Journal de la société statistique de Paris

Oleg Arkhipoff

Qu'est-ce que l'économie nationale ?

Journal de la société statistique de Paris, tome 126, nº 3 (1985), p. 111-123
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1985__126_3_111_0>

QU'EST-CE QUE L'ÉCONOMIE NATIONALE ?

Oleg ARKHIPOFF
Administrateur de l'Institut national de la statistique et des études économiques

La comptabilité nationale est une certaine représentation de ce concept aussi usuel que vague qu'est l'économie nationale ; il en existe bien d'autres. On montre ici que la classe de toutes les représentations possibles, effectives ou potentielles, constitue ce que les mathématiciens appellent une catégorie. Ainsi, le concept d'économie nationale reçoit maintenant une définition précise et opérationnelle : toute une série de questions importantes, quoique jusqu'ici confusément ressenties, peuvent ou pourraient recevoir une formulation précise, facilitant d'autant la recherche de solutions.

L'argumentation faite ici requiert l'introduction de plusieurs notions de base : micro-base, cohérence, agrégation, agrégation simple, ajustement, modélisation et représentation. Au passage, différents problèmes sont évoqués : existe-t-il une cohérence économique d'ensemble ? – Qu'est-ce qu'un niveau d'agrégation et comment peut-on passer d'un de ces niveaux à l'autre ? – Que signifie la proposition : la comptabilité nationale est une bonne approximation de la cohérence économique d'ensemble ? – La catégorie Économie Nationale est-elle également une catégorie sémantique ? – Cette catégorie peut-elle servir de fond de carte pour l'institution d'une hiérarchie de métrologie économique ? Etc.

Mots-clés : économie nationale; représentations économiques; base des données micro-économiques; niveaux d'agrégation; cohérence économique globale; modélisations.

What is National Economy?

National Accounting is a particular means of representing that concept as usual as ill defined which is termed National Economy. It is shown here that the class of all possible effective or potential representations constitutes what mathematicians call a category. Thus, the concept of National Economy is given a precise and operational definition: quite a lot of important questions, dimly perceived until now, can or may receive a clear formulation which will facilitate the finding of solutions.

The argumentation here made requires the introduction of several basic notions: micro-database, coherence, aggregation, simple aggregation, adjustment, modelisation and representation. By the way, various problems are evoked: does an overall coherence exist? What is an aggregation level and how to pass from one level to another? What is the meaning of the following proposition: Is National Accounting a good approximation of the overall economic coherence? Does the category "National Economy" constitute a semantic category too? May this category serve as a map for the implementation of an economic metrological hierarchy? Etc.

Keywords: National Economy; Economic Representations; Microeconomic Data Base; Aggregation Levels; Overall Economic Coherence; Modelisations.

Le présent article développe certains points abordés dans une communication présentée au Colloque de Comptabilité nationale qui s'est tenu récemment à Paris [1]. Il forme un tout avec deux autres articles publiés dans ce même Journal [2], [3]. Il a été présenté à un séminaire de recherche, à l'I.N.S.E.E., en mai dernier.

De quoi s'agit-il exactement ? En premier lieu, la conclusion principale de l'article consacré au formalisme comptable en comptabilité nationale ([3]) est que la cohérence dite comptable de la comptabilité nationale *n'est pas un absolu* comme on le prétend quelquefois, mais seulement *approchée.* Ce seul fait, dès qu'on le prend au sérieux, suffit à modifier radicalement la vision classique qu'on a de la *macro-économie descriptive*

(*), sinon de la théorie macro-économique en général. Change l'importance relative des problèmes anciens, et apparaît une multitude de problèmes nouveaux.

En particulier, la question de la fiabilité des comptes nationaux passe au premier plan, puisqu'aux erreurs d'observation habituelles s'ajoute un « jeu » conceptuel inéluctable. Dorénavant, c'est avec prudence qu'on utilisera la « propriété d'amélioration des données de base », attribuée à la comptabilité nationale, du fait de la cohérence comptable. Et l'on devra abandonner le mythe d'une structuration rigide et absolue de l'ensemble de l'information économique et sociale, portant sur la Nation.

Tout cela débouche sur une vision nouvelle et plus réaliste de ce qu'on désigne par le terme d'*Économie nationale*. Si l'on ose une métaphore hardie, on dira, d'une part, que la macro-économie descriptive ne tourne pas autour de la comptabilité nationale, et, d'autre part, que la constellation des comptes nationaux n'est qu'une constellation particulière au sein d'une gigantesque immensité d'autres possibles. La métaphore est certes téméraire, mais les lignes qui vont suivre suggèrent bien une réalité de cette ordre.

1 - L'ENSEIGNEMENT TIRE DE L'ÉLABORATION DES COMPTES NATIONAUX

L'observation d'une pratique, celle de l'élaboration des comptes nationaux, permet par abstraction d'aboutir au concept général de « système de comptabilité nationale », puis, dans un deuxième temps, à celui d'« économie nationale », grâce aux notions de « représentation » et de « modélisation ».

Mais, tout d'abord, pourquoi tellement privilégier les procédures du comptable national, par rapport à celles du modélisateur, voire du statisticien ? C'est que le comptable national est plus sûr de son fait que le modélisateur, de par la confiance qu'il place en la *cohérence comptable*. Cette situation de fait est ratifiée par l'affirmation bien connue que la comptabilité nationale sert à nourrir les modèles. Ce qui sera dit de la comptabilité nationale sera donc a fortiori vrai des modèles.

Examinons donc la pratique du comptable national. Très schématiquement les choses se passent comme ceci. Le comptable national part d'un ensemble de K données primaires (primaires pour le comptable national s'entend) qu'on peut représenter sous la forme d'un K-uple

$$d = < d_1, d_2, \dots, d_K >,$$

K étant un nombre très grand.

