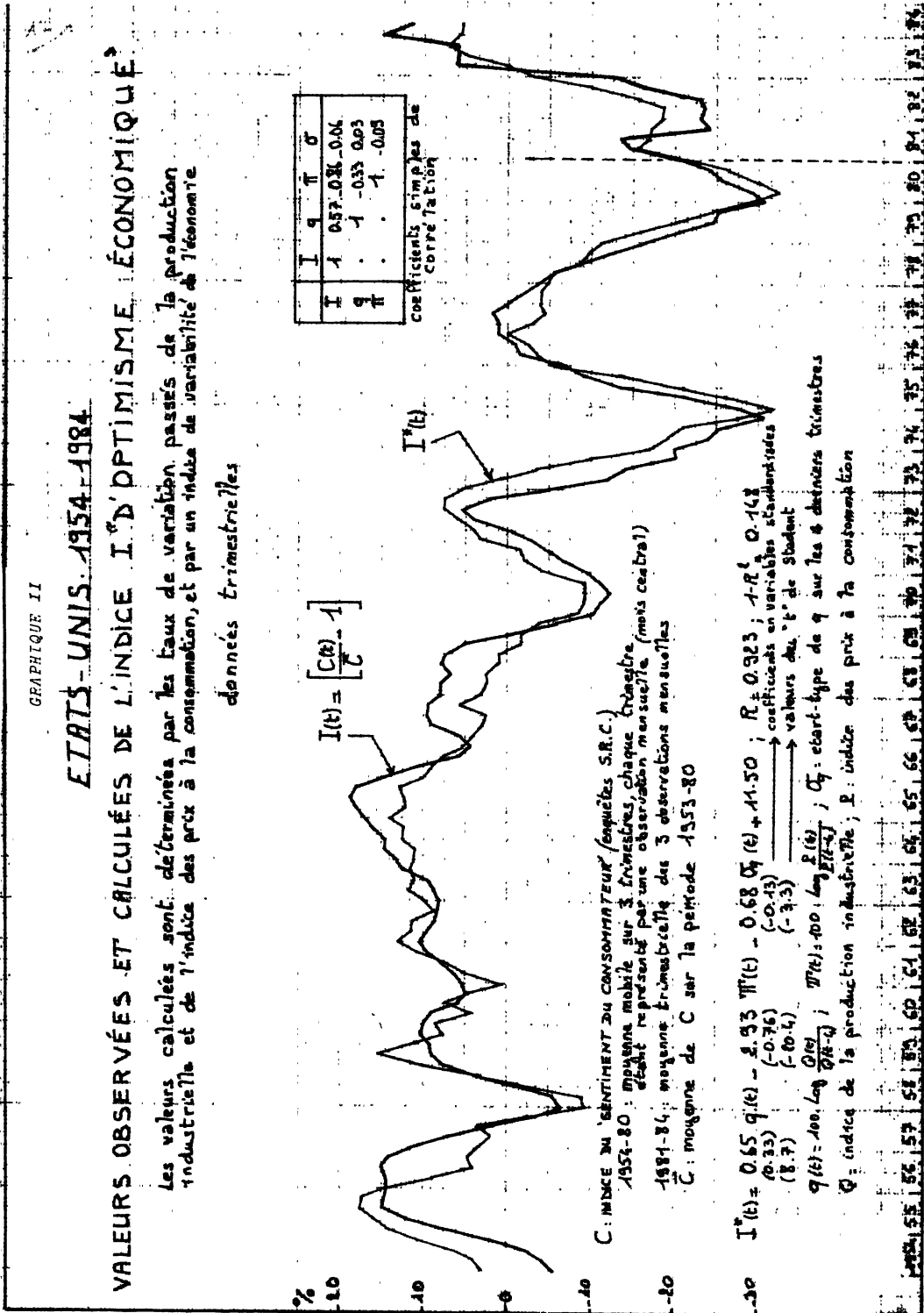
(12) Sur ce dernier point, voir l'*Appendice de cet article*, qui présente une discussion sur le problème du passage entre « l'optimisme économique » des ménages et celui des porteurs d'actions.

GRAPHIQUE II

États-unis : 1954-1984

valeurs observées et calculées de l'indice I « d'optimisme économique »

Les valeurs calculées sont déterminées par les taux de variation passés de la production industrielle et de l'indice des prix à la consommation, et par un indice de variabilité de l'économie données trimestrielles





sur les variations futures du marché des actions (13). Ce Graphique étaye donc la pertinence de la variable S, car il montre qu'elle reflète effectivement une *réalité psychologique* devant être prise en compte dans un modèle du cours des actions (14).

Naturellement, les relations [9] et [10] ne fournissent une *explication* (15) des fluctuations conjoncturelles du cours et du rendement des actions que si les *causes* des fluctuations de l'indice I et du taux S sont déterminées. Pour l'indice I, j'avais montré dans mon ouvrage que, sur la période 1954-80, 87 % de sa variance peut être expliquée par trois variables macroéconomiques observables : le taux d'inflation moyen des quatre derniers trimestres  $\pi$  (influence négative), le taux de croissance de la production au cours des quatre derniers trimestres  $q$  (influence positive), et enfin un index d'instabilité de l'économie mesuré par l'écart-type  $\sigma_q$  du taux de croissance de la production au cours des quatre derniers trimestres (influence négative); on a donc  $I = I(\pi, q, \sigma_q)$ . Il en résulte que la liaison  $A = f(I)$  (relation [10]') est une *relation d'interdépendance* pouvant s'interpréter comme reflétant *deux relations de causalité implicites* :  $I = I(\pi, q, \sigma_q)$  et  $A = A(\pi, q, \sigma_q)$ . Le *Graphique II* présente sur la période 1954-84 les évolutions comparées des valeurs observées de l'indice I et de ses valeurs calculées d'après une combinaison linéaire des trois variables  $\pi$ ,  $q$  et  $\sigma_q$ . On constate que, sur la période 1981-84, ces trois variables « persistent » à fournir une *explication acceptable de l'évolution générale de l'indice I* (16). En ce qui concerne le taux S de plus-value observée, on a constaté que la formulation permet une explication du taux de variation du cours des actions (*Graphique IV*); par conséquent, le taux S peut être lui-même regardé comme résultant pour l'essentiel du comportement des opérateurs tel qu'il est résumé dans la formulation (17).

Ainsi, la validité empirique de la relation [10]' permet non seulement d'étayer la signification psychologique supposée de la partie de gauche de l'équation (explication « au premier degré »), mais, encore elle permet une explication économique des traits essentiels des fluctuations conjoncturelles du cours des actions (explication « au second degré »).

## B. RAPPEL DES RÉSULTATS OBTENUS SUR LA PÉRIODE 1953-80

### 1. Méthode d'estimation des paramètres et des variables « mémorisées ».

Les variables « mémorisées »  $D_m(t)$ ,  $r_m(t)$  et  $j_m(t)$  ont été estimées par intégration approchée. Alors que les valeurs initiales  $D_m(1)$  et  $j_m(1)$  (premier trimestre 1953) ont été estimées directement d'après les données de l'observation, la valeur initiale de  $r_m$  a été choisie arbitrairement (i.e. de manière à ce que l'équation de régression associée à [10]' ait un  $R^2$  maximum).

(13) Le BSI est établi par la « Bearish Company » d'après des lettres d'information publiées chaque semaine par environ 800 institutions financières de placement (banques, instituts de conseils, agents de change...)

Le BSI représente le soldé des opinions qualitatives « en hausse » (H) ou « en baisse » (B) sur l'évolution attendue du marché des actions (New York). L'algorithme de calcul implique que la courbe du BSI doit être *inversée* pour être comparée à la tendance effective du marché. Je n'ai malheureusement pu obtenir d'informations plus précises sur la méthode de calcul auprès des analystes de la Boston Company. Il semblerait que l'on ait  $BSI(t) = 100 - [H(t) - B(t)]$ , ce qui implique une valeur toujours positive du BSI.

Le caractère plus erratique du BSI par rapport au taux S tient au fait que le B S I représente une moyenne de 4 observations hebdomadaires, alors que le taux S est estimé sur un intervalle de variation de 4 trimestres. En fait, on constate qu'à la fois le B S I et le taux S précèdent le niveau du cours des actions A (de l'ordre de 0.5 trimestre en moyenne).

(14) En d'autres termes, la variable S apparaît comme un ersatz acceptable de la mesure de l'opinion des individus sur l'évolution attendue du marché. La corrélation observée entre le taux S et le B S.I. montre donc que les *variations attendues* à court terme du cours des actions dépendent essentiellement des *variations récentes* (dernière année) des cours (ce résultat vaut également pour les prévisions d'inflation). Sur la justification théorique (liaison entre la prime de plus value contenue dans le taux d'actualisation des actions et le taux S), voir pp. 122-25 de mon ouvrage : les variations récentes des cours provoquent un effet psychologique de valorisation des actions en diminuant le rendement *pécuniaire* ( $R_m/A$ ) « exigé » par les actionnaires. Cet effet de valorisation génère des processus cumulatifs en hausse ou en baisse, *propre au marché* des actions (voir pp. 139-43 de mon ouvrage).

(15) Et non une *représentation*.

