Journal de la société statistique de Paris

Jean Acher

Analyse de la survenance des sinistres en assurance automobile, systèmes de bonus-malus

Journal de la société statistique de Paris, tome 126, nº 2 (1985), p. 55-62
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1985__126_2_55_0>

ANALYSE DE LA SURVENANCE DES SINISTRES EN ASSURANCE AUTOMOBILE, SYSTÈMES DE BONUS-MALUS (*)

Jean ACHER

Directeur de l'Association générale des Sociétés d'Assurance contre les accidents (**)

La base théorique des systèmes de bonus-malus est l'hétérogénéité des classes de tarif que définit la tarification a priori. *Il est possible de représenter la réalité observée par un modèle qui permet de définir un système théorique de bonus-malus qui est une véritable tarification* a posteriori.

The theoretical basis of the bonus-malus systems is the heterogeneity ot the rating classes, defined by the "a priori" rating. It is possible to represent the reality which is observed by a pattern allowing to define a bonus-malus theoretical system that is a genuine "a posteriori" rating.

I — TARIF A PRIORI — SON INSUFFISANCE

Après avoir recueilli les caractéristiques des véhicules en garantie et les sinistres survenus sur ces contrats, l'analyse statistique permet d'extraire les éléments indispensables à la bonne tarification des véhicules.

La méthode utilisée est de retenir un certain nombre de critères expliquant le risque observé, donc de définir des classes tarifaires à chacune desquelles sera attribuée une prime moyenne qui sera la prime correcte des individus appartenant à cette classe (si ces individus constituent des risques homogènes). Il faut vérifier que la hiérarchie des risques observée sur le passé est encore valable dans l'avenir. Bien entendu, le risque évolue et des modifications dans la structure des critères retenus tiendront compte de cette évolution, mais ces études supposent que les phénomènes observés statistiquement (donc avec un certain retard de 2 à 3 ans) continuent d'être valables pour les années futures dont on prépare le tarif. La statistique sur près de 3 millions de véhicules que nous analysons depuis de nombreuses années nous montre la permanence des effets relatifs des divers critères retenus par les assureurs et que ceux-ci sont significatifs.

Ces analyses donnent lieu à fabrication d'un tarif dit *a priori* permettant de placer les risques dans des classes dont l'importance relative est définie par des statistiques faites sur le passé.

Si les critères de tarification retenus permettaient d'isoler des classes de tarification constituées de risques homogènes, le problème serait résolu.

Malheureusement, on constate que les classes tarifaires définies par le tarif *a priori* sont très hétérogènes. Elles contiennent toutes des bons et des mauvais risques et la prime moyenne qui est attribuée à la classe est donc trop forte pour les bons et trop faible pour les mauvais.

Il existe deux méthodes pour tenter de remédier à cet inconvénient :

a) Introduire de nouveaux critères et donc multiplier les classes de tarif, mais encore faut-il que les critères soient explicatifs du risque et soient stables dans le temps. D'autre part, ajouter de nouveaux critères complique la tarification et conduit à des frais de gestion accrus.

(*) Communication faite le 19 septembre 1984 devant les Sociétés de statistique de Paris et de France.

(**) Association générale des Sociétés d'assurance contre les accidents, 118, rue de Tocqueville, 75850 Paris Cedex 17.

Journal de la Société de statistique de Paris, tome 126, n° 2, 1985.

Il faut de plus penser que les critères possibles ne sont pas en nombre infini, car leur utilisation doit être pratique et ne doit pas conduire à la fraude. Il faut que leur détermination soit objective et ne donne pas lieu à discussion, ce qui exclut tout critère de nature psychologique : comportement plus ou moins agressif, mauvais équilibre émotionnel... même si leur influence sur le risque est très probable. Par exemple, un critère dont l'influence sur le risque est certain, comme le kilométrage, n'a pas encore pu être utilisé en France du fait de sa difficulté de recueil et de contrôle. Un jour viendra peut-être où ce critère entrera en France dans les tarifs, surtout si l'informatique qui se développe à bord des véhicules en permet le recueil facile et augmente la fiabilité du kilométrage parcouru.