Tout d'abord, le comptable va agréger « simplement » d, c'est-à-dire les K données primaires d_1, d_2, ..., d_K, pour aboutir à n « agrégats » $x_1, x_2, \dots, x_n$, (n très petit par rapport à K). On peut également représenter ces agrégats x_t par un n-uple

$$x = < x_1, x_2, \dots, x_n >.$$

Ce sont ces n agrégats qui devraient apparaître dans les tableaux (ou comptes nationaux) que se propose d'élaborer notre comptable.

Mais, même (et surtout) en supposant les données primaires d_t **parfaitement connues,** le comptable national constate alors que les agrégats finals x_t ne sont pas cohérents entre eux, en ce sens qu'ils ne vérifient pas un certain nombre d'équations données a priori et censées être intangibles, équations que nous dénoterons symboliquement par P (P, par exemple, sera un ensemble de relations « comptables »).

(*) ou : description de l'économie dans son ensemble ; ce terme, utilisé faute de mieux, est forgé sur le modèle de « statistique descriptive » comme opposé à « statistique mathématique ».

Il faut donc *ajuster* ces agrégats x_i de manière à ce que les agrégats x_i^* obtenus après ajustement soient, eux, cohérents. Ce sont ces n agrégats ajustés

$$x^* = < x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^* >,$$

qui constitueront les tableaux ou comptes nationaux publiés.

La figure 1 résume ce qui vient d'être succinctement et schématiquement exposé.

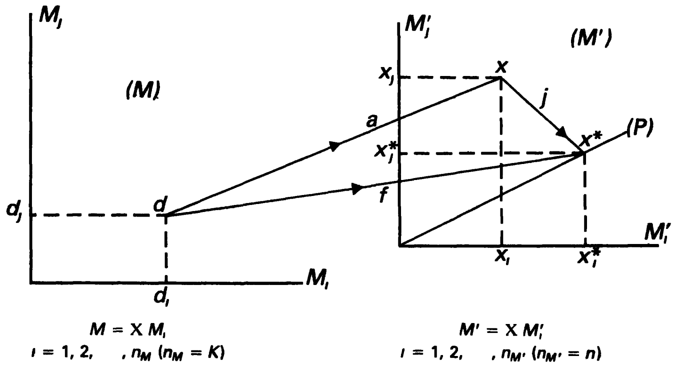

FIG. 1

Commentaires de la figure 1 :

Les K-uple et n-uples d, x et x^* peuvent être considérés comme des vecteurs, respectivement, d'un espace cartésien à K dimensions $M = \times\ m_i$ (c'est l'espace des données « primaires » d) et d'un espace à n dimensions $M' = \times\ M'_i$, $d \in M$, x, $x^* \in M'$. La cohérence P apparaît comme un certain sous-ensemble P de M' (très souvent, c'est un hyperplan). Cela dit, l'agrégation « simple » consiste à passer du vecteur d au vecteur x grâce à une certaine application a de M dans M' : $x = a(d)$. Et l'ajustement permet de passer de x à x^* par le moyen d'une application j de M' dans M', de façon à ce que l'on ait toujours $x^* \in P$, avec $x^* = j(x)$. Ou encore, plus brièvement, l'élaboration des comptes nationaux x^* ($x^* \in P$) consiste à passer de d à x^* par le truchement d'une application f de M dans M', f étant la composition de a suivie de j : $f = ja$.

La pratique réelle est évidemment plus complexe. Par exemple, les agrégats sont évalués en évolution et non pas en niveau, selon l'expression consacrée ; et les ajustements sont souvent effectués à plusieurs niveaux. Tout cela complique passablement le schéma qui vient d'être esquissé, mais ne change absolument rien à l'essentiel des conclusions (change, peut-être, la nature de j – $j^2 \neq j$).

Une remarque ponctuelle : on tient trop souvent pour *identiques* des données qui ne sont qu'*équivalentes*. Ainsi un total de dépenses est équivalent à un total de recettes, en ce que les deux variables sont de même espèce, parce que, par définition, désignant un certain *flux*. Ce qui ne veut pas dire qu'une fois fixées la période comptable et les deux mesures effectivement faites, les données obtenues soient nécessairement identiques.

Dans ce même ordre d'idées, ne retenir comme mesure du flux qu'une seule des deux données (parce que, par exemple, on ne sait pas mesurer l'autre) n'est qu'une manière déguisée d'ajustement de données équivalentes mais distinctes.

En général, la procédure d'ajustement j (c'est-à-dire l'application j) est une projection de M sur P ; en d'autres termes, si d'aventure on avait $x \in P$, on n'aurait point besoin d'ajuster. Formellement, quel que soit $x \in P$, $j(x) = x$. C'est-à-dire, de façon équivalente, j est une application idempotente : $j^2 = j$.

Un système de comptabilité nationale peut donc être ramené à la donnée de trois ensembles M, M' et

P (P sous-ensemble de M'), et d'une application $f = ja$ ($j^2 = j$ et $j(M') = P$). Ou, de manière encore plus abstraite, le système se résume en la donnée d'une certaine application f de M dans M'.

Bien entendu, plusieurs points de l'exposé qui vient d'être fait sont restés dans l'ombre. C'est ainsi que n'ont pas été définis les agrégats d et x (il va sans dire que les données « primaires » d sont déjà des agrégats). Nous symboliserons la définition de d par g et celle de x par g'.

En pratique, les définitions g et g' se traduiront par des libellés de tableaux, des rubriques, des dénominations, précisés le cas échéant par des notes de bas de page, des paragraphes méthodologiques, etc. (Le Livre blanc de Stone de 1941 est, à cet égard, très typique [9]).

On peut d'ores et déjà introduire une nouvelle notion, celle de *représentation,* un certain K-uple (ou n-uple) assorti d'une définition g (ou g'). Nous avons ici deux représentations, notées symboliquement par :

$$\mu = \langle M, g \rangle \qquad \text{et} \qquad \mu' = \langle M', g' \rangle,$$

μ étant la représentation primaire d'où part le comptable nationale et μ' celle des « comptes nationaux ».