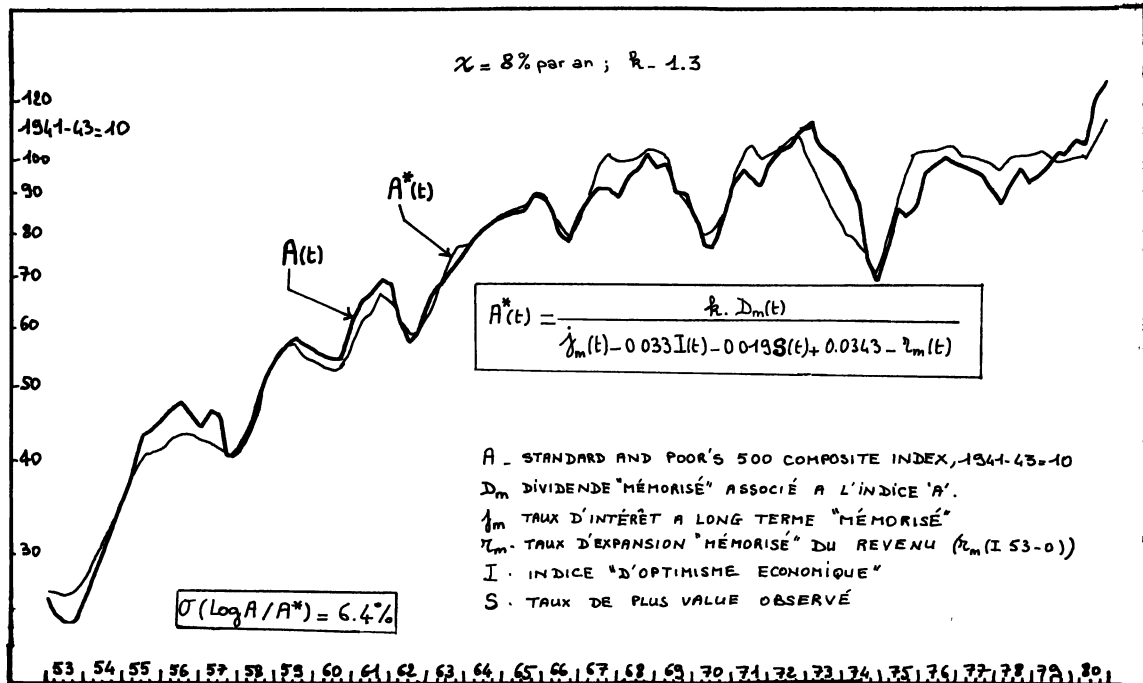
(16) Sur l'ensemble de la période 1954-84, la corrélation présentée sur le Graphique II laisse inexpliqué 15 % de la variance de l'indice I, ce qui ne saurait être négligé. L'hypothèse implicite retenue dans le modèle du cours des actions est telle que les facteurs encore inconnus qui expliquent les 15 % restants interviennent aussi dans la détermination de « l'optimisme économique » des opérateurs sur le marché des actions. Sur la justification de la liaison directe entre A et I (et non entre A et les 3 facteurs détectés de I) voir mon ouvrage pp. 120-21.

(17) Dans l'avenir, il serait donc intéressant d'endogénéiser la variable S (en l'initialisant), en dépit des inconvénients tenant au fait que cette variable ne serait plus directement observable par les opérateurs.

## GRAPHIQUE III

États-unis : 1953-1980

Valeurs observées et calculées du cours moyen des actions  
données trimestrielles



Sources : G. Prat, « Essai Pour Une Formulation Générale du Cours des Actions », *Economica*, 1984, p. 169.

Quant aux paramètres structurels  $\chi$  et  $k_0$ , ils peuvent être supposés invariants au moins provisoirement et en première approximation, puisque des mêmes valeurs ( $\chi = 8\%$  l'an et  $k_0 = 1.3$ ) conduisent à des ajustements pratiquement optimaux à la fois aux États-Unis et en France, sur les périodes 1953-66 et 1967-80. Par la suite, nous admettons donc que ces deux paramètres sont déterminés par des conditions extérieures au modèle, de sorte qu'on les considèrera comme donnés.

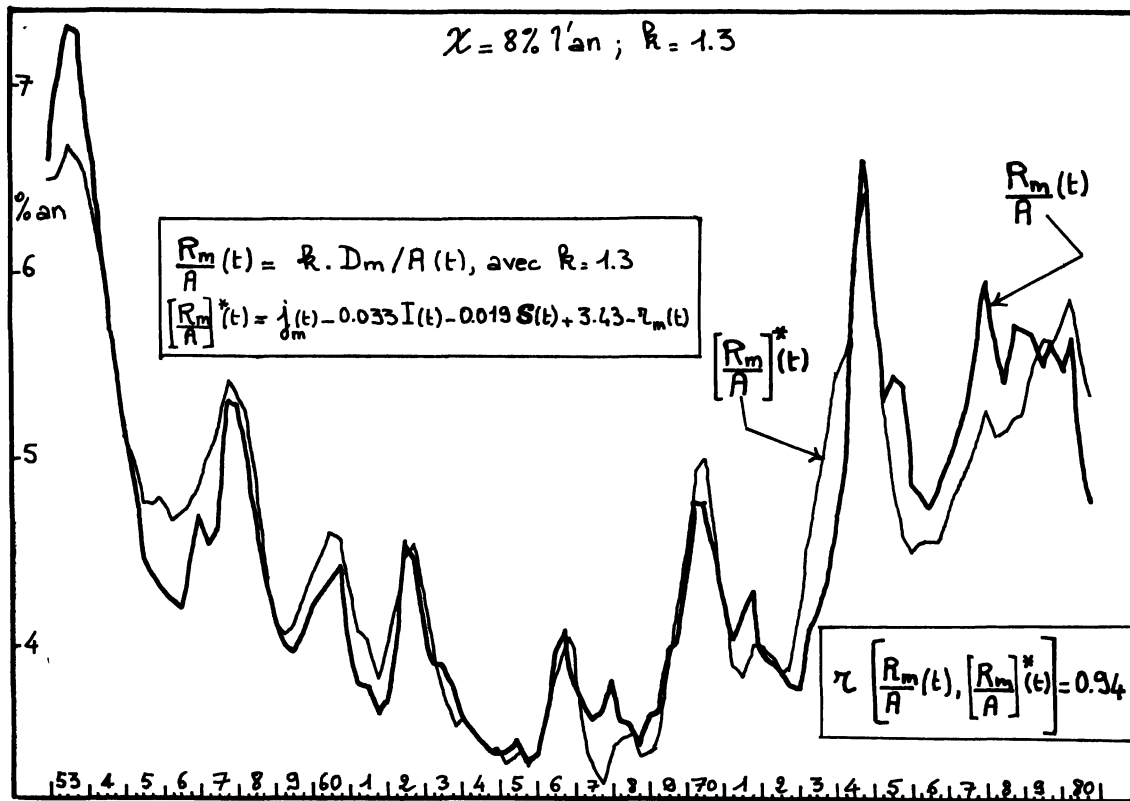
Enfin, les paramètres structurels  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  ont été estimés de manière à ce que le  $R^2$  de l'équation [10] soit maximum. En résumé, on a donc :

- 4 paramètres arbitraires :  $r_m(1)$ ,  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ ;
- 2 paramètres supposés invariants :  $\chi$  et  $k$ ;
- 3 constantes prédéterminées d'après les hypothèses du modèle :  $d$ ,  $D_m(1)$  et  $j_m(1)$ .

## GRAPHIQUE IV

États-unis : 1953-1980

Valeurs observées et calculées du rendement des actions  
données trimestrielles

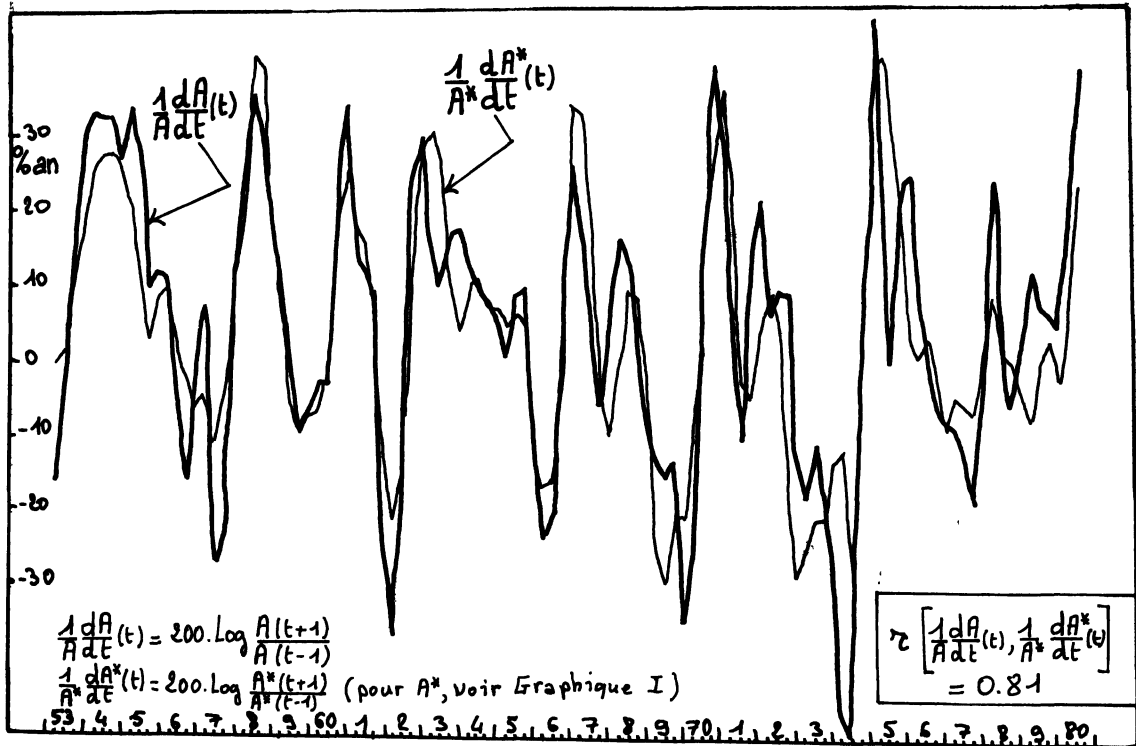


Source : G. Prat, « Essai Pour une Formulation Générale du Cours des Actions », *Economica*, 1984, p. 167

## GRAPHIQUE V

États-unis : 1953-1980

Valeurs observées et calculées du taux de variation du cours des actions  
données trimestrielles



Source : G. Prat, « Essai Pour Une Formulation Générale du Cours des Actions », *Economica*, 1984, p. 171.

Les valeurs estimées aux États-Unis sur la période 1953-80 sont les suivantes :

$\gamma_0 = 3.43$  % l'an;  $\gamma_1 = 0.033$  années;  $\gamma_2 = 0.019$  (sans dim.)

$r_m(1) = 0.00$  % l'an (18);

$\chi = 8$  % l'an;  $k_0 = 1.3$  (sans dim.)

$d = 4$  % l'an;  $D_m(1) = 1.32$ ;  $j_m(1) = 3.20$  % l'an

## 2. Les résultats obtenus (1953-80).

Compte-tenu des valeurs de ces paramètres, l'équation [9] donne une estimation  $A^*$  du *cours* des actions, et l'équation [10] une estimation  $[R_m/A]^*$  du *rendement* psychologique des actions; les *Graphiques III et IV* donnent les évolutions comparées entre les valeurs observées et les valeurs calculées respectivement du *cours* et du *rendement* des actions, sur la période 1953-80 (ces courbes sont extraites de mon ouvrage). De même, le *Graphique V* donne les évolutions comparées du *taux de variation* du cours observé et du cours calculé des actions, sur la même période.