Cette méthode ne peut qu'atténuer faiblement les problèmes actuels. Elle ne constituera jamais une solution valable et unique. L'introduction du kilométrage peut cependant constituer à notre sens une amélioration du tarif *a priori* très significative.

b) Rechercher une technique faisant évoluer la prime depuis la prime *a priori*, selon la sinistralité propre de chaque assuré.

Cette technique de tarification dite *a posteriori* est souvent assimilée aux systèmes de bonus-malus, bien que ceux actuellement utilisés appartiennent plus à des systèmes récompense-punition qu'à un ajustement technique des primes.

Nous allons maintenant examiner cette question.

II – Tarification a posteriori

II.1. Modèles de survenance des sinistres dans la population d'une classe tarifaire donnée

L'hétérogénéité d'une classe tarifaire est prouvée par la faible proportion de la variance totale expliquée par le tarif (de l'ordre de 20 %) et par les observations montrant que dans la population initiale, les assurés qui n'ont pas eu de sinistre pendant une année constituent une sous-population de fréquence meilleure que la population d'origine, ce qui serait inexplicable si la population était homogène.

Les observations statistiques faites sont expliquées assez correctement par le modèle suivant ([1]). Chaque assuré est supposé présenter un risque de fréquence moyenne f_i constant dans le temps, les sinistres survenant selon une loi de Poisson de paramètre f_i. Une classe tarifaire est constituée d'assurés dont les f_i sont distribués selon une loi statistique. Il est intéressant de prendre comme loi une loi Γ à trois paramètres (λ, k, f_i^0) loi de Pearson type III ([2]).

$$P(f_i) = \frac{\lambda^k}{\Gamma(k)} e^{-\lambda} (f_i - f_i^0)\, (f_i - f_i^0)^{k-1}\, df_i$$

La fréquence moyenne de la classe tarifaire est alors :

$$\bar{f} = f_i^0 + \frac{k}{\lambda}$$

Pour un assuré de fréquence individuelle f_i la survenance des sinistres est une loi de Poisson. La probabilité d'avoir n sinistres si la fréquence individuelle est f_i est :

$$P(n/f_i) = \frac{1}{n^1} e^{-f_i} f_i^n$$

La probabilité d'avoir n sinistres est donc :

$$P(n) = \int_{0}^{\infty} P(n/f_i) \cdot P(f_i)$$

En particulier :

$$P(0) = \frac{\lambda^k}{\lambda+1} \exp\{-f_i^0\}$$

$$P(1) = P(0) \cdot \frac{k + (\lambda+1) f_i^0}{\lambda+1}$$

Si l'on admet que $f_i^0 = 0$, cela revient à admettre dans chacune des classes une proportion non nulle d'assurés de risque individuel nul. Nous ferons nos estimations dans cette hypothèse que ne contredisent pas les statistiques dont nous disposons. Dans ce cas, le modèle conduit à la formule suivante plus simple :

$$P(n) = \frac{\lambda^k}{(\lambda+1)^{k+n}} \frac{\Gamma(n+k)}{\Gamma(k) n!}$$

qui permet de tirer la formule de récurrence :

$$\frac{P(n)}{P(n-1)} = \frac{1}{\lambda+1} \cdot \frac{n+k-1}{n} \quad (1) \qquad \mathrm{EP}(n) = \frac{k}{\lambda} = \bar{f}$$

$$\mathrm{VP}(n) = k \frac{\lambda+1}{\lambda^2}$$

1 Etudié par notre Collègue, Monsieur Delaporte, dans les années 1950.

2 Etudiée par Monsieur P Picard « Généralisation de l'étude sur la survenance des sinistres en Assurance Automobile » d'ou les calculs sont extraits

