

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

PAUL DAMIANI

HÉLÈNE MASSÉ

MAURICE AUBENQUE

**Analyse de la mortalité générale, par âge, suivant le sexe :
mise en évidence de deux types de mortalité**

Journal de la société statistique de Paris, tome 125, n° 3 (1984), p. 158-163

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1984__125_3_158_0

© Société de statistique de Paris, 1984, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

II

ARTICLES

ANALYSE DE LA MORTALITÉ GÉNÉRALE, PAR ÂGE, SUIVANT LE SEXE : MISE EN ÉVIDENCE DE DEUX TYPES DE MORTALITÉ

Paul DAMIANI (I.N.S.E.E.), Hélène MASSÉ (I.N.S.E.R.M.), Maurice AUBENQUE (I.N.S.E.E.) (*)

Les auteurs ont étudié les distributions départementales des quotients de mortalité générale par groupe d'âge, suivant le sexe, pour la France en 1975. Ils ont constaté que ces distributions étaient la somme de deux distributions log-normales. Ils en ont déduit l'existence de deux populations suivant que la mortalité était d'origine endogène ou exogène. Ils ont mesuré les variations avec l'âge de l'importance relative de ces mortalités.

In this paper, the authors analyse the distributions by French « département » of the probabilities of dying in age intervals, according sex and age, in 1975. They find that they are sum of two log-normal distributions. They infer that population can be decomposed into two sets according the nature of mortality, endogenous or exogenous. They measure the variations, according age, of the relative part of these mortalities.

INTRODUCTION

Dans des études précédentes [1], nous avons analysé les statistiques départementales de mortalité par cause, suivant le sexe, pour le groupe d'âge 45-64 ans. Nous avons constaté que les distributions départementales des proportions de décès par cause, par rapport au total des décès, étaient la somme de deux distributions log-normales.

Nous avons, dans la présente étude, poursuivi notre analyse en étudiant les distributions départementales des quotients de mortalité générale, par groupe d'âge, suivant le sexe.

DONNÉES DE BASE

A l'occasion de chaque recensement de la population, l'Institut national de la statistique et des études économiques (I.N.S.E.E.) publie des tables de mortalité détaillées pour la France entière, par département, par région, par agglomération urbaine et par catégorie de communes.

(*) Institut national de la statistique et des études économiques (I.N.S.E.E.), 18, boulevard A. Pinard, 75675 Paris Cedex 14.
Institut national de la santé et de la recherche médicale (I.N.S.E.R.M.), 101, rue de Tolbiac, 75654 Paris Cedex 13.

Les dernières tables départementales ont été établies par M. de Saboulin [2]. Elles sont obtenues en rapprochant les données du recensement de 1975 et les statistiques d'état civil de la période 1974-1976. Elles donnent en particulier les quotients de mortalité, suivant le sexe, pour les intervalles d'âge suivants : 0-1, 1-5, puis intervalles quinquennaux à partir du groupe 5-10 jusqu'au groupe 85-90.

Rappelons qu'on appelle *quotient de mortalité entre l'âge x et l'âge $x + a$* , la probabilité pour un individu d'âge x de mourir avant d'avoir atteint l'âge $x + a$, la mortalité étant celle constatée au moment du recensement. Ce quotient est noté ${}_a q_x$.

AJUSTEMENT DES DISTRIBUTIONS DÉPARTEMENTALES

On dispose des valeurs, pour 95 départements, des quotients de mortalité générale, par sexe, pour chacun des groupes d'âge indiqués.

On essaie, pour chaque groupe d'âge et par sexe, d'ajuster une loi sur la distribution correspondante. On constate que l'ajustement d'une loi simple de probabilité n'est pas satisfaisant. Comme dans le cas de la mortalité relative par cause de décès étudié précédemment [1], on obtient un meilleur résultat en considérant que chacune de ces distributions est la somme de deux distributions log-normales. Plus précisément, si on prend comme nouvelle variable le logarithme du quotient de mortalité, les distributions observées sont la somme de deux distributions normales.

L'ajustement se fait par approximations successives (voir annexe 1).