Ces résultats, déjà présentés dans mon ouvrage, montrent que la formulation proposée fournit une explication satisfaisante des principaux mouvements boursiers, sur la période 1953-80, que l'on considère le *cours* ou le *rendement* des actions, ou bien que l'on considère les *niveaux* ou les *variations* de ces grandeurs, avec les mêmes valeurs des paramètres (rappelons également que des résultats similaires ont été présentés pour la France).

## II

### EXTRAPOLATION DES PARAMÈTRES SUR LA PÉRIODE 1981-1984

Pour des raisons déjà évoquées, on considère comme données les valeurs de  $\chi$  et de  $k$ , soient  $\chi = 8$  % l'an et  $k = 1.3$ . De même, il n'y a pas lieu de modifier les valeurs des paramètres  $r_m(1)$ ,  $d$ ,  $D_m(1)$  et  $j_m(1)$  puisque ces valeurs sont contingentes à la situation caractérisant le début de l'année 1953.

On voit donc que l'*extrapolation des paramètres pour la simulation ex-post après 1980 ne concerne que les paramètres*  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ . Il y a donc lieu, dans une première étape, de s'interroger sur la stabilité à moyen terme de ces trois paramètres au cours du temps. Les résultats présentés dans mon ouvrage avaient montré, en distinguant les deux sous-périodes 1953-66 et 1967-80, que, si l'on pouvait admettre

(18) La valeur optimale nulle obtenue pour  $r_m(1)$  (premier trimestre 1953) peut paraître trop faible dans la mesure ou un calcul effectué *a posteriori* (la série séculaire de  $D_m$  donc de  $\frac{1}{D_m} \frac{dD_m}{dt}$ , est calculable depuis 1871) a montré qu'avec un taux d'oubli de 8 % l'an, la valeur  $r_m(1)$  déduite *directement* de la relation [3] est égale à presque 3 % l'an. Bien que l'écart (égal à 3 % l'an) ne soit pas tel qu'il retire tout réalisme au taux  $r_m$  en début de période (un choix arbitraire aurait *a priori* pu conduire à une valeur aberrante de  $r_m(1)$ , ce qui n'est visiblement pas le cas), il reste suffisamment large pour mériter quelques commentaires.

La relation [10] montre que le rendement des actions doit être simultanément « corrigé » par les variables  $j_m(t)$  et  $r_m(t)$  pour être relié aux variables  $I$  et  $S$ ; par conséquent, toute erreur sur le choix du taux d'intérêt de référence  $j$  dans le calcul de  $j_m(t)$  (relation [6]) conduit nécessairement à une erreur sur  $r_m(t)$ , donc sur la valeur initiale  $r_m(1)$ , pour un taux d'oubli donné. Or, il est très possible que le choix des obligations fédérales pour représenter le taux d'intérêt de référence ne soit pas le meilleur. En effet, dans un article récent, C. Amsler (« A Pure Long Term Interest Rate and the Demand for Money », *Journal of Economics and Business*, Vol. 36, 1984, pp. 359-70) a montré que le rendement des obligations perpétuelles américaines, corrigé du risque de défaut, pouvait fournir un meilleur taux de référence de base (i.e. taux dégagé des impuretés liées au marché ou aux sociétés) que les obligations fédérales (ce choix est d'autant plus pertinent pour notre modèle du cours des actions que celui-ci suppose un horizon infini, comme la rente perpétuelle). En corrigeant les obligations perpétuelles de la « Pacific Gas and Electric Company » du risque de défaut (i.e. en soustrayant une prime de risque estimée par l'écart entre le rendement des obligations de rang AA des Services Publics (Public Utility) — classe à laquelle appartient la P.G.E.C. — et le rendement des obligations fédérales), l'auteur trouve, au cours des années 1953-55 une valeur moyenne de 4.04 % pour « la rente perpétuelle sans risque de défaut. Or, pendant ces mêmes années, la valeur moyenne du rendement des obligations fédérales n'est que de 2.75 %. Le rapport entre les deux taux est donc égal à presque 1.5; si l'on applique ce coefficient à la valeur  $j_m(1) = 3.20$  % au premier trimestre 1953, on obtient  $j_m(1)^* = 3.20 \% \times 1.5 = 4.8$  %; cette dernière valeur initiale est donc de 1.6 % plus élevée que la valeur actuellement retenue, ce qui permettrait d'accepter un taux  $r_m(1)$  de 1.6 % plus élevé.

Par conséquent, s'il existe une erreur dans le choix du taux d'intérêt  $j$ , cette erreur se répercute sur l'estimation des variables mémorisées  $j_m$  et  $r_m$ . Le biais pouvant en résulter est nécessairement plus grand en début de période, car les pentes initiales des chroniques  $j_m$  et  $r_m$  dépendent principalement des valeurs initiales  $j_m(1)$  et  $r_m(1)$ . Par contre, en fin de période ce biais devient négligeable.

des mêmes valeurs pour  $\gamma_0$  et  $\gamma_2$  au cours des deux périodes, par contre, les valeurs obtenues pour  $\gamma_1$  sont très différentes, puisque l'on obtient une valeur de 0.047 sur la période 1953-66 et de 0.021 sur la période 1967-80 (19). L'application d'un test de Chow a naturellement confirmé la variabilité de  $\gamma_1$  entre les deux périodes distinguées (20). Cependant, ce test n'est rigoureux que si les conditions de son application sont réunies : distribution normale et indépendance des résidus; or, j'ai montré que si la première condition est admissible au regard d'un test du  $\chi^2$ , la seconde condition est au contraire inadmissible (21). En outre, une question à laquelle ne saurait naturellement répondre ce type de test est de savoir si la variabilité détectée est « contingente » (i.e. liée à l'estimation du modèle, ou encore à des perturbations résultant de phénomènes non quantifiables) ou bien s'il s'agit d'une variabilité « intrinsèque » (i.e. les opérateurs en bourse sont effectivement moins sensibles dans leur ensemble et dans la seconde période, aux phénomènes contenus dans l'indice I d'« optimisme économique »). Dans le premier cas c'est l'estimation du modèle qu'il convient de réviser; dans le second cas, il y a lieu d'introduire explicitement cette variabilité dans le modèle et de s'interroger sur sa signification économique (la spécification du modèle doit alors être révisée).

Aussi, pour tenter d'affiner l'analyse de la stabilité des paramètres à moyen terme, une méthode pragmatique a été retenue, consistant à calculer des « estimations-mobiles » des trois paramètres  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sur les 19 périodes de 10 années (40 trimestres) contenues dans la période 1953-80 (en glissements annuels) (22). Certes, on ne saurait trop souligner ici que, chacun des ajustements contenant 90 % des informations de l'ajustement précédent et 90 % des informations de l'ajustement suivant, les valeurs successives des paramètres ne doivent naturellement pas s'interpréter de la même manière que lors que des échantillons indépendants sont retenus (23).

En fait, trois raisons ont motivé l'emploi de cette méthode qui pourrait paraître non orthodoxe, et dont l'utilisateur pourrait être taxé de vouloir cacher l'existence d'une variabilité des paramètres affectant les coefficients du modèle analysé :

— tout d'abord, l'ensemble des 19 ajustements présentés permettent de comparer deux à deux les estimations obtenues avec 45 échantillons indépendants (l'échantillon N° 1 (1953-62) est indépendant des échantillons N° 11 à 19 (1963---80); l'échantillon N° 2 est indépendant des échantillons N° 12 à 19, etc...); en fait, les cinq premiers échantillons contiennent des informations indépendantes de celles contenues dans les cinq derniers échantillons.

(19) Voir mon ouvrage, p. 186. En effet, les valeurs optimales trouvées selon les périodes sont les suivantes :

paramètres \ périodes	$\gamma_0$	$\gamma_1$	$\gamma_2$
1953 1966	3.48	0.047	0.018
1967 1980	3.59	0.021	0.018
1953 1980	3.43	0.033	0.019

Ajoutons que des estimations très voisines et non significativement différentes ont été obtenues pour ces trois paramètres avec la méthode de Cochrane Orcutt qui établit une correction pour l'autocorrélation d'ordre un des résidus (le coefficient  $\rho$  reste très stable suivant les trois sous périodes : 0.80, 0.83 et 0.84). Ces résultats confirment donc bien que la difficulté émane du paramètre  $\gamma_1$ , et rien que de ce paramètre

(20) Voir p 190, note (40) de mon ouvrage

(21) Voir mon ouvrage, pp. 211-24

(22) Rappelons que l'autocorrélation des résidus ne biaise aucunement les valeurs estimées des paramètres par la méthode MCO (i.e. les espérances mathématiques des estimateurs restent égales aux vraies valeurs des paramètres dans la population) La méthode utilisée reste donc fondée au plan économétrique, en dépit du fait que l'autocorrélation sous estime généralement la variance des paramètres

(23) De même que la méthode de la « moyenne mobile » fournit une représentation de la tendance d'une série chronologique, la méthode de la « régression mobile » fournit une représentation de l'évolution de la tendance des paramètres au cours du temps. De même qu'une moyenne mobile stable ne signifie aucunement que la série chronologique analysée est stable à court terme, une tendance stable des paramètres mise en évidence par des régressions-mobiles ne permettrait pas de conclure que les paramètres sont stables à court terme.

— ensuite, ce qui nous intéresse dans ce travail, ce n'est pas la mesure de la *variabilité à court terme* des paramètres (d'un trimestre à l'autre par exemple) (24). La question dont on cherche une réponse est celle de savoir si les *niveaux moyens* des paramètres peuvent être supposés stables, dans le but de simuler le cours des actions à moyen terme sur une période de presque quatre années. La qualité relative de la liaison entre les valeurs observées et les valeurs simulées hors échantillon reste, à mon avis, le critère le plus convaincant pour apprécier le caractère plus ou moins stable d'un modèle;

— enfin, si un paramètre prend une valeur « anormale » par rapport à son niveau moyen, les ajustements glissants peuvent permettre de détecter la zone où se situent les informations « fautives », ce qui est important pour tenter d'interpréter les raisons de cette variabilité (raisons « contingentes » ou « intrinsèques ») (25).