Cela nous permet de représenter symboliquement un système de comptabilité nationale par une « flèche » (ou *morphisme,* ou *modélisation*) $f : \mu \to \mu'$ permettant de passer de μ à μ'.

Avec, toujours ici, $f = ja$, $j^2 = j$, $j(M') = P$, et, symboliquement, $a : \mu \to \mu'$ et $j : \mu' \to \mu'$.

Mais d'autres points encore restent à préciser.

2 - La notion d'agrégat

Il convient tout d'abord de donner un contenu précis aux symboles g et g' qui viennent d'être introduits. Et, avant tout, il est nécessaire de préciser ce qu'on entend exactement par *agrégation* et par *agrégat.* Commençons par poser un premier postulat.

Postulat : il existe une (et une seule) microbase B^*.

Précisons tout de suite ce qu'on entend ici par *microbase.*

L'idée directrice est que l'économie nationale se ramène à la donnée d'un très grand nombre N de données élémentaires $b_1, b_2, \ldots, b_N$, « les plus fines possibles », N étant très, très grand par rapport à K (cf. [1], pp. 8-9).

Les microdonnées b_i seront, par exemple, celles fournies immédiatement par les unités économiques élémentaires constitutives de l'économie nationale.

Bref, B^* est la collection de tous les N-uples $b = \langle b_1, \ldots, b_i, \ldots, b_N \rangle$ possibles avec $b_i \in B_i$, $i = 1, 2, \ldots, N$. Donc B^* est le produit cartésien $B^* = \times B_i$ de N ensembles B_i. Nous dénoterons par β_i la projection canonique de B^* sur B_i (il y a N projections qui sont autant de surjections).

On remarquera que nous n'avons fait aucune hypothèse sur la nature des B_i .

Nous dirons maintenant qu'un *agrégat* $d_i \in M_i$ est défini par la donnée d'une certaine surjection g_i de B^* sur M_i , la surjection étant dite, elle, *agrégation :*

$$d_i = g_i(b_1, \ldots, b_N).$$

Cela dit, on ne considérera dans la présente théorie que certains ensembles particuliers dont la collection, ou classe, sera notée par $\mathcal{M}$. $\mathcal{M}$ sera la classe de tous les ensembles M, produits cartésiens d'un certain nombre n_M d'ensemble M_i (on notera par m_i la projection de M sur le M_i correspondant), M_i pouvant être égal à B^* lui-même ou bien le codomaine (ou but) d'une certaine surjection g_i de domaine (ou source) B^*, n_M étant égal ou supérieur à 1. On appellera *sélection* toute projection de B^* sur un de ses produits cartésiens ; en particulier, $\beta_i : B^* \to B_i$ est une sélection. Les sélections, étant toutes surjectives, sont donc des agrégations.

On voit aussitôt que B^* et ses ensembles facteurs B_i font partie de la classe $\mathcal{M}$. Il en est de même pour tout M_i.

Nous sommes maintenant outillés pour définir ce que, dans une représentation $\mu = < M, g >$, nous entendons exactement par g, « définition des agrégats d_i », $i = 1, 2, \ldots, n_M$: par définition même du produit cartésien, la famille des surjections g_i, $i = 1, 2, \ldots, n_M$, $g_i : B^* \to M_i$, définissant les n_M agrégats d_i est en correspondance biunivoque avec l'application g de B^* dans M telle que, quel que soit $i = 1, 2, \ldots, n_M$, $g_i = m_i g$ (cf. figure 2).

Quoique chaque g_i soit surjective, il ne s'ensuit nullement que l'application g associée soit, elle, surjective. Mais si g est surjective, tout g_i associé ($g_i = m_i g$) est une surjection : si un agrégat d est représentable par un n-uple, ses composantes sont encore des agrégats.

$$\begin{tikzcd} B^* \arrow[r, "g"] \arrow[dr, "g_i"'] & M \arrow[d, "m_i"] \\ & M_i \end{tikzcd}$$

FIG. 2

3 - LA NOTION D'AGRÉGATION SIMPLE

Nous avons introduit plus haut, intuitivement, la notion d'agrégation simple $a : M \to M'$ $(M, M' \in \mathcal{M})$ sans préciser ce que nous entendions par là. La première idée qui vient à l'esprit est que la procédure a (en fait une application) est un calcul simple (une simple addition par exemple, ou bien encore un « tableau de passage », en général pas trop compliqué, montrant comment on passe par additions et soustractions d'une série d'agrégats à une autre). Cette idée n'est pas tout à fait sans fondement, mais, tous comptes faits, la complexité plus ou moins grande des calculs est affaire très accessoire.

Il vaut mieux dire en premier lieu que *l'agrégation simple possède une propriété de conservation* (c'est, si l'on veut un homomorphisme d'une certaine espèce). Or, ce qu'il importe dans tout cela est de conserver la cohérence « économique ». Nous dirons donc qu'une *agrégation simple* $a : \mu \to \mu'$ $(\mu = < M, g >$, $\mu' = < M', g' >)$ est une application a de M dans M' telle que $g' = ag$ (cf. figure 3).

Mais qu'est-ce la cohérence H^* de l'économie nationale ?

$$\begin{tikzcd} M \arrow[rr, "a"] & & M' \\ & B^* \arrow[ul, "g"] \arrow[ur, "g'"'] & \end{tikzcd}$$

FIG. 3

4 - Le concept de cohérence économique

La cohérence est naturellement introduite en comptabilité nationale et dans la plupart des modèles actuels (sinon tous) comme la donnée d'un certain ensemble P de relations liant des agrégats, relations plus ou moins compliquées. Mais plaçons-nous tout de suite à l'origine de tout, à l'origine métrolologique, savoir la microbase B^*. L'idée que l'économie nationale est « cohérente » signifie que les N données primaires b_i sont liées entre elles et ne peuvent, simultanément, évoluer n'importe comment ; en d'autres termes, le N-uple b est assujetti à demeurer dans un certain sous-ensemble H^* de B^*.