Pour un groupe d'âge et par sexe, on calcule pour chacune des distributions composantes, l'importance relative des effectifs par rapport à l'ensemble, ainsi que la moyenne des quotients de mortalité. Les distributions composantes sont appelées D_1 et D_2 ; D_1 étant la distribution de moyenne la plus faible, D_2 celle de moyenne la plus élevée (voir annexe 2).

APPLICATIONS

Les valeurs départementales du logarithme du quotient de mortalité sont approximativement les moyennes des logarithmes de cette variable. On a trouvé que la distribution de ces valeurs était la somme de deux lois normales. On peut en déduire que la distribution des logarithmes du quotient de mortalité calculé sur la population générale est également la somme de deux lois normales de même importance relative et de mêmes moyennes que celles des distributions départementales.

Autrement dit, on peut admettre que la population générale P se décompose en deux populations P_1 et P_2 , pour chacune desquelles la distribution du quotient de mortalité suit une loi log-normale. La répartition des effectifs de ces populations par rapport à la population totale ainsi que les moyennes de ces distributions sont celles trouvées précédemment pour D_1 et D_2 .

RÉSULTATS

Un tableau fournit, par sexe, pour les groupes d'âge considérés, l'importance relative et les quotients moyens de mortalité des populations P_1 et P_2 , valeurs qui sont celles des distributions D_1 et D_2 .

Un graphique donne, par sexe, les valeurs de l'importance relative de la population P_2 suivant l'âge.

Il convient de noter que les valeurs indiquées sont des valeurs approchées.

Pour le sexe masculin, l'importance relative de P_2 par rapport à la population générale est égale à 100 % jusqu'à 5 ans; elle diminue jusqu'à être nulle entre 20 et 35 ans; elle augmente ensuite et atteint 100 % à partir de 80 ans.

L'évolution avec l'âge de l'importance relative de P_2 , pour le sexe féminin, est analogue à celle du sexe masculin de 0 à 15 ans et à partir de 45 ans. Elle est différente entre 15 et 45 ans : l'importance relative, qui est égale à 45 % entre 15 et 20 ans, augmente et atteint 65 % entre 30 et 40 ans, puis diminue jusqu'à 40 % entre 45 et 50 ans.