Le *Tableau I* présente les résultats obtenus pour les 19 périodes-mobiles de 10 années (en glissements annuels) contenues dans la période 1953-80. Le *Graphique VI* donne les évolutions des valeurs estimées  $\gamma_0(n)$ ,  $\gamma_1(n)$ , et  $\gamma_2(n)$  pour chacune de ces 19 périodes-mobiles, ainsi que des « fourchettes » d'estimation pour un risque accepté de 5 %, si pour chacune de ces 19 périodes les conditions « idéales » d'application des tests étaient satisfaites (26); dans cette hypothèse, les fourchettes indiquées signifieraient qu'il y a 95 % de chance pour que la « vraie » valeur du coefficient considéré soit comprise entre  $(+) n = \gamma_1(n) + 2 \cdot \sigma(\gamma_1)(n)$  et  $(-) n = \gamma_1(n) - 2 \sigma(\gamma_1)(n)$ . Ces fourchettes ne sont donc données que pour indiquer un ordre de grandeur sur les erreurs d'estimation pouvant être commises sur les paramètres, et non comme des seuils stricts.

Ces résultats suggèrent cinq catégories de remarques :

En premier lieu, le *modèle est vérifié dans toutes les périodes*, sans exception; l'apport de l'une des variables exogènes (I ou S) n'est jamais négligeable par rapport à l'autre (valeur des « t »). Les coefficients de corrélation multiple montrent une bonne qualité des ajustements, dans la mesure où la grandeur expliquée (z) n'a pas de tendance à long terme.

Ensuite, la *tendance du paramètre  $\gamma_0$*  (constante de calage des ajustements) présente une *stabilité remarquable* : le rapport entre l'écart absolu moyen des 19 valeurs estimées et leur moyenne (« coefficient de variation ») ne vaut que 3 %. En outre, on constate que *toutes* les valeurs estimées de  $\gamma_0(n)$  sont situées à l'intérieur de la partie commune du chenal (+; -). Par conséquent, on peut admettre une valeur constante pour représenter la *tendance* de  $\gamma_0$  sans commettre des erreurs importantes sur la valeur future moyenne de ce paramètre (si ce futur se caractérise par les mêmes relations que par le passé, question qui constitue précisément l'objet des simulations) (27).

Quant à la *tendance du paramètre  $\gamma_2$*  (coefficient de S(t)), sa variabilité reste relativement modérée autour de son niveau moyen (coefficient de variation = 10 %). En outre, *ce paramètre n'est visiblement pas affecté par une « dérive »* : la moyenne des valeurs estimées de  $\gamma_2$  obtenues pour les cinq premiers ajustements (0.0174) est très proche de la moyenne obtenue pour les cinq derniers (0.0169), alors que les informations contenues dans les deux groupes d'échantillons ne se recouvrent aucunement. Il semble donc que l'on puisse admettre l'hypothèse suivant laquelle la *tendance* du paramètre  $\gamma_2$  peut être valablement représentée par une constante.

Par contre, la *tendance du paramètre  $\gamma_1$*  paraît sensiblement plus variable que celle des paramètres  $\gamma_0$  et  $\gamma_2$  (coefficient de variation = 27,9 %). Il y a donc lieu de s'interroger sur la pertinence de l'hypothèse selon laquelle la tendance de ce paramètre pourrait aussi être approximée par une constante. Si l'on se fie aux résultats issus de l'application (quelque peu brutale) d'un test de Chow

(24) Ainsi, pour ne prendre qu'un exemple, le rapport Log vraisemblance de Quandt, qui présente l'intérêt de dater les changements de régimes (et permet l'application d'un test de Chow), ne correspond pas véritablement à l'objet de cet article (n'insistons plus sur le fait que les conditions d'application de ce test ne sont que rarement réunies, et en tout cas ne le sont pas ici). Si un tel test avait été appliqué, il aurait peut être montré que les paramètres  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sont affectés par une variabilité de court terme (sous la réserve des conditions d'application et sous la réserve que la variabilité détectée est intrinsèque), mais ce résultat ne remettrait nullement en cause les résultats présentés dans cet article.

(25) Cependant, reconnaissons que le caractère « anormal » est ici laissé en partie au jugement subjectif du chercheur.

(26) Distribution normale et indépendance des résidus. Comme je l'ai montré dans mon ouvrage (pp 211-15), si la première condition est admissible, la seconde ne l'est pas. Cependant, même dans ce cas, les valeurs du « t » de Student apportent une information utile non pas sur la signification statistique des paramètres, mais sur les importances respectives des variables I et S dans la qualité des ajustements.

(27) Cette stabilité de  $\gamma_0$  est d'autant plus intéressante que, sur le plan théorique,  $\gamma_0$  est une constante synthétisant les *valeurs d'équilibre* des primes de risque, de liquidité, de plus value et de gestion des actions et des obligations (voir notamment p. 193 de mon ouvrage).

TABLEAU I  
*États-unis : 1953-1980*  
*Valeurs estimées des paramètres  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  selon 19 périodes-mobiles*  
*données trimestrielles*

$$[10] \quad \left[ \frac{1.3 D_m(t)}{A(t)} - j_m(t) + r_m(t) \right] = \gamma_0 - \gamma_1 \cdot I(t) - \gamma_2 S(t) + \varepsilon(t)$$

PÉRIODES (N = 40)	n	$\gamma_0(n)$	$\gamma_1(n)$	$\gamma_2(n)$	$R(n)$	$\sigma_\varepsilon(n)$
1953-1962	1	3.51 (16.71)	0.0594 (9.4)	0.0163 (5.4)	0.918	0.22
1954-1963	2	3.40 (17.00)	0.0474 (8.9)	0.0156 (6.6)	0.919	0.18
1955-1964	3	3.30 (15.71)	0.0327 (5.4)	0.0177 (7.1)	0.905	0.17
1956-1965	4	3.26 (13.58)	0.0257 (5.04)	0.0189 (7.2)	0.888	0.17
1957-1966	5	3.27 (14.86)	0.0214 (5.1)	0.0187 (8.8)	0.907	0.14
1958-1967	6	3.32 (15.09)	0.0225 (4.8)	0.0184 (8.4)	0.891	0.14
1959-1968	7	3.36 (10.40)	0.0244 (3.3)	0.0181 (7.4)	0.835	0.16
1960-1969	8	3.40 (10.97)	0.0275 (4.4)	0.0164 (5.5)	0.846	0.16
1961-1970	9	3.47 (18.26)	0.0314 (6.6)	0.0189 (6.4)	0.949	0.16
1962-1971	10	3.54 (20.82)	0.0369 (13.0)	0.0136 (6.8)	0.954	0.13
1963-1972	11	3.53 (20.76)	0.0356 (12.4)	0.0139 (6.4)	0.953	0.13
1964-1973	12	3.41 (10.33)	0.0212 (5.0)	0.0186 (4.8)	0.850	0.23
1965-1974	13	3.42 (11.79)	0.0192 (4.0)	0.0213 (5.4)	0.887	0.27
1966-1975	14	3.49 (9.43)	0.0259 (4.6)	0.0151 (3.5)	0.842	0.32
1967-1976	15	3.52 (8.80)	0.0256 (4.0)	0.0139 (3.2)	0.825	0.32
1968-1977	16	3.56 (8.28)	0.0220 (3.1)	0.0164 (3.6)	0.806	0.33
1969-1978	17	3.63 (7.12)	0.0194 (2.4)	0.0179 (3.7)	0.765	0.36
1970-1979	18	3.65 (6.76)	0.0207 (2.8)	0.0169 (3.8)	0.751	0.36
1971-1980	19	3.67 (7.49)	0.0158 (2.5)	0.0196 (4.5)	0.730	0.37
moyennes ( $m$ )		3.45	0.0281	0.0172	0.86	0.23
écarts absolus moyens ( $\Sigma$ )		0.10	0.00783	0.00173	0.056	0.078
coefficient de variation ( $\Sigma/m$ )		3.02 %	27.9 %	10.04 %	6.5 %	34.1 %

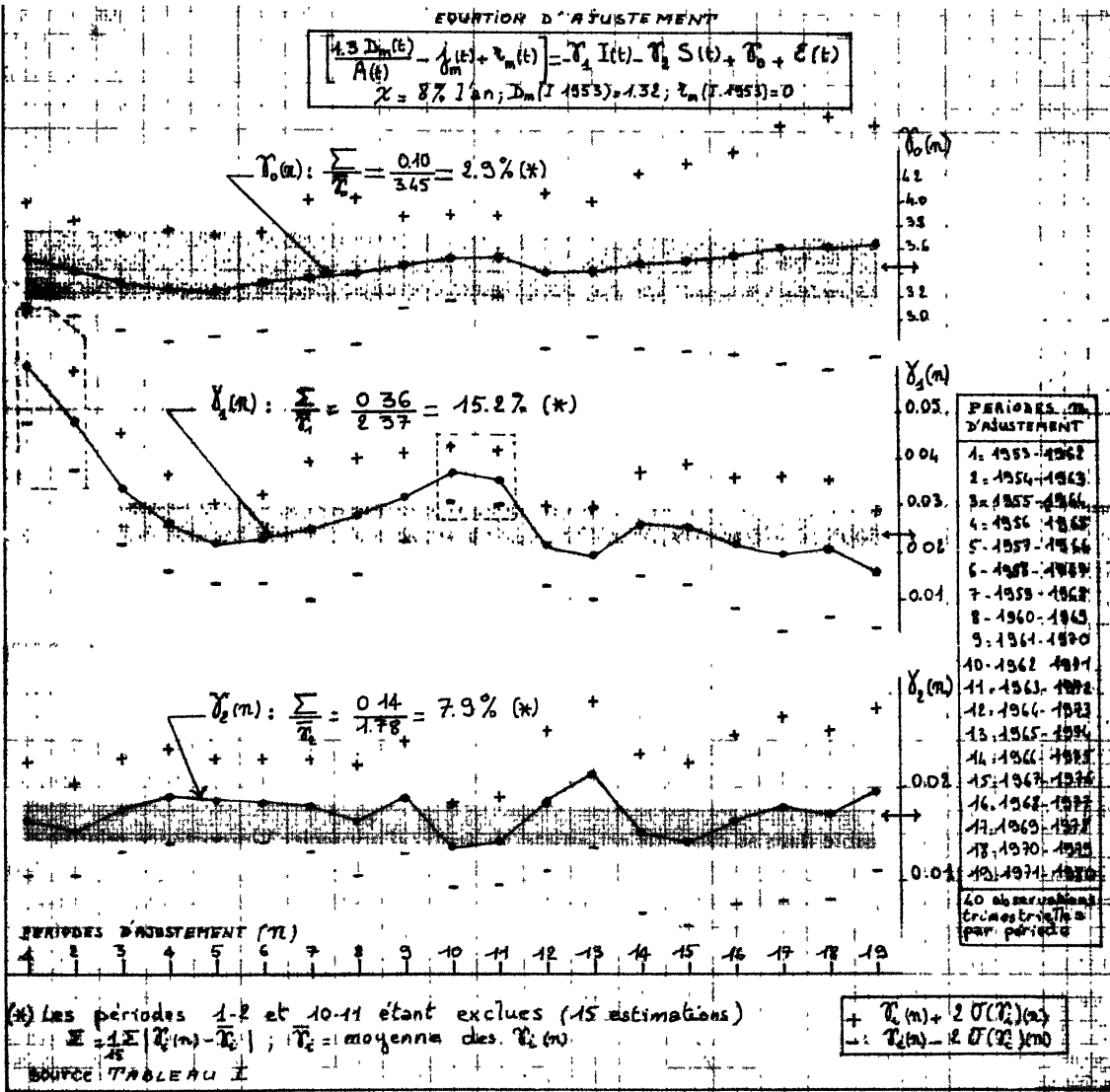
(\*) Les valeurs des « t » de Student sont données entre parenthèses.