Nous appellerons *cohérence primaire* cet ensemble H^*, partie de B^*, *en supposant bien entendu qu'il existe, ce qui est notre second postulat.*

Dès lors, nous pouvons définir sur toute représentation $\mu = < M, g > (M \in \mathcal{M})$ une cohérence induite $g(H^*)$ qui n'est autre qu'un certain sous-ensemble de M.

> C'est ici que nous retrouvons l'idée de « calcul » dans la notion d'agrégation (simple) : la cohérence primaire H^* induit sur M une cohérence spécifique secondaire $g(H^*)$ qui limite le champ possible d'évolution de $d = g(b)$.

Dès lors, est justifiée notre définition de l'agrégation simple $a : M \to M'$ puisque l'on a bien : $a(g(H^*)) = g'(H^*)$. Nous illustrerons tout cela par un retour à la figure 1, que nous compléterons en faisant apparaître les cohérences induites $g(H^*)$ et $g'(H^*)$, ce qui nous conduit à la figure 4, où nous avons :

$$fg(H^*) = P \subset g'(H^*).$$

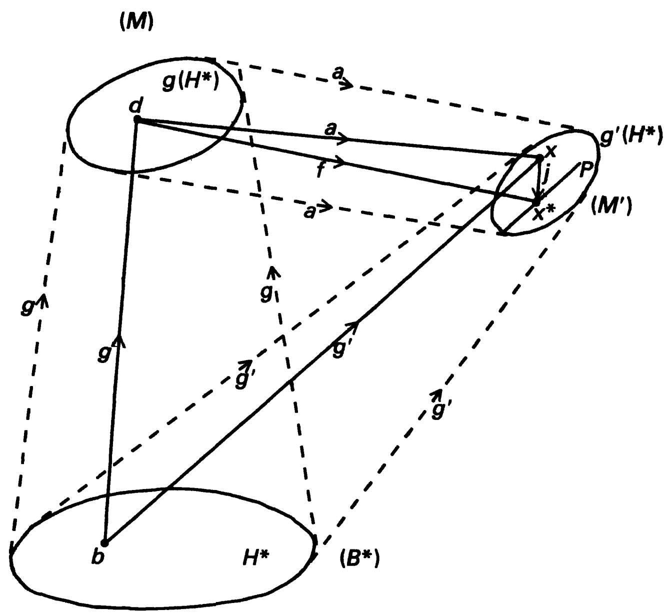

Fig. 4

5 - Concept de modélisation

Revenons à nouveau à notre point de départ, savoir l'observation de la manière dont s'élaborent les comptes nationaux. Il a été dit que tout ce travail pouvait se résumer en une application $f = ja$ d'un ensemble des données primaires M dans un ensemble M', celui des agrégats figurant dans les comptes nationaux, soit donc $f : M \to M'$. Ou, mieux encore, ce travail se ramenait à la donnée d'une flèche ou morphisme $f : \mu \to \mu'$, allant d'une représentation $\mu = < M, g >$ vers une autre représentation $\mu' = < M', g' >$, puisque on fait intervenir, en plus, l'indispensable définition g des agrégats de M et celle, g', non moins indispensable, de ceux de M' ; ce qui a l'avantage de bien ancrer tout le travail du comptable national dans la réalité économique résumée par B^* (fig. 4).

L'avantage du comptable national sur le modélisateur, avons-nous dit, est que le premier était sûr de sa cohérence P, au point que, dans les moments d'euphorie, il lui arrivait de croire que $P = g'(H^*)$. Le point capital pour notre propos est que *même le comptable national* doit *ajuster* ses agrégats x_i, $i = 1, 2, \ldots, n_{M'}$. Et que par conséquent, qu'on soit comptable ou modélisateur, la cohérence P n'est qu'une partie seulement de $g'(H^*)$.

Les faits sembleraient confirmer l'optimisme du comptable national, en ce que le point x, dans la figure 1, moyennant le choix d'une topologie raisonnable resterait très proche de P [4], [5] : P serait donc assez « voisin » de $g'(H^*)$. De tout cela émerge l'idée nouvelle d'une comptabilité nationale approximation valable de la cohérence réelle, relativement à une classe particulière de topologies définies sur M'.

On peut dès lors très facilement généraliser. On appellera *modélisation*, toute application f de M dans M' $(M, M' \in \mathcal{M})$, telle que :

$$fg(H^*) \subset g'(H^*). \tag{1}$$

En fait, comme il est absolument impossible, ici, de passer sous silence g et g', plus précisément une modélisation f sera une flèche

$$f : \mu \to \mu',$$

avec $\mu = < M, g >$, $\mu' = < M', g' >$, associée biunivoquement à une application f (abus de notation évident ici), dite sous-jacente, de M dans M' et vérifiant (1). On peut alors énoncer le théorème central suivant :

> *Théorème :* Toute application identique $1_M : M \to M$ (ou, plus précisément, $1_\mu : < M, g > \to < M, g >$) est une modélisation.
>
> La composition des applications sous-jacentes à deux modélisations consécutives (le but de l'une est la source de l'autre) est encore une modélisation (l'application composée vérifie (1)).

La démonstration de ce théorème est aisée. Elle fait intervenir, en particulier, la propriété bien connue que si $A \subset B$, $h(A) \subset h(B)$ pour toute application h (convenable).

Toutes les agrégations simples $a : \mu \to \mu'$ sont des modélisations. Sont des agrégations simples : les morphismes du type $1_\mu : \mu \to \mu$ (et en particulier 1_{μ^*}, avec $\mu^* = < B^*, l_{B^*} >$), – les morphismes définissant les divers agrégats $g_i : \mu^* \to < M_i, g_i >$, – et tous les $g : \mu^* \to < M, g >$. Si $f = ja$ est une modélisation, j est une modélisation dès que a est une agrégation simple.