INTERPRÉTATION DES RÉSULTATS

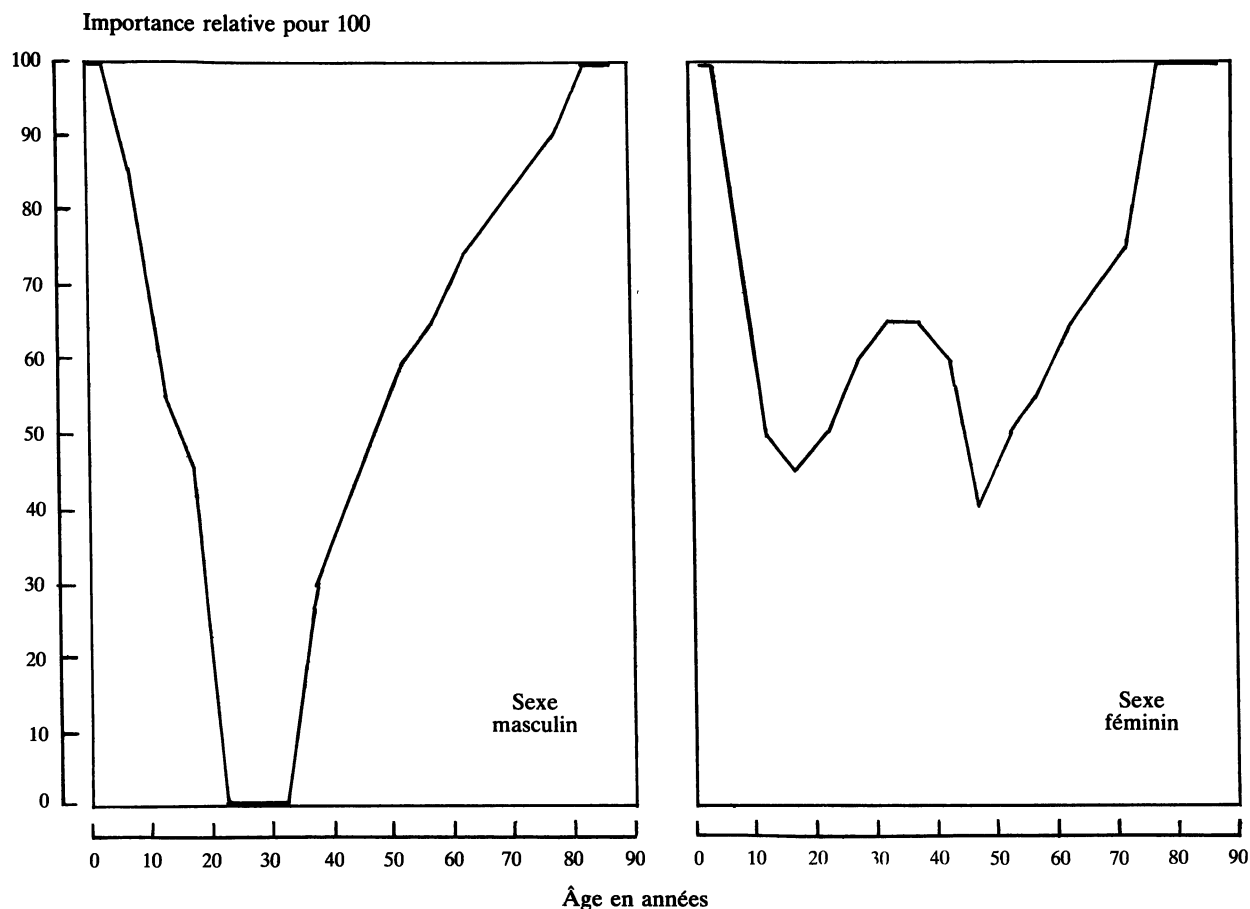
Pour interpréter les résultats obtenus, nous reprenons l'hypothèse qui avait été avancée dans le cas de l'étude de la mortalité par cause [1]. La mortalité de la population P_1 a une origine exogène due à des circonstances extérieures, à l'environnement, au milieu...

TABLEAU
Importance relative et quotients de mortalité par âge, suivant le sexe,
des populations P_1 et P_2 à mortalité exogène et endogène

Intervalles d'âge en années ($x, x + a$)	Importance relative en pour cent		Quotients moyens de mortalité q_x pour 1 000	
	P_1	P_2	P_1	P_2
<i>Sexe masculin</i>				
0 1	—	100		15,5
1 5	—	100		3,1
5 10	15	85	1,1	2,2
10 15	45	55	2,0	2,4
15 20	55	45	6,2	6,9
20 25	100	—	9,2	
25 30	100	—	7,5	
30 35	100	—	8,8	...
35 40	70	30	11,8	14,2
40-45	60	40	19,1	21,6
45 50	50	50	30,5	34,6
50 55	40	60	44,6	51,8
55 60	35	65	65,0	75,2
60 65	25	75	104	111
65 70	20	80	155	166
70 75	15	85	223	246
75 80	10	90	349	360
80 85	—	100		502
85 90	—	100		658
<i>Sexe féminin</i>				
0-1	—	100		11,8
1 5	—	100		2,4
5 10	20	80	..	1,5
10 15	50	50	1,2	1,4
15 20	55	45	1,3	1,4
20 25	50	50	2,6	2,9
25 30	40	60	3,0	3,3
30 35	35	65	3,0	3,3
35 40	35	65	4,2	4,6
40 45	40	60	5,9	6,2
45 50	40	60	8,4	9,8
50 55	60	40	13,7	15,2
55 60	50	50	20,4	22,5
60 65	45	55	30,6	32,8
65 70	35	65	44,1	46,2
70 75	30	70	68,4	74,1
75 80	25	75	121	129
80-85	—	100		225
85 90	—	100		374
		100		556

GRAPHIQUE

Importance relative de la population P_2 à mortalité endogène, par âge, suivant le sexe



Celle de la population P_2 est d'origine endogène liée aux caractéristiques génétiques de l'individu.