GRAPHIQUE VI

États-unis : 1953-1980

Évolutions des valeurs estimées des paramètres  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  selon les 19 Périodes-mobiles données trimestrielles



distinguant les périodes 1953-66 et 1967-80, la réponse est nettement négative (voir ci-dessus, note (20)). Cependant, les résultats présentés sur le Graphique VI apportent des nouvelles informations permettant de nuancer considérablement ce premier résultat. En effet, ce graphique montre que la valeur supérieure obtenue pour la première sous-période (53-66) résulte principalement des deux premières années, puisqu'à partir de  $n=3$ , les valeurs estimées de  $\gamma_1(n)$  ne paraissent plus être affectées par une « dérive » évidente en baisse (28). Si l'on fait aussi abstraction de la « bosse » constatée pour  $n=10$  et  $n=11$ , la tendance du paramètre  $\gamma_1$  semble pouvoir être valablement approximée par une horizontale.

Par conséquent, il est tentant d'éliminer les quatre ajustements « anormaux » ( $n=1;2;10;11$ ) (29) et admettre l'hypothèse simplificatrice selon laquelle la tendance du paramètre  $\gamma_1$  pourrait — comme celles des paramètres  $\gamma_0$  et  $\gamma_2$  — être représentée par une constante. En tout état de cause, c'est l'hypothèse que nous admettrons dans la suite de ce travail. La non prise en compte des quatre ajustements jugés « anormaux » se justifie par l'objectif de l'article, qui nécessite la recherche des valeurs futures des tendances des paramètres qui soient les plus *vraisemblables* au regard des valeurs passées. Quant aux interprétations de ces « anomalies », elles peuvent résulter soit de facteurs « intrinsèques », soit de facteurs « contingents » :

— s'il existe des *facteurs « intrinsèques »*, ces derniers doivent expliquer pourquoi le paramètre  $\gamma_1$  a un niveau moyen plus grand en début de période qu'en fin de période, ce qui implique une diminution de la sensibilité du cours des actions par rapport à « l'optimisme économique » ressenti par les individus. Dans ce but, l'Appendice de l'article propose deux directions de recherche sur les facteurs possibles de l'éventuelle variabilité intrinsèque du paramètre  $\gamma_1$ . La *première hypothèse* envisagée est que la sensibilité du cours des actions par rapport à « l'optimisme économique » dépend elle-même de ce dernier phénomène : l'introduction de cette hypothèse dans la formulation montre qu'elle semble correspondre à une part de la réalité, mais que ce phénomène reste très tenu, et qu'il ne saurait expliquer toute la dérive du paramètre  $\gamma_1$ . La *seconde hypothèse* est que « l'optimisme économique » serait ressenti différemment suivant les différentes catégories de porteurs d'actions, la structure de ces porteurs se modifiant au cours du temps : cette hypothèse ne semble pas contredite par les observations.

— quant aux *facteurs « contingents »*, ils peuvent résulter soit de l'estimation du modèle, soit de l'influence de phénomènes historiques difficilement quantifiables. Sur le premier point, on doit souligner le fait que les premières années de la période 1953-80 sont précisément les années les plus sensibles à toute erreur dans l'estimation des variables mémorisées (30). Par ailleurs, la « bosse » constatée pour  $n=10,11$  semble pouvoir trouver une interprétation avec certains faits historiques marquants (31).

Il n'est pas possible dans le cadre de cet article, de tenter d'apprécier l'importance relative des facteurs distingués de la variabilité de la tendance du paramètre  $\gamma_1$ . Cependant, cette ignorance n'est guère très gênante pour l'objectif principal de l'article (qui est de présenter des simulations); en effet :

— d'une part, la relative stabilité de la tendance de  $\gamma_1$  si l'on exclut le début de la période, justifie l'hypothèse suivant laquelle les facteurs intrinsèques peuvent être négligés en première approximation sur la période de simulation (1981-84);

(28) On peut relever que la valeur moyenne de  $\gamma_1$  obtenue pour  $n = 3, 4$  et  $5$  (0 0266) est très voisine de la valeur moyenne obtenue pour  $n = 15, 16$  et  $17$  (0 0223), alors que les observations sont totalement indépendantes entre ces deux groupes d'échantillons (le premier correspond à la période 1955-56, le second à la période 1967-78).

(29) Les quatre ajustements visés correspondent aux écarts relatifs  $|\gamma_1(n) - \bar{\gamma}_1|/\bar{\gamma}_1$  les plus grands ( $\bar{\gamma}_1 =$  valeur moyenne obtenue en excluant ces quatre ajustements).

(30) Notamment, les premières valeurs des variables  $j_m(t)$  et  $r_m(t)$  peuvent être affectées par des biais se répercutant sur les premières valeurs de  $\gamma_1(n)$  (voir ci-dessus, note (18)).

(31) Un certain nombre de faits pourraient s'accorder avec l'hypothèse suivant laquelle le niveau « anormal » de  $\gamma_1$  pour les périodes  $n = 10$  et  $11$  résulterait non pas d'une variabilité intrinsèque de ce paramètre, mais d'événements difficilement mesurables venant « troubler » la relation entre le cours des actions et la variable  $I(t)$ . En effet, la période  $n = 10$  correspond à l'abandon de l'année 1961 (Kennedy veut « relancer l'économie ») et à l'adjonction de l'année 1971 (blocage des prix et salaires, dévaluation et inconvertibilité du dollar); de même, la période  $n = 11$  correspond à l'abandon de l'année 1962 (crise de Cuba) et à l'adjonction de l'année 1972 (ré-élection de Nixon suivi du déclenchement du scandale du Watergate). Au niveau des ajustements, la *conjonction* de ces événements marquants a pu avoir pour conséquence une modification factice mais significative du niveau du paramètre  $\gamma_1$ , sans que la vraie relation entre le cours des actions et « l'optimisme économique » (indicateur  $I$ ) ne soit modifiée : dans la mesure où le cours des actions a réagi à ces facteurs plus sensiblement que l'indice  $I$ , une augmentation factice du paramètre  $\gamma_1$  peut s'observer en compensation (il s'agirait donc d'une augmentation apparente (ou « contingente ») et non réelle (ou « intrinsèque »)).

— d'autre part, si les facteurs contingents évoqués ont effectivement joués, ceux tenant à l'estimation des variables mémorisées ne jouent plus en 1980, tandis que ceux tenant à des événements historiques ne peuvent par principe être pris en compte sur la période de simulation.

Les résultats des simulations justifieront a posteriori cette démarche.

Enfin, *il y a une compensation partielle entre les tendances des paramètres  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$*  puisque, pour  $n = 3$  à 19 (on exclut donc les deux premiers ajustements), la corrélation entre  $\gamma_1(n)$  et  $\gamma_2(n)$  est *négative* ( $r = -0.62$ ); ce phénomène est d'ailleurs très perceptible sur le graphique VI. Par conséquent, lorsque l'on suppose la constance des tendances de  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ , les erreurs d'estimation tenant aux variations de ces tendances autour de leurs niveaux moyens tendront à se compenser partiellement, car les paramètres  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  ont un même signe et sont affectés à des variables (I et S) qui sont corrélées positivement (32). Ainsi, l'hypothèse *jointe* de constance pour représenter les tendances de  $\gamma_1$  et de  $\gamma_2$  est-elle encore plus justifiée que les hypothèses *séparées* de constance. Or, dans une simulation, c'est bien l'hypothèse jointe qui est fondamentale.

Dans l'ensemble, les résultats qui viennent d'être présentés montrent donc que la formulation proposée présente des signes sérieux de stabilité *en tendance*, ce qui constitue un enseignement essentiel dans l'optique d'une simulation à *moyen terme*, cette dernière ayant pour objectif d'analyser « ex-post » si les relations établies dans le passé (1953-80) persistent sur une période postérieure à l'estimation du modèle (1981-84).