6 - Le concept d'économie nationale

L'idée intuitive qu'ont de l'économie nationale les théoriciens est celle d'un tout organique. Cela dit, chaque auteur précise cette notion, chacun pour son propre compte, par une certaine représentation $\mu = \langle M, g \rangle$, assortie d'une cohérence P ; donc chacun produit un modèle (statique dans cet exposé sommaire). C'est là, évidemment une vue *partielle* de l'économie (il y a manifestement toujours une pluralité très grande d'autres modèles possibles, dont le nombre défie l'imagination) ; et c'est une vue *partiale,* car la représentation choisie l'est toujours pour une finalité particulière (point abondamment commenté, en son temps, par Ingvar Ohlsson [6]).

Pour clore ces généralités, il est évident que, dès qu'on veut mesurer effectivement ce dont on parle, on est amené directement ou indirectement à considérer l'origine métrologique que constitue la microbase B^*, et à faire des hypothèses sur la cohérence d'ensemble H^*.

Nous sommes maintenant en mesure de définir le concept d'économie nationale $\mathscr{E}^* = \mathscr{E}^*(B^*, H^*)$ comme suit. Nous nous donnons B^*, ce qui délimite aussitôt la classe $\mathscr{M}$ des ensembles produits cartésiens M et celle, $\mathscr{G}$, des applications $g : B^* \to M$ possibles. La donnée du sous-ensemble H^* de B^* délimite la classe des modélisations $f : \mu \to \mu'$ compatibles avec ce qui précède.

Cela dit, l'*économie nationale* sera la catégorie $\mathscr{E}^*$ dont la classe des objets sera celle de toutes les représentations $\mu = \langle M, g \rangle$ possibles (c'est-à-dire $M \in \mathscr{M}$ et $g \in \mathscr{G}$), et dont la classe des flèches (ou morphismes) sera celle de toutes les modélisations correspondante. De plus, on définira le produit de deux modélisations de $\mathscr{E}^*$ par la composition des applications sous-jacentes (dès que cela aura un sens). Il est alors facile (mais fastidieux) de montrer que $\mathscr{E}^*$ *est bien une catégorie au sens mathématique du terme* (voir, par exemple, [7]). Dans cette catégorie, en particulier, tous les morphismes-unités sont les modélisations du type 1_μ, $\mu = \langle M, g \rangle$, associées biunivoquement aux applications-identités $1_M : M \to M$ correspondantes.

La définition de la catégorie $\mathscr{E}^*$ fait apparaître un foncteur F d'oubli de structure particulier de $\mathscr{E}^*$ dans la catégorie *Ens* de tous les ensembles munis de leurs applications :

$$F : \mathscr{E}^* \to Ens,$$

avec, quel que soit $\mu = \langle M, g \rangle$, $F(\mu) = M$, et, quelle que soit $f : \mu \to \mu'$ ($\mu = \langle M, g \rangle$, $\mu = \langle M', g' \rangle$), $F(f) = f : M \to M'$, l'application « sous-jacente » f étant telle que $fg(H^*) \subset g'(H^*)$. Tout cela avec un certain abus de notation, bien entendu. F est un foncteur fidèle.

En ne retenant, dans $\mathscr{E}^*$, que les modélisations qui sont des agrégations simples, avec une définition identique du produit, on obtient une catégorie $\mathscr{A}^*$ (celle des agrégations simples) *qui est une sous-catégorie de* $\mathscr{E}^*$.

C'est l'occasion de dresser une *typologie sommaire des modélisations de* $\mathscr{E}^*$. Il y a tout d'abord les *modélisations générales f.* Parmi les modélisations particulières, on trouve les *agrégations simples a.* Et, aussi, les *modélisations avec ajustement* qui sont les modélisations $f : \mu \to \mu'$, qui peuvent se mettre sous la forme $f = ja$, avec $a : \mu \to \mu' \in \mathscr{A}^*$ et $j : \mu' \to \mu'$. Un cas particulier de modélisation avec ajustement est ce que nous appellerons un *Système Elargi de Comptabilité Nationale,* ou S.E.C.N., $s : \mu \to \mu'$, $s = ja$, avec $j^2 = j$ et $j \neq 1_{\mu'}$.

Une agrégation simple $a : \mu \to \mu'$ est une modélisation avec ajustement $j = 1_\mu$, cas trivial (mais où P est *supposé* être la totalité de $g'(H^*)$).

Un S.E.C.N. est « élargi », parce que nous ne faisons aucune hypothèse particulière sur la forme de $P = sg(H^*)$ (pour une comptabilité nationale classique, P est un hyperplan de M').

L'ajustement idempotent d'un S.E.C.N. ($j(M') = P$) est caractérisé par le fait qu'on n'ajustera pas un n-uple d'agrégats x_i , produits de l'agrégation simple a, s'il se trouvait être équilibré d'office. Dans un cas plus général, on peut être amené à ajuster un résultat d'agrégation, même équilibré au départ.

7 - Une digression . La cohérence économique globale existe-t-elle vraiment ?

Ce qui vient d'être dit repose fondamentalement sur les postulats d'existence d'une microbase B^* unique et celle d'un certain sous-ensemble H^* de cette base, caractéristique de la cohérence économique globale.

L'idée que l'économie nationale est cohérente, – voire cohérente de façon rigide –, est fortement ancrée dans la littérature. Cette idée est-elle fondée ? Posée dans l'absolu, la question est assurément difficile et n'appelle en fait aucune réponse.

Cette question ne devient opérationnelle que replacée dans un contexte théorique précis, comme c'est ici le cas : la cohérence H^*, définie ou perçue *comme un certain sous-ensemble de* B^*, existe-t-elle ? Essayons de répondre.