Si nous prenons $k = 1$, ce qui est voisin de la réalité que nous avons observée : $\bar{f} = \frac{1}{\lambda}$ alors la formule (1) se met sous la forme :

$$\frac{P(n)}{P(n-1)} = \frac{\bar{f}}{1+\bar{f}}$$

formule (très simple) utilisée par Monsieur Brichler avec

$$P(0) = \frac{1}{1+\bar{f}} \text{ et } P_{n+} = P_{n-1} \cdot \bar{f}$$

où P_{n+} est la probabilité d'avoir n sinistres et plus.

II.2. Utilisation de ce modèle pour la tarification a posteriori

En supposant la population initiale constituée de risques distribués selon une loi Γ de paramètre λ et k, si nous sélectionnons les assurés ayant eu n_1 sinistres l'année précédente, nous trouvons une population distribuée selon une loi Γ de paramètres $\lambda + 1$, $k + n_1$, et donc de fréquence moyenne $\frac{k + n_1}{\lambda + 1}$ au lieu de $\frac{k}{\lambda}$ dans une population d'origine.

Plus généralement, les assurés ayant eu n_i sinistres en $i^{\text{ième}}$ année et ce de $i = 1$ à p se distribuent selon une loi Γ de paramètre $\lambda + p$, $k + \sum_1^p n_i$ dont la fréquence moyenne en année $p + 1$ est :

$$f/\sum n_i = \frac{k + \sum_1^p n_i^0}{\lambda + p}$$

En supposant que la prime ne dépende que de la fréquence, ce qui est inexact (Gurtler ayant montré que le coût moyen des sinistres est plus faible quand les sinistres sont nombreux), il est donc possible de déduire de ce modèle le régime de bonus-malus qui, techniquement, ajuste toujours la prime payée par l'assuré à la prime moyenne du sous-groupe auquel il appartient du fait de son classement a priori et de ses antécédents.

Lorsque $p \to \infty$ on voit que $\dfrac{k + \sum n_i}{\lambda + p}$ tend vers $\dfrac{\sum n_i}{p}$, c'est-à-dire la fréquence propre de l'assuré, estimation de sa fréquence individuelle f_i et ce, quelle que soit la fréquence de sa classe au départ du processus.

Nous pouvons également évoquer le principe de la prime pondérée proposée par Monsieur Brichler au cours des années 1960 en remarquant que la prime P peut être mise sous la forme suivante (en appelant $\bar{C}$ le coût moyen des sinistres) :

La prime $P = f/\sum n_i \cdot \bar{C}$ peut être mise sous la forme :

$$\boxed{\alpha\, P_0 + (1-\alpha)\, P_i}$$

avec

$$P_0 = \bar{f}\,\bar{C} \qquad P_i = \frac{\sum_{n_i} \bar{C}}{p} \qquad \text{avec} \qquad \frac{k}{\lambda} = \bar{f}$$

$$\alpha = \frac{\lambda}{\lambda + p} \qquad 1 - \alpha = \frac{p}{\lambda + p}$$

où α tend vers zéro quand le nombre d'années d'observation p tend vers ∞.

P_i est la prime du risque réellement présenté par l'individu i.

Partant de la prime a priori P_0, on peut par un tel procédé l'approcher, mais elle n'est connue et atteinte qu'à l'infini. La convergence est longue, d'autant plus que le risque est de faible fréquence (en supposant bien sûr que pendant tout ce temps, l'assuré soit resté de risque constant).