L'objectif de cet article (simulations « ex-post ») nécessite d'extrapoler « au mieux » les valeurs de tendance des trois paramètres  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  sur la période 1981-84, à partir des seules informations pouvant être tirées des ajustements portant sur la seule période 1953-80. Compte-tenu des résultats qui viennent d'être présentés, *on retiendra les valeurs moyennes des paramètres obtenues avec les « ajustements-glissants » en excluant les quatre ajustements  $n = 1, 2$  et  $n = 10, 11$*  (33). En fait, seule l'analyse de l'évolution de la tendance du paramètre  $\gamma_1$  peut permettre de justifier l'exclusion de ces quatre ajustements; cependant, par soucis d'homogénéité, ces ajustements seront aussi exclus pour les paramètres  $\gamma_0$  et  $\gamma_2$ . Les « coefficients de variation » pour les 15 estimations restantes sont respectivement de 2.9 % pour  $\gamma_0$ , 15,2 % pour  $\gamma_1$  et 7.9 % pour  $\gamma_2$ , ce qui, dans l'ensemble, paraît donner des « fourchettes » de variation très acceptables autour du niveau moyen, même pour  $\gamma_1$ . Les valeurs obtenues sont les suivantes :

$\gamma_0^{\#}$ = 3.45 (%)	<i>Valeurs retenues pour la simulation sur la période 1981-84</i>
$\gamma_1^{\#}$ = 0.0237	
$\gamma_2^{\#}$ = 0.0178	

La question est donc à présent de savoir si, *avec ces valeurs*, le mouvement boursier peut encore s'expliquer par la formulation, pendant la période 1981-84. Soulignons bien que *les contraintes imposées par cette simulation sont très fortes*, puisque les valeurs de tous les paramètres du modèle sont supposées constantes sur une période couvrant presque quatre années (34).

(32) En moyenne pour les 19 périodes, le coefficient de corrélation entre I et S est égal à + 0.51, allant d'un minimum égal à + 0.31 pour  $n = 7$  à un maximum égal à + 0.69 pour  $n = 9$ .

(33) Comme toutes les périodes  $n$  ont le même nombre d'observations, ce principe revient à calculer une estimation de l'espérance mathématique de chaque paramètre en excluant les valeurs « anormales », que ces « anomalies » résultent de conditions « contingentes » ou bien qu'elles reflètent des variations « intrinsèques ».

(34) Et non simplement d'un trimestre à l'autre.

## III

## SIMULATION « EX-POST » SUR LA PÉRIODE 1981-1984

Sur la période 1981-1984, nous connaissons les valeurs des variables  $D$ ,  $j$ ,  $I$  et  $S$ , de sorte que les grandeurs  $D_m$ ,  $j_m$  et  $r_m$  peuvent être estimées. D'après les relations [9] et [10] on peut donc calculer les estimations  $A^*$  du cours des actions et  $(R_m/A)^*$  du rendement des actions, si l'on admet les valeurs  $\gamma_0^*$ ,  $\gamma_1^*$  et  $\gamma_2^*$  des paramètres estimés d'après les ajustements effectués sur la période *antérieure* 1953-80.

Le *Graphique VII* donne sur la période 1980-01 à 1984-02 les valeurs observées et simulées respectivement du *niveau et du taux de variation du cours des actions*, ainsi que du *rendement des actions* (35). Ce graphique montre que le modèle permet d'expliquer les traits essentiels du mouvement de la bourse au cours de cette période. Les coefficients de corrélation relatifs aux trois approches distinguées (voir les encadrés du *Graphique VII*) sont très largement significatifs au seuil de risque de 5 % généralement accepté, malgré le nombre réduit de données (14 observations trimestrielles); notamment, *l'écart-type de l'erreur Log A — Log A\* ne vaut que 3.6 % entre 1981 et 1984* (cet écart-type est plus petit que ceux obtenus sur les périodes d'ajustement).

Par conséquent, ces résultats montrent la permanence, sur cette période, des relations structurelles sur lesquelles le modèle repose; ces résultats sont d'autant plus significatifs que l'on peut considérer qu'il n'existe *aucun paramètre arbitraire* nécessaire à la détermination des valeurs calculées sur la période 1981-84.

Cependant, on remarque que sur cette période de simulation, le *cours* (rendement) observé des actions est systématiquement supérieur (inférieur) au cours (rendement) simulé, alors que les *taux de variation* des valeurs observées et calculées du cours des actions ont pratiquement la même moyenne. On pouvait s'attendre à un tel résultat au regard des résidus du modèle observé sur la période antérieure. En effet, pendant les 5 années 1975-79, les résidus ont une valeur systématiquement négative, et deviennent positifs en 1980; étant donné que les résidus sont auto-corrélés, la phase positive du signe des résidus après 1980 s'inscrit assez bien dans le mouvement d'ensemble du résidu. On ne fait donc que retrouver un phénomène déjà observé sur l'ensemble de la période 1953-80. Dans la mesure où j'avais montré (36) que les résidus  $\text{Log } A/A^*$  (1953-80), bien que fortement auto-corrélés ( $\rho = 0.82$ ), (a) ne sont liés à aucune variable macro-économique observable (37), (b) que l'on peut admettre une distribution normale des résidus et enfin (c) que ces derniers paraissent suivre une « pseudo » chaîne de Markov (processus stochastique auto-régressif d'ordre 1) (38), ces résultats montrent que les résidus peuvent s'interpréter comme le résultat d'effets de propagation d'un

(35) Dans le but de mettre en perspective les premières observations de la période 1981-84, l'année 1980 a été ajoutée sur les graphiques (notons que les données concernant les dividendes par action en 1980 ont été révisées par rapport aux données utilisées dans mon ouvrage). Par ailleurs, observons que les variables  $R_m$ ,  $r_m$  et  $j_m$  ont des évolutions non négligeables au cours de la période 1981-01 à 1984-02, puisque l'on obtient les valeurs suivantes :

variables trimestre	$R_m = 1.3 D_m$	$r_m$	$j_m$	$A^*_T$
1981 01	6.50	4.40	6.08	126.7
1984 02	8.05	4.90	7.41	135.1

On voit que la tendance estimée du cours des actions (obtenue en posant  $I = S = 0$  dans la relation [9]),

$$A^*_T(t) = \frac{R_m(t)}{j_m(t) - r_m(t) + \gamma_0} \quad (\gamma_0 = 3.45\%)$$

augmente de 6.4 % au cours de cette période; le résultat synthétique des évolutions de  $D_m$ ,  $r_m$  et  $j_m$  sur la tendance des cours n'est donc pas nul sur cette période.

(36) Voir mon ouvrage, pp. 210-224. Les résultats valent d'ailleurs tant pour les États Unis que la France.

(37) Ce qui ne signifie, en aucune manière, qu'une variable ne pourra être découverte dans l'avenir.

(38) On a donc, en posant  $\varepsilon(t) = \text{Log } A(t)/A^*(t)$  :

$$\varepsilon(t) = 0.82 \varepsilon(t-1) + \varphi(t)$$

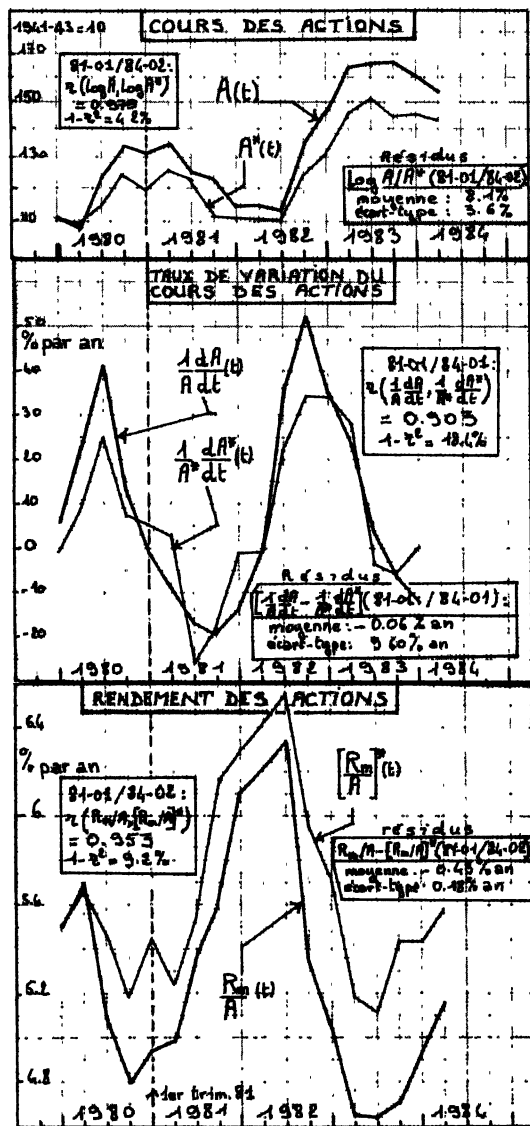
avec  $\varphi(t) =$  « pseudo » aléa (i.e. variable non significativement auto-corrélée).

Naturellement, dans un but prévisionnel, l'information contenue dans  $\varepsilon(t-1)$  doit être prise en compte pour prévoir le cours des actions en (t).

GRAPHIQUE VII

États-unis : 1981.01 à 1984.02

Valeurs observées et simulées du cours et du rendement des actions  
données trimestrielles



« pseudo-aléa » (facteurs multiples non quantifiables) sur la psychologie des opérateurs en bourse. Par exemple, l'élection de Reagan en 1980 est un événement non quantifiable pouvant contribuer à expliquer une surévaluation des actions sur le marché par rapport à leur valeur « fondamentale » (les Républicains sont traditionnellement jugés favorablement par les opérateurs sur le marché financier). Pour corroborer le fait que la valeur positive du résidu moyen sur la période 1981-84 a un certain caractère de « normalité » *dans le cadre de la formulation*, les paramètres du modèle ont été re-estimés sur l'ensemble des années 1953-84; avec cette nouvelle estimation, le résidu moyen sur les seules années 1981-84 s'élève à + 7.3 %, au lieu de + 8.1 % avec la simulation; la différence reste donc faible.