Tout d'abord, le contexte adopté ici est essentiellement *statique ;* et, a priori, nous ne devons pas exclure le cas vraisemblable où H^* varie en fonction du temps : $H^* = H^*(t)$. Ne parle-t-on pas fréquemment d'une cohérence dynamique ? Cela ne fait qu'enrichir l'analyse en permettant d'introduire un concept nouveau, celui d'une *cohérence formelle, a-temporelle,* H^{**} formée de la réunion de tous les $H^*(t)$, à condition de supposer, toujours, que H^{**} est une partie de B^* ($H^{**} \neq B^*$).

C'est bien ainsi que la cohérence est perçue en comptabilité nationale, quand on pense « identités comptables », cohérence formelle valable sub specie aeternitatis (c'est-à-dire qu'on *pose implicitement* que $g(H^{**}) = P$). Alors, point remarquable, comme on a $H^*(t) \subset H^{**}$, il y a bien lieu de distinguer « modèle » et « comptabilité nationale », puisque :

$$g'(H^*(t)) \subset g'(H^{**}) = P$$

Mais cette première tentative de prendre en compte le facteur-temps reste à la surface des difficultés : puisque temps il y a, la microbase B^* peut-elle être perçue comme un invariant temporel ? Or, il tombe sous le sens que, même si on admet l'existence et l'unicité de B^* à un moment donné, la microbase de 1980 est certainement très différente de celle de 1930, ne fut-ce qu'à cause de facteurs extra – ou méta-économique comme la mortalité physique des cellules économiques élémentaires.

Bref, le contexte théorique qui nous a servi pour définir la cohérence ($H^* \subset B^*$) ne reste pas stable dans le temps. Ce qui revient à dire que ce concept de cohérence là n'existe pas en définitive, mais n'est qu'un expédient théorique dont il faut se contenter, puisque les invariants sont la condition sine qua non de toute science. Précisons bien en quel sens précis la cohérence H^* n'existe pas : on ne sait pas définir mathématiquement un cadre théorique stable où il serait possible de définir un certain ensemble H^*.

Ce qui est une démonstration plus générale et très indirecte de la relativité nécessaire de la « cohérence comptable » des comptes nationaux (pour une critique plus ponctuelle, cf. [3], [1], pp. 16-17 et aussi [2], note sur Keynes, p. 34, [10]). En fait, la charge de la preuve incomberait normalement à ceux qui affirment le caractère universel et absolu de cette cohérence, cohérence en termes d'identités qui permettrait d'améliorer les statistiques de départ (comme exemple d'affirmation récente du caractère d'universalité de la cohérence comptable, cf. [11], p. 461, – affirmation, donc, que nous contestons).

8 - Quelques applications possibles du concept d'économie nationale $\mathcal{C}^*$

Sans même s'arrêter sur l'aspect mathématique du concept $\mathcal{C}^*$, la seule mise à plat de toutes les représentations possibles de l'économie nationale et des articulations entre ces représentations (les modélisations) fait toucher du doigt deux faits massifs.

Tout d'abord, l'effarante quantité de représentations possibles, et a contrario le nombre infinitésimal des représentatives *effectivement* réalisées, même dans des pays à forte infrastructure statistique. C'est dire que l'information élaborée, effectivement disponible, image complexe de l'économie nationale, est, à l'instar des solides les plus denses, formée essentiellement de vide. Émerge un problème difficile, mais qui pourrait maintenant revêtir un énoncé mathématique précis : quelles sont les quelques représentations « optimales » qu'il convient de retenir. – Et encore existe-t-il des représentations « centrales » ou « caractéristiques » (une « bonne » comptabilité nationale par exemple) ?

$$\begin{tikzcd}
 & M \arrow[r, "a"] \arrow[ddr, "a_1"] & M' \arrow[dd, "m'_1"] \\
B^* \arrow[ur, "g"] \arrow[urr, "g'"] \arrow[drr, "g'_1"'] & & \\
 & & M'_1
\end{tikzcd}$$

$a_1 = m'_1\, a$

$g' = ag$

$g'_1 = m'_1\, g' = m'_1\, ag = a_1 g$

Fig. 5

A cet endroit il est intéressant de noter qu'une base de donnée « primaire » telle que M peut formellement jouer le rôle de B^*, en ce sens que les agrégations élémentaires a de source M jouent un rôle analogue à celui des g (voir figure 5) : étant donné $a : M \to M'$, la famille des $a_i : M \to M'_i$, $i = 1, 2, \ldots, n_{M'}$ qui lui est biunivoquement associée définit également des agrégats (les a_i sont toutes nécessairement sujectives). On délimite ainsi une nouvelle catégorie $\mathcal{C}_M{}^*$ sous-catégorie de $\mathcal{C}^*$. Quel rôle joue $\mathcal{C}_M{}^*$ vis-à-vis de $\mathcal{C}^*$?

Toujours dans le même ordre d'idées, $\mathcal{C}^*$ pourrait être un cadre approprié pour étudier le problème de la fiabilité du système d'information économique national, en suggérant le meilleur tracé d'une institution de métrologie économique nationale qui lierait les fiabilités partielles globales attachées à chaque représentation effective μ entre elles et à celle de $\mu^* = < B^*, 1_{B^*} >$.

C'est évidemment au niveau de B^* que s'effectuent les vraies mesures et où s'apprécie exactement la fiabilité (voire la précision) de l'ensemble, par les différents agents micro-économiques [1], p. 18.

Bien entendu, le formalisme développé ici et qui prend appui sur la microbase B^* devrait pouvoir s'appliquer dans l'étude théorique des *bases de données* en informatique. C'est la raison pour laquelle nous avons mentionné p. 115 ces modélisations particulières que sont les *sélections*.