Cette hypothèse correspondait bien aux résultats trouvés dans le cas des causes de décès. Elle explique également des résultats obtenus, dans cette étude pour la mortalité générale. Il semble plausible de considérer que la mortalité est en totalité d'origine endogène au cours de la première enfance et pour les âges élevés. Pour le sexe masculin, la mortalité entre 20 et 35 ans est surtout exogène, due aux accidents notamment. Pour le sexe féminin, la part de mortalité endogène reste importante entre 15 et 45 ans, mortalité liée surtout aux maladies de la grossesse et aux accouchements.

CONCLUSION

Cette étude, ainsi que les études précédentes, montre l'intérêt que peut présenter l'analyse des statistiques générales à l'aide des modèles.

En étudiant les distributions départementales des quotients de mortalité, par sexe, suivant l'âge, on a trouvé qu'elles étaient la somme de deux distributions log-normales. On en a déduit l'existence de deux populations correspondant chacune à un type de mortalité, exogène ou endogène. On a pu ainsi

suivre l'évolution avec l'âge, suivant le sexe, de l'importance relative de ces deux populations. Ces résultats confirment et complètent ceux obtenus précédemment en étudiant la structure de la mortalité par cause, pour le groupe d'âge 45-64 ans.

ANNEXE

1. Méthode d'ajustement

Pour ajuster les distributions, on utilise la méthode de la droite de Henri, en fonction du logarithme de la variable étudiée.

On se donne l'effectif N_1 de la première distribution et on suppose que les effectifs des classes correspondant aux valeurs les plus faibles de x appartiennent à cette distribution. On construit la droite de Henri correspondante et on en déduit des estimations des fréquences des autres classes.

Par différence avec les fréquences de la distribution observée, on obtient des évaluations des fréquences de la deuxième distribution. Sur ces valeurs, on trace une deuxième droite de Henri à partir de laquelle on calcule les fréquences ajustées de cette distribution. On compare, par la méthode du chi deux, la distribution observée avec la somme des fréquences des deux distributions ajustées.

On essaie plusieurs valeurs de N_1 , on conserve celle pour laquelle la valeur du chi deux est minimale.

2. Calcul des caractéristiques de la distribution log-normale

La variable aléatoire x suit une loi log-normale si la quantité :

$$z = a \text{Log} (x - x_0) + b$$

suit une loi normale réduite.

Dans cette étude, $x_0 = 0$ et z s'écrit :

$$z = a \text{Log} x + b = au + b$$

où a et b sont des paramètres et $u = \text{Log} x$ représente le logarithme népérien de x .

Cette relation linéaire entre z et u représente l'équation de la droite de Henri.

On peut écrire :

$$z = \frac{u - \bar{u}}{s_u}$$

d'où les valeurs de la moyenne et de l'écart-type de u :

$$\bar{u} = -\frac{b}{a}, s_u = \frac{1}{a}$$

On démontre que la moyenne et l'écart-type de x ont pour expression :

$$\bar{x} = \exp \left\{ \frac{1}{2a^2} - \frac{b}{a} \right\} \quad s_x = \exp \left\{ \frac{1}{2a^2} - \frac{b}{a} + \frac{1}{2} \text{Log} \left(e^{\frac{1}{a^2}} - 1 \right) \right\}$$

On calcule la moyenne et l'écart-type de chacune des distributions composantes à l'aide de ces formules. Pour la distribution d'ensemble, on utilise les formules habituelles.

RÉFÉRENCES

- [1] DAMIANI P., MASSÉ H., AUBENQUE M. — Étude des distributions de consommations de tabac et d'alcool. *Journal de la Société de statistique de Paris*, tome 124, n° 2, 1983.
DAMIANI P., MASSÉ H., AUBENQUE M. — Étude des distributions départementales de la mortalité par cause : mise en évidence de deux populations. *Journal de la Société de statistique de Paris*, tome 125, n° 2, 1984.
- [2] SABOULIN (de) M. — Données de démographie régionale 1975. Les collections de l'I.N.S.E.E., D 82, août 1981.