On peut être tenté de pousser un peu plus loin l'analyse en déterminant *sur la seule période 1981-84*, les valeurs des trois paramètres  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  qui maximisent le coefficient  $R^2$  de l'équation [10], dans le but de comparer ces valeurs optimales aux valeurs déduites de la période antérieure; on obtient ainsi, sur la période 1981-84 (N = 14) :

$$\left[ \frac{R_m}{A} \right] (t) - j_m(t) + r_m(t) = \begin{matrix} 3.02 & - & 0.0249 & I(t) & - & 0.0234 & S(t) & + & \varepsilon(t) \\ (15.89) & & (-5.91) & & & & (-6.22) & & \\ R = 0.974; & \sigma(\varepsilon) = & 0.15\% \text{ an}; & ( ) : & "t" \end{matrix}$$

Le fait que le paramètre  $\gamma_0$  (3.02 %) ait une valeur inférieure à celle déduite de la période 53-80 ( $\gamma_0^* = 3.45\%$  est un résultat qui était prévisible au regard de la discussion sur les résidus du modèle, puisque  $\gamma_0$  a pour « rôle » d'annuler la valeur moyenne du résidu sur cette période, ce qui n'a guère de sens sur une période si courte, pour un modèle de tendance. En considérant cette différence comme factice, il est pertinent de tester si l'hypothèse *jointe*  $H^* : \{\gamma_0 = 3.45; \gamma_1 = -0.0237; \gamma_2 = -0.0178\}$  qui est retenue dans la simulation, conduit à une *variance* des résidus (39) significativement supérieure à celle obtenue avec l'hypothèse *jointe* optimale  $H^0 : \{\gamma_0 = 3.02; \gamma_1 = -0.0249; \gamma_2 = -0.0234\}$  qui est déduite de l'ajustement sur la période 1981-84. Or, sur cette période, l'hypothèse  $H^*$  conduit à un écart-type de l'erreur  $\text{Log}A/A^*$  égal à 3,6 %, tandis que l'hypothèse  $H^0$  conduit à un écart-type de 3,0 % : *l'abaissement de la variance entre les hypothèses  $H^*$  et  $H^0$  n'est pas significatif* (40). Ce résultat corrobore donc a posteriori l'hypothèse de constance faites sur les *tendances* des paramètres  $\gamma_0$ ,  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  (41). En outre, la bonne qualité de l'interdépendance entre les valeurs observées et les valeurs simulées (en cours et rendement, en niveau et en variation) montre que *les variations de court terme des paramètres, si elles existent, peuvent être négligées en première approche, au moins sur la période 1981-84.* (42)

## CONCLUSIONS

Les résultats présentés dans cet article permettent de tirer les enseignements suivants.

1 — La validité de la formulation sur la période 1953-80 est confirmée sur la période 1981-84; ce résultat est valable pour les trois compartiments du modèle : cours, rendement et variations des cours.

2 — Si l'on exclu les « anomalies » assez ponctuelles constatées sur l'évolution de la tendance du seul paramètre  $\gamma_1$ , « tout se passe comme si » les *tendances* de tous les paramètres intervenant dans

(39) La variance est ici considérée (et non la somme des carrés des écarts entre les valeurs observées et calculées) car on admet que la différence entre  $\gamma_0$  et  $\gamma_0^*$  est factice (étant entendu que le paramètre  $\gamma_0$  annule la valeur moyenne du résidu).

(40) Au regard d'un test F de comparaison entre deux variances, avec un risque accepté de 1 %

(41) Ajoutons que les écarts types des paramètres  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$  estimés sur la période 1981-84 indiquent qu'au risque de 5 %, on peut admettre que ces valeurs estimées ne sont pas, *individuellement*, significativement différentes des valeurs extrapolées  $\gamma_1$  et  $\gamma_2$ . Indirectement, ces résultats militent en faveur d'une interprétation « contingente » de la variabilité de la tendance de  $\gamma_1$  sur la période 1953-80. En effet, s'il existe une variabilité intrinsèque, cette dernière peut être négligée sur la période de simulation; en outre, les facteurs contingents de variabilité tenant à l'estimation des variables mémorisées, s'ils peuvent être importants en 1953-54, deviennent insignifiants sur la période 81-84, ce qui semble se vérifier.

(42) En effet, si elle existe, la variabilité à court terme des paramètres n'a de toute évidence pas une importance considérable, puisque les valeurs simulées par la formulation (hypothèse de constance des paramètres) persistent à fournir une bonne représentation des valeurs observées. Mais ce résultat n'implique pas que l'introduction explicite d'une variabilité des paramètres (notamment de  $\gamma_1$ ) à court terme ne puisse encore améliorer, et de manière significative, la qualité de la représentation. Par conséquent, il serait souhaitable d'explorer l'hypothèse d'une variabilité à court terme des paramètres, avec une méthode appropriée.

la formulation pouvaient être approximées par des constantes. Bien que ce résultat ne présume en rien de la stabilité à court terme des paramètres, il semble néanmoins possible, au regard des simulations effectuées sur la période 1981-84, de négliger en première approche les variations de court terme, si elles existent (43). En tout état de cause, la stabilité « en tendance » des paramètres constitue à elle seule un résultat qui ne saurait être sous-estimé pour un modèle dont la vocation principale est l'explication des mouvements de « trend » et de moyenne période.

3 — Cependant, la stabilité de la tendance du paramètre  $\gamma_1$  (coefficient de l'indice I « d'optimisme économique »), bien que de toute évidence constituant une approximation acceptable de la réalité, n'est pas encore démontrée. Par conséquent, il serait utile d'explorer les facteurs pouvant expliquer une éventuelle variabilité « intrinsèque » de la tendance de  $\gamma_1$ , notamment dans les directions indiquées dans l'Appendice. Mais il faudra d'abord prendre soin d'éliminer les phénomènes dont on peut penser qu'ils constituent des facteurs « contingents » de variabilité de  $\gamma_1$ , liés à l'estimation du modèle ou à des événements historiques difficilement quantifiables. Les résultats présentés dans cet article suggèrent que de tels facteurs existent.

Ces résultats suggèrent de poursuivre l'analyse en tentant de transformer la formulation « historico-explicative » en une forme prévisionnelle. Bien qu'un chemin semble se dessiner, la route reste encore difficile...

## APPENDICE

### RÉFLEXIONS SUR L'ÉVENTUELLE VARIABILITÉ INTRINSÈQUE DU PARAMÈTRE $\gamma_1$

Si l'on admet l'hypothèse d'une variabilité « intrinsèque » (44) du paramètre  $\gamma_1$  (coefficient de l'indice I « d'optimisme économique »), il est d'autant plus pertinent de s'interroger sur les facteurs possibles de cette variabilité que cette dernière pose la question délicate du passage de « l'optimisme économique » de l'ensemble des ménages à « l'optimisme économique » des seuls détenteurs d'actions (45).

Deux phénomènes peuvent notamment contribuer à expliquer une éventuelle variabilité du paramètre  $\gamma_1$  :

— la fonction  $z = z(I)$  (relation [10]') peut ne pas être linéaire; en fait, le paramètre  $\gamma_1$  peut dépendre lui-même de facteurs conjoncturels;

— la variabilité du paramètre  $\gamma_1$  peut résulter conjointement de la modification de la structure des détenteurs d'actions et du fait que « l'optimisme économique » peut être « modulé » selon les catégories de détenteurs.

(43) Une analyse approfondie des variations à court terme des paramètres, avec une méthode appropriée, serait intéressante et très complémentaire par rapport à l'analyse présentée dans cet article, qui porte sur les tendances des paramètres. Cependant, à mon avis, le critère le plus convaincant reste la confrontation entre les grandeurs observées et les grandeurs simulées hors-échantillon : les auteurs des grands modèles macroéconomiques le savent parfaitement.

(44) J'entends par variabilité « intrinsèque » l'existence de causes non liées à l'estimation du modèle ou à des facteurs historiques non quantifiables.

(45) En effet, la relation [10]' montre que le paramètre  $\gamma_1$  est supposé opérer efficacement le passage entre « l'optimisme économique » des ménages (indice I) et « l'optimisme économique » des porteurs d'actions, hypothèse qui n'a rien d'intuitif a priori; bien que les résultats montrent a posteriori qu'elle peut être admise en première approximation. Naturellement, nous admettrons que l'indice I — qui n'est qu'une transformation linéaire de l'indice du « Sentiment du Consommateur » — fournit une estimation valable du degré de « l'optimisme économique » des ménages, hypothèse étayée notamment par les résultats présentés sur le Graphique II. Notons sur ce point la possibilité d'un progrès en transformant l'indice synthétique qualitatif I en un taux numérique d'optimisme économique (ayant, comme les autres grandeurs de la relation [10] une dimension temporelle), en supposant une distribution normale des réponses qualitatives données par les individus, et en supposant un seuil de perceptibilité constant, comme cela a déjà été appliqué dans d'autres domaines (notamment concernant les prévisions d'inflation des ménages, comme le montre mon article sur « Une Mesure des Anticipations d'Inflation à Court Terme des Ménages en France, 1964-1985, Revue d'Économie Politique, N° 6, 1985). Cependant, le solde des réponses, qui constitue l'indice du « Sentiment du Consommateur », fournit sans doute une approximation acceptable du taux numérique recherché, à un facteur près (sur ce point, voir notamment l'article de M. Fansten, « Introduction à une Théorie Mathématique de l'Opinion, Annales de l'INSEE, Janv. Mars 1976, p. 12).

### 1. La fonction $z = z(I)$ est-elle linéaire?

La relation [10]' peut être complétée en ajoutant à droite de l'équation (variables exogènes), les variables  $I^2(t)$  et  $I^3(t)$ . Sur la période 1953-80, les calculs effectués montrent que :

- la variable  $I^3(t)$  n'est pas significative;
- par contre, la variable  $I^2(t)$  semble intervenir. On obtient en effet les résultats suivants (46) :

$$\left[ \frac{R_m}{A} \right] (t) - j_m(t) + r_m(t) = 3.43 - \underset{(-7.1)}{0.025} I(t) - \underset{(-2.8)}{0.0013} I^2(t) - \underset{(-7.9)}{0.018} S(t) + \varepsilon(t)$$

$$R = 0,879; \quad \sigma(\varepsilon) = 0.303 \%$$

Ces résultats suggèrent trois remarques :

- si l'on se fie à la valeur du « t » de Student, la variable  $I^2(t)$  semble tenir un certain rôle (bien que sensiblement moins grand que les variables  $I(t)$  et  $S(t)$ );
- le coefficient venant devant la variable  $S(t)$  est pratiquement inchangé que l'on ajoute ou non la variable  $I^2(t)$ ;
- l'équation peut encore s'écrire :

$$\frac{R_m}{A} (t) - j_m(t) + r_m(t) = 3.43 - \gamma_1(t) \cdot I(t) - 0.018 S(t) + \varepsilon(t)$$

avec :  $\gamma_1(t) = 0.025 + 0.0013 I(t)$

Cette présentation montre que les résultats peuvent s'interpréter comme reflétant une *variabilité* de  $\gamma_1$  en fonction de « l'optimisme économique » lui-même : plus l'optimisme est grand, plus grande serait l'influence de cet optimisme sur la bourse; ainsi pourrait-on interpréter une part de la dérive en baisse du paramètre  $\gamma_1$ , puisque, au cours de cette période, la tendance de  $I(t)$  est elle-même orientée en baisse (47).