En appelant P_0 la prime a priori, $S = \sum_i^p n_i$ le nombre de sinistres qu'a eu l'assuré en p années, $\bar{C}$ le coût moyen d'un sinistre : la prime à l'échéance P peut être considérée comme la moyenne pondérée de P_0 et de $\dfrac{S\,\bar{C}}{p}$ prime du risque exposé par l'assuré en p années.

$$P = \alpha\, P_0 + (1 - \alpha)\,\frac{S\,\bar{C}}{p} \tag{2}$$

La prime P_0 est $\bar{C}\,\bar{f}$ par définition. Nous voyons qu'en absence de sinistre $P = \alpha\, P_0$ en mettant en évidence le taux de bonus α, le malus pour un sinistre avec suite de coût correspondant au $\bar{C}$ avec suite utilisé pour P_0 est $(1 - \alpha)\dfrac{\bar{C}}{p}$ qui rapporté à P_0 donne :

$$\frac{(1 - \alpha)}{\bar{f}\,p} \qquad \textit{soit} \qquad \frac{1}{\bar{f}} \cdot \frac{1}{\lambda + p}$$

Qualité du système : la convergence

Un système de bonus-malus, s'il veut être un système de tarification *a posteriori*, doit donc faire tendre vers la même prime deux assurés ayant eu les mêmes sinistres et ce, quelle que soit la prime fixée *a priori*. C'est une des exigences à notre sens la plus importante. On dit que le système doit être *convergent*. La plupart des systèmes de bonus-malus actuellement utilisés aboutissent pour deux assurés ayant eu les mêmes sinistres à un même taux de réduction ou de majoration par rapport à la prime d'origine. Les écarts de prime au départ sont donc conservés, ils ne convergent pas et introduisent au fur et à mesure de leur application des distorsions tarifaires que seules les résiliations ou la sélection des risques à la souscription peuvent bien imparfaitement corriger, mais au prix de bien d'incompréhensions qui altèrent l'image de marque de l'assurance.

Remarquons que les études des actuaires et des assureurs se sont surtout faites sur les possibilités de *« séparation »* des systèmes de bonus-malus. Au bout d'un certain temps, les bons assurés doivent payer une prime moins forte que les mauvais (étant entendu qu'au départ, ils payaient la même prime). Ce souci s'explique par le fait que dans la plupart des pays où le tarif *a priori* était peu différentié, les systèmes de bonus-malus se sont développés. Cette méthode a conduit à des mécomptes et l'on voit apparaître, avec un retard de plusieurs dizaines d'années sur la France, une différenciation de plus en plus grande des tarifs d'entrée tout en maintenant les systèmes de bonus-malus. Comme ces systèmes ne sont pas des tarifications *a posteriori*, cela conduit à faire de la convergence la qualité première que doit présenter un bon système de bonus-malus et aucun système utilisé en Europe, à notre connaissance, ne présente cette propriété.

La convergence impose que le régime de bonus-malus dépende du tarif d'entrée et donc que le processus d'évolution des primes, selon le nombre de sinistres, ne soit plus le même pour les fortes et les faibles primes.

Si l'évolution des primes ne dépend que de la fréquence, il est possible de considérer que le système tiré du modèle est un régime « technique » de bonus-malus.

Qualité d'équilibre

Le schéma $\alpha P_0 + (1-\alpha)\dfrac{Sc}{p}$ est très parlant pour étudier le problème de l'évolution des primes due au fonctionnement du système de bonus-malus.

Le bonus permet, s'il est rapide et fort, de se débarrasser le plus vite possible de la prime *a priori*, mais le malus doit lui aussi être fort. Si le malus est pris trop faible, cela revient à faire converger la prime vers une prime déséquilibrée basée sur un c trop faible.

Il en résulte donc un abaissement de la prime moyenne encaissée et cet abaissement doit être compensé par un relèvement des primes *a priori*.

Cette manœuvre de compenser par un relèvement du tarif d'entrée l'abaissement des primes encaissées dû à un système de bonus-malus déséquilibré est dans le jargon des assureurs appelé « coût du bonus ». On voit les effets nuisibles d'une telle manœuvre qui distord les primes payées par les assurés. La prime *a priori* est trop forte du fait du relèvement nécessité par l'équilibre des comptes de la Société et la prime vers laquelle tend les assurés est trop faible, car basée sur un coût moyen trop faible. Personne ne paie la prime correspondant à son risque.