Plaçons-nous maintenant dans une optique sémantique. Dans un article, nous avons essayé de montrer qu'une sémantique rationnelle utilisant les concepts de la théorie des catégories pouvait être possible. En fait, une catégorie est un être mathématique très général, et nous avions suggéré que la signification des objets et leurs traductions les uns dans les autres (les morphismes de la catégorie sémantique) prenaient d'autant plus un sens structuré, un sens riche que la catégorie était particularisée. Nous avions alors surtout examiné la naissance des « consensus » [8]. Ici, la même démarche conduit à rechercher des sous-catégories (de type $\mathscr{C}_M^*$ par exemple) fortement structurées et qui soient effectives (peu d'objets, peu de modélisations, mais pertinemment choisies et d'autant plus riches de sens). Et c'est le lieu de rappeler ce que dit Goldblatt des catégories au sens mathématique du terme : « Dans une première approche on peut voir en une catégorie un univers pour un type particulier de discours mathématique » [13], p. 1.

Un autre thème de recherche est celui des niveaux d'agrégations, recherche particulièrement favorisée, dans le contexte de $\mathscr{C}^*$, en définissant par exemple la hiérarchie des agrégations comme suit : niveau d'agrégation de μ' supérieur ou égal à celui de μ, si existe une agrégation a simple de μ dans μ'. Cela ne peut qu'enrichir l'analyse classique qui distingue seulement les niveaux micro-économique et macro-économique (et, éventuellement, méso-économique), tout en faisant apparaître la complexité de la notion de « niveau d'agrégation ».

Le S.E.C.N. est, comme son nom l'indique, un système *élargi* de comptabilité nationale : autour d'un « cadre central » comptable viennent s'articuler divers systèmes de cohérences particulières (comptes satellites notamment), décrivant tels ou tels aspects de la réalité socio-économique nationale, en débordant le champ couvert par le cadre central. La même idée se retrouve, semble-t-il, chez des auteurs tels que Van Eck, Gorter ou Van Tuinen qui envisagent un système « souple » bâti autour d'un « noyau de référence, d'où partiront divers « modules », en réponse aux besoins variés des utilisateurs [12]. On retrouve le problème de l'intégration en une cohérence d'ensemble de cohérences particulières partielles (ici devrait intervenir la notion de produit cartésien de représentations partielles $\mu_1 \times \mu_2 \times \ldots \times \mu_k$, défini par $M_1 \times \ldots \times M_k$). Et on rencontre un nouveau problème, celui de la définition de classes de représentations particulières : celle des « comptes satellites », celle des « systèmes intermédiaires » (pour ces derniers les agrégations simples du type $g : B^* \to M$ jouent évidemment un rôle central), etc. Il est vraisemblable qu'on sera naturellement conduit, dans de nombreux cas, à définir de telles classes comme autant de sous-catégories particulières de $\mathscr{C}^*$: la question reste largement ouverte.

Donnons, pour terminer un exemple d'une application plus ponctuelle. On entend souvent affirmer que les comptes nationaux peuvent être désagrégés (« simplement ») ad infinitum. Un coup d'œil sur la structure de $\mathscr{C}^*$ laisse prévoir que ce sont là des affirmations téméraires : une représentation particulière $\mu = < M, g >$ est une réalité en soi qui s'articule de façon parfois complexe aux autres représentations.

Il y a plus : il ne suffit pas d'avoir une représentation μ particulière, laquelle n'est finalement qu'un annuaire, des statistiques en vrac. On exige plus, en règle générale, c'est-à-dire qu'on demande une modélisation

$$f : \mu_0 \to \mu.$$

Cette remarque banale implique une complication considérable du travail de définition des agrégats présentés dans la représentation μ, puisqu'il faut maintenant préciser μ_0 et le passage f de μ_0 à μ.

Considérons par exemple des comptes nationaux sous leur forme la moins sophistiquée (un Tableau Économique d'Ensemble). Les agrégats qui figurent dans ces comptes sont ceux du point x^* de la figure 1. Mais la définition qui est donnée des agrégats est $g' = ag$, c'est-à-dire celle du point x et non pas de x^*. L'ajustement j brouille ainsi toutes les cartes, et cela de façon implicite, dans nos publications actuelles. Surgit alors un problème original, jamais posé dans la littérature, du moins à notre connaissance : étant donnée une modélisation f : $\mu_0 \to \mu$ ($\mu_0 = < M_0, g_0 >$, $\mu < M, g >$), qui ne soit pas une agrégation simple, existe-t-il une représentation $\mu_1 = < M, g_1 >$ pour laquelle existe une modélisation $f_1 : \mu_0 \to \mu_1$ ayant la même application sous-jacente que f, et qui soit, elle, une agrégation simple ? En d'autres termes, peut-on trouver une définition « simple » g_1 des agrégats x_i^*.

Ajoutons, pour conclure, que le laconisme fréquent dans les définitions explique fort bien pourquoi il peut y avoir des divergences d'appréciation sur la nature « comptable » ou non de comptes nationaux donnés, par exemple des premiers comptes britanniques de Richard Stone [9]. Il faut bien voir, dans ce dernier cas par exemple, qu'on peut reprendre les chiffres du célèbre Command Paper de 1941 tels quels et les mettre sous forme d'un tableau de comptes parfaitement équilibrés sur un plan formel. Une fois ce travail fait, on peut, selon son humeur (c'est-à-dire selon les hypothèses sous-jacentes qu'on croit deviner), – on peut dire qu'il s'agit de comptes nationaux « à partie double » (comme on dit), parfaitement classique, ou bien des comptes déséquilibrés ou, au mieux, une simple comptabilité « à partie simple », toujours en utilisant une terminologie traditionnelle (mais bien vague).

Ces quelques exemples d'application du concept $\mathscr{E}^*$ d'économie nationale, du moins nous l'espérons, montrent ce que pourrait être une théorie rationnelle de la « comptabilité nationale ». Cela permettrait, si nos intuitions sont justes, de passer enfin, dans le domaine de la macro-économie descriptive, du stade de l'arpentage purement empirique à celui de la géométrie.