— cependant, la qualité de l'ajustement est peu améliorée si l'on ajoute la variable  $I^2(t)$ , puisque l'on obtient :

- $R = 0.879$ ;  $\sigma(\varepsilon) = 0.303 \%$  avec la variable  $I^2(t)$ ;
- $R = 0.870$ ;  $\sigma(\varepsilon) = 0.313 \%$  sans la variable  $I^2(t)$ ;

Sans aucun doute, *ceci limite considérablement l'intérêt d'introduire la variable  $I^2(t)$  dans la relation [10]' (48).*

En conséquence, bien qu'il existe des signes ténus de non-linéarité, la complexité additionnelle d'introduction d'une non-linéarité dans ce compartiment de la formulation paraît exagérée au regard du gain possible dans la qualité des ajustements (d'autant plus qu'un paramètre arbitraire vient s'ajouter) (49), au moins en situation courante (50).

### 2. Modifications dans la structure des détenteurs d'actions et « optimisme économique » modulé selon les détenteurs.

Du début des années 1950 à la fin des années 1970, la part de la capitalisation boursière des actions détenues par les ménages s'est abaissée sensiblement au profit de la part détenue par les « institutionnels ». Par conséquent, comme l'indice  $I$  « d'optimisme économique » utilisé pour les

(46) Pour ne pas modifier la constante  $\gamma_0$ , la moyenne de la variable  $I^2(t)$  a été annulée (tout comme les moyennes des variables  $I(t)$  et  $S(t)$ ).

(47) Une autre approche a été envisagée, consistant à analyser la corrélation entre les 19 valeurs  $\gamma_1(n)$  (Graphique V) et les valeurs moyennes  $I(n)$  de l'indice  $I$  au cours des 19 périodes; on obtient  $r(\gamma_1(n), I(n)) = 0.55$ . Ce résultat confirme donc l'hypothèse d'une influence de « l'optimisme économique » sur l'intensité avec laquelle les opérateurs en bourse réagissent à ce phénomène, mais aussi le caractère ténu de ce phénomène.

(48) C'est pourquoi j'écrivais, dans la note (81) p. 112 de mon ouvrage à propos de l'adjonction de la variable  $I^2(t)$  : « les résultats n'ayant pas été significativement améliorés, cette hypothèse a été abandonnée ». Des calculs effectués en distinguant les périodes 1953-66 et 1967-80 ont montré que la liaison entre  $\gamma_1(t)$  et  $I(t)$  (supposée linéaire) est elle-même instable (!).

(49) Bien sûr, rien ne dit que la non-linéarité doit prendre la forme d'un polynôme. Cependant, on peut penser qu'un polynôme du troisième degré approxime très valablement la véritable fonction non linéaire pour un pays et une période donnés.

(50) En fait, l'hypothèse d'une non-linéarité devrait être examinée au cours de situations extrêmes (ex. : crise de 1929). Mais nous n'avons pas l'indicateur  $I$  pour ces périodes, à ma connaissance.



vérifications empiriques du modèle est estimé à partir d'enquêtes auprès des *ménages*, l'affaiblissement tendanciel possible du paramètre  $\gamma_1$  pourrait résulter de la désaffection progressive des particuliers pour le marché des actions (51), phénomène ne pouvant être pris en compte par la formulation sous sa forme actuelle.

Un modèle simple permet d'illustrer et de préciser cette hypothèse. Soient :

—  $I^P$ , l'indice « d'optimisme économique » de l'ensemble des porteurs d'actions, dont on recherche une mesure;

—  $I_m$ , l'indice « d'optimisme économique » des *ménages porteurs d'actions*,

—  $I_{1-m}$ , l'indice « d'optimisme économique » des *porteurs d'actions autres que les ménages* (institutionnels, banques, entreprises...).

En première approximation, on peut admettre l'égalité entre l'indice « d'optimisme économique » de l'ensemble des ménages ( $I_m =$  « Sentiment du Consommateur », à une transformation linéaire près), et l'indice « d'optimisme économique » des *ménages porteurs*, soit :

$$[a] \quad I_m(t) = I_m(t)$$

Cette égalité supposée signifie que « l'optimisme économique » des ménages (qui dépend, pour l'essentiel de facteurs extérieurs à la bourse) est le même selon que les individus possèdent ou non des actions.

Par ailleurs, il semble naturel de définir l'indice synthétique recherché  $I^P$  pour l'ensemble des porteurs, par une moyenne pondérée des ménages porteurs et des non-ménages porteurs, soit (52) :

$$[b] \quad I^P(t) = \alpha(t) I_m(t) + (1 - \alpha(t)) I_{1-m}(t)$$

$$\text{Avec } \alpha(t) = \frac{\text{Capitalisation boursière des ménages}}{\text{Capitalisation boursière totale des actions}}(t)$$

Les relations [a] et [b] mènent ainsi à la relation suivante, dans laquelle  $I_m(t)$  est connu :

$$[c] \quad I^P(t) = \alpha(t) I_m(t) + (1 - \alpha(t)) I_{1-m}(t)$$

Supposons encore que « l'optimisme économique » des porteurs non-ménages soit *proportionnel* à « l'optimisme économique » des ménages :

$$[d] \quad I_{1-m}(t) = \lambda \cdot I_m(t), \text{ avec } \lambda > 0 \text{ (53)}$$

(51) Entre 1963 et 1978, la répartition de la capitalisation boursière selon les détenteurs d'actions est la suivante aux États Unis (voir « Les Actionnaires : les Français et le Marché des Actions », La Documentation Française, p. 74 Tab. XVIII).

	1963	1965	1968	1970	1974	1975	1978
Particuliers (ménages) . . . . .	45,9	49,2	51,7	45,6	34,3	35,	38,3
Investisseurs institutionnels et intermédiaires financiers . . . . .	38,1	38,4	38,	41,3	51,1	48,8	45,5
Entreprises . . . . .	12,9	9,5	7,6	7,6	10,7	10,7	10,7
Etranger . . . . .	3,1	2,9	2,7	2,7	3,9	5,5	5,5
	100	100	100	100	100	100	100

Source : évaluation réalisée à partir d'éléments fournis par la SEC (Rapport annuel et Statistical Bulletin)

En réalité, il faut augmenter d'environ 7 à 8 % la part détenue par les particuliers et diminuer d'autant celle des institutionnels, car ces derniers détiennent 7 à 8 % des actions aux noms de particuliers; cependant, les évolutions sont peu modifiées. Ces chiffres montrent que la baisse de la part des particuliers enregistrée au cours des années 1950 s'est stoppée au début des années 1960 pour reprendre au début des années 1970. Ce mouvement n'est pas sans ressemblance avec celui du paramètre  $\gamma_1(t)$  indiqué sur le Graphique VI.

(52) Pour ne pas compliquer l'analyse, on suppose ici que les non ménages porteurs constituent un groupe homogène (professionnels spécialistes du marché financier) du point de vue de la perception des facteurs conjoncturels conduisant à un certain degré « d'optimisme économique ». Mais on pourrait distinguer des sous groupes au sein des non ménages porteurs (voir note (41)).

(53) On suppose donc une influence *homothétique* des facteurs  $\pi$ ,  $q$  et  $\sigma_q$  sur  $I_m$  et sur  $I_{1-m}$ , soit :

$$I_m(t) = a \pi(t) - b q(t) - c \sigma_q(t) + d + \varphi(t) \text{ (voir graphique II)}$$

$$I_{1-m}(t) = \lambda \cdot a \pi(t) - \lambda \cdot b q(t) - \lambda \cdot c \sigma_q(t) + \lambda \cdot d + \lambda \cdot \varphi(t)$$

Si cette hypothèse d'homothétie n'est pas satisfaite, la relation entre  $I_m(t)$  et  $I_{1-m}(t)$  devient beaucoup plus complexe, car le facteur  $\lambda$  devient lui-même une *variable* dépendant des facteurs  $\pi$ ,  $q$ ,  $\sigma_q$  et  $\varphi$ .

Les relations [c] et [d] permettent de déduire la relation suivante :

$$[e] \quad I^P(t) = [\alpha(t)(1 - \lambda) + \lambda]. I_m(t) = k(t). I_m(t)$$

Cette dernière relation montre donc que :

— si on a la condition  $\lambda < 1$ , le facteur de proportionnalité  $k(t)$  varie *dans le même sens* que la part  $\alpha(t)$  des ménages dans la capitalisation boursière des actions;

— si on a la condition  $\lambda > 1$ ,  $k(t)$  varie *en sens inverse* de  $\alpha(t)$ ;

— enfin, si on a la condition  $\lambda = 1$ , on obtient  $k = 1$ , de sorte que  $k$  est indépendant de  $\alpha(t)$ .

Par souci de simplicité, la relation [10]' de la formulation a été présentée avec l'indice  $I = I_m$ , alors qu'en théorie c'est l'indice  $I = I^P$  qui est naturellement approprié. En re-écrivant [10]' en remplaçant  $I(t)$  par  $I^P(t)$ , et en y reportant la relation [e] définissant  $I^P(t)$ , on obtient :

$$[10] \quad \frac{R_m}{A}(t) - j_m(t) + r_m(t) = \gamma_0 - \gamma_1.k(t) I_m(t) - \gamma_2 s(t) + \varepsilon(t)$$

On voit donc que si la réalité correspond à la première condition ( $\lambda < 1$ ), le facteur  $\gamma_1.k(t)$  varie dans le même sens que la proportion  $\alpha(t)$ . Or, au cours de la période 1953-80, on a constaté une baisse de la tendance du paramètre  $\gamma_1$  (*graphique V*), et nous savons aussi que  $\alpha(t)$  a diminué. Par contre, si l'on admet que la variabilité observée du paramètre  $\gamma_1$  est attribuable à l'estimation du modèle ou à des contingences historiques non quantifiables, cette hypothèse revient à poser  $\lambda = 1$ , ce qui implique  $k = 1$  et donc  $\gamma_1.k(t) = \gamma_1$ ; dans ce cas, il n'existe aucun biais attribuable à une mauvaise spécification de l'indice « d'optimisme économique » retenu ( $I^P(t) = I_m(t)$ ), car le paramètre  $\gamma_1$  est effectivement constant.