Il est intéressant de signaler que cette technique d'approche du vrai tarif *a posteriori* n'est concevable commercialement que lorsque les sinistres sont d'une certaine fréquence. L'introduction d'un tel système pour des évènements à fréquence très basse est impossible, car il introduit une variation trop importante des primes en cas de sinistre incompatible, semble-t-il, avec la notion même d'assurance et de toute façon inacceptable commercialement.

En automobile, les mesures de sécurité abaissent la fréquence et nous nous trouvons à la limite. Toute mesure visant à abaisser cette fréquence, pour les malus par exemple en cherchant à ne pas tenir compte des petits sinistres, rend le système illusoire et ne peut plus techniquement être assuré à un coût raisonnable que par des malus très importants.

Il conviendrait plutôt de chercher à augmenter cette fréquence en tenant compte de tous les sinistres déclarés, par exemple. N'oublions pas que ce que les assurés sinistrés cherchent à éviter de payer doit l'être par ceux qui n'ont pas de sinistre.

Ne pas imaginer non plus que le bonus peut être choisi arbitrairement et que plus il est rapide, mieux le régime est. Il faut songer qu'il n'est pas indifférent de substituer à une prime fixe P_0 une prime dépendant du nombre de sinistres, donc aléatoire et ayant une certaine variabilité dont la dispersion doit être mesurée et intégrée dans le tarif.

D'autre part, il importe d'avoir les fonds nécessaires pour régler les sinistres corporels importants dont la survenance est indépendante de la sinistralité et des critères de tarification et qui représentent en montant environ 30 % des primes. Il est donc prudent que le *bonus maximum* n'excède pas 70 %. Il est d'autre part dangereux de substituer trop rapidement à P_0 une prime dépendant des sinistres sur lesquels il peut y avoir une certaine dissimulation introduisant un coût même dans un système théoriquement équilibré.

Enfin, le système doit rester conforme à ce que donne le modèle décrit précédemment pour que l'assuré paye la prime la plus exacte possible à tout moment.

On voit donc apparaître une autre qualité d'un système de bonus-malus, c'est son équilibre. Un système équilibré est un système de coût nul. Il est le seul à garantir la bonne tarification de tous les assurés. Les systèmes en usage dans la plupart des pays européens sont de coût important de l'ordre de 35 % et peut-être encore plus pour certains pays. Ces coûts importants sont surtout causés par l'idée que l'assuré se refuse de supporter un malus important, surtout en cas de petit sinistre matériel. Le manque d'information de la clientèle semble être surtout la raison de l'attitude de celle-ci sur le malus, car tout ce que l'on renonce à faire payer aux assurés sinistrés doit être demandé aux autres.

Signalons un problème : il faut que l'on puisse indexer la prime du risque exposé par l'assuré. Cette variation doit être celle du coût moyen puisque les variations de fréquence sont automatiquement prises en compte.

Il est facile de trouver d'autres présentations équivalentes au schéma précédent. Par exemple, on peut envisager de donner par année d'assurance 1 % de bonus pour K francs de prime payée l'année précédente et par sinistre, un malus de 30 % de la prime précédente. Cette présentation est assez proche du modèle théorique. Ce système est voisin de celui proposé par Monsieur Dubois de Montreynaud en 1966, sous le nom de prime ajustable.