ANNEXE

Définition formelle de la catégorie $\mathscr{E}^*$

Dans le corps de l'exposé, on a essentiellement voulu dégager les intuitions premières et les lignes directrices de la présente recherche. Ce qui explique un certain laxisme dans les notations et les définitions. On donnera ici une définition succincte mais rigoureuse de la catégorie $\mathscr{E}^*$.

On se donne B^* et $H^* \subset B^*$ et on désigne par $\mathscr{G}_0$ la classe de toutes les surjections g_i de source B^*. $g_i : B^* \to M_i$. Une représentation μ sera définie comme toute partie non vide de $\mathscr{G}_0$, $\mu = \{g_i : B^* \to M_i\}$ $i \in I$. On peut faire correspondre à tout μ, un certain produit cartésien $\alpha(\mu) = \{m_i : M \to M_i\}$ $i \in I$ choisi arbitrairement dans la classe d'équivalence des produits cartésiens $\times M_i$, $i \in I$, tous équipotents à M. Donc, à tout μ, on fait correspondre un et un seul ensemble $M = \beta(\mu)$ et une et une seule application $g = \gamma(\mu)$, telle que $g_i = m_i g$, quel que soit i pris dans I.

Soient M, M' (buts de g, g'). Désignons par $[g, g']$ l'ensemble de toutes les *applications* $f : M \to M'$ (dites modélisations) telles que $fg(H^*) \subset g'(H^*)$.

Après cela, on peut définir $\mathscr{E}^*$ comme ceci. La classe Ob$\mathscr{E}^*$ des objets de $\mathscr{E}^*$ sera celle de tous les μ (c'est la classe des parties non vides de $\mathscr{G}_0$). Soient μ, μ' deux objets quelconques de Ob$\mathscr{E}^*$. On définira l'ensemble des morphismes $\varphi : \mu \to \mu'$, dénoté par $Hom(\mu, \mu')$, en prenant un ensemble arbitraire équipotent à $[\gamma(\mu), \gamma(\mu')] = [g, g']$ (par exemple $[g, g']$ lui-même). Et on définit le produit de deux flèches quelconques φ_1, φ_2 par la composition des applications f_1, f_2 correspondantes (applications sous-jacentes), – cela, bien entendu, si la composition a un sens. Toutes ces définitions suffisent à ériger $\mathscr{E}^*$ en catégorie au sens mathématique du terme.

C'est l'équipotence entre *Hom* (μ, μ') et $[\gamma(\mu), \gamma(\mu')]$ qui justifie l'abus de notation par lequel nous désignons par la même lettre f le morphisme φ et l'application sous-jacente f. Et est mis en lumière un autre abus de notation, celui consistant à poser $\mu = < M, g >$ puisqu'il faut également connaître les projections $m_\iota : M \rightarrow M_\iota$ du produit cartésien $M = \times M_\iota$.

Références

[1] Arkhipoff O. — De la comptabilité nationale à l'économie nationale - Communication présentée au Collpque de Comptabilité nationale par l'I.N.S.E.E. et l'Université de Paris (Laboratoire d'économie sociale), à Paris, les 3-4 et 5 décembre 1984 (session A : « Que prétend mesurer la comptabilité nationale ? Le fait-elle ?). Ronéo, 21 pages. Les actes de ce colloque seront publiés en automne 1985, sous le titre « Études de comptabilité nationale » par les Éditions Economica, Paris.

[2] Arkhipoff O. — Le paradigme de la mesure et la fiabilité de la comptabilité nationale. — *Journal de la Société de Statistique de Paris,* tome 125, n° 1, Paris 1984 (pp. 25 à 41).

[3] Arkhipoff O. — Formalisme comptable : de la comptabilité d'entreprise à la comptabilité nationale. — *Journal de la Société de Statistique de Paris,* tome 125, n° 3, 1984 (pp. 164 à 185), Paris.

[4] Arkhipoff O. — Essai de mise sur ordinateur des comptes nationaux - Comptabilité nationale 1966/1967, étude spéciale n° 1. Direction de la Statistique et de la Comptabilité Nationale, Yaoundé, 1969.

[5] Arkhipoff O. — The Synthesis and the Reliability of National Accounts - in Models and Decision Making in National Economies, edited by Janssen, Pau, Straszak; North Holland 1979 (pp. 27 à 31).

[6] Ohlsson I. — On National Accounting. — Konjunkturinstitutet, Stockholm 1953.

[7] Mitchell B. — Theory of Categories. Academic Press, New York. London 1965.

[8] Arkhipoff O. — Pour une analyse conceptuelle de l'économie politique ou un essai de sémantique rationnelle. *Revue de Science Financière,* tome LXIX, n° 4, octobre/décembre 1977 (pp. 939 à 974).

[9] Stone R. — An Analysis of the Sources of War Finance... - avril 1941, Cmd 6261, Trésor britannique, H.M.S.O. 1941.

[10] Arkhipoff O. — Un, deux, trois, beaucoup; ou comment l'imprécision vient aux comptables. A paraître en 1985 dans *Économie et Sociétés, série des Sciences de Gestion n° 6;* I.S.M.E.A., Paris.

[11] Barker T. et alii. — A Balanced System of National Accounts for the United Kingdom. — *The Review of Income and Wealth,* series 30, n° 4, 1984 (pp. 461 à 485).

[12] Van Eck R. et alii. — Flexibility in the System of National Accounts. — 1983, Notamr 84-83-RS.E8/INTERN; Centraal Bureau voor de Statistiek, Voorburg (ronéo).

[13] Goldblatt R. — Topoi; The Categorial Analysis of Logic. — Studies in Logic, vol. 98, North Holland 1984 (édition révisée).