

JEAN-CLAUDE HENTSCH

**Distribution de la monnaie fiduciaire entre les coupures
qui la représentent**

Journal de la société statistique de Paris, tome 124, n° 4 (1983), p. 263-272

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1983__124_4_263_0

© Société de statistique de Paris, 1983, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

DISTRIBUTION DE LA MONNAIE FIDUCIAIRE ENTRE LES COUPURES QUI LA REPRÉSENTENT

Jean-Claude HENTSCH
Banquier

L'auteur montre que la distribution de la monnaie fiduciaire entre les dénominations peut être approchée par une formule empirique simple. Il introduit une