II. 3. *Quelques exemples chiffrés*

Pour un sinistre avec suite en Responsabilité Civile pour les voitures particulières de poids égal à 1, en 1979, le $c = 7\,514$ F, $f = 0{,}127$, nous avons $P_0 = 954$ F et les poids relatifs des sinistres seront les suivants :

Resp. totale	matériel	0,43	Resp. partagée	matériel	0,22
	corporel	6,9		corporel	3,4

Cas où il n'y a pas de sinistre : $P = \alpha P_0$

α	$\bar{f} = 0{,}001$	$\bar{f} = 0{,}01$	$\bar{f} = 0{,}1$	$\bar{f} = 1$
$p =$ 1	0,999	0,99	0,909	0,50
2	0,998	0,98	0,833	0,33
3	0,997	0,97	0,769	0,25
4	0,996	0,96	0,714	0,20
5	0,995	0,95	0,667	0,17
6	0,994	0,94	0,625	0,14
7	0,993	0,93	0,588	0,125
8	0,992	0,926	0,556	0,11
9	0,991	0,917	0,526	0,10
10	0,990	0,909	0,500	0,09
11	0,989	0,901	0,476	0,08
12	0,988	0,893	0,455	0,077
13	0,987	0,885	0,435	0,071
14	0,986	0,877	0,417	0,067

Cas où il y aurait des sinistres $P = \mu P_0$ valeur de μ

$\bar{f} = 0{,}1$	$S = 0$	$S = 0{,}43$ [1]	$S = 1$ [2]	$S = 2$	$S = 3$	$\bar{f} = 0{,}2$	$S = 0$	$S = 0{,}43$ [1]	$S = 1$ [2]	$S = 2$	$S = 3$
p = 1	0,91	1,30	1,82	2,73	3,64	p = 1	0,83	1,19	1,67	2,50	3,33
2	0,83	1,19				2	0,71	1,02	1,43	2,14	2,86
3	0,77	1,10				3	0,63	0,90	1,25	1,88	2,50
4	0,71	1,02				4	0,56	0,80	1,11	1,67	2,22
5	0,67	0,96	1,33	2,0	2,67	5	0,50	0,72	1,0	1,5	2,0
6	0,625	0,89	1,25	1,88	2,50	6	0,45	0,64	0,91	1,36	1,82
7	0,59	0,84				7	0,42	0,60	0,83	1,25	1,67
8	0,556	0,80	1,11			8	0,38	0,54	0,77	1,15	1,54
9	0,53	0,76				9	0,36	0,51	0,71	1,07	1,43
10	0,50	0,72	1,0	1,5	2,00	10	0,33	0,47	0,67	1,0	1,33
11	0,48	0,69				11	0,31	0,44	0,63	0,94	1,25
12	0,45	0,64				12	0,29	0,41	0,59	0,88	1,18
13	0,43	0,61	0,87	1,30	1,74	13	0,28	0,40	0,56	0,83	1,11

(1) 1 « matériel » Responsabilité totale
(2) 2 « matériel » Responsabilité totale +
1 « matériel » Responsabilité partagée

III – NOUVEAU SYSTÈME DE BONUS-MALUS

Dès juillet 1985 entrera en vigueur un nouveau système de bonus-malus sur les sinistres enregistrés depuis juillet 1984.

Ce système est du type $P = \alpha\, P_0$ avec au départ un coefficient $\alpha = 1$

Chaque année sans sinistre conduit à un coefficient $\alpha_n = \alpha_{n-1} \times 0{,}95$

Pour chaque sinistre à responsabilité totale $\alpha_n = \alpha_{n-1} \times 1{,}25$

Pour chaque sinistre à responsabilité partagée $\alpha_n = \alpha_{n-1} \times 1{,}125$

L'idée de convergence est introduite en accordant aux assurés se déplaçant beaucoup, comme les voyageurs de commerce, un système plus favorable

$$\alpha_n = \alpha_{n-1} \times 0{,}93 \text{ par année sans sinistre}$$
$$\alpha_n = \alpha_{n-1} \times 1{,}20 \text{ par sinistre}$$

Ce système doit être meilleur que le précédent et se traduit par une évolution du coût sensiblement moitié qu'avec le système précédent, ce n'est pas cependant un système répondant encore aux exigences de l'étude qui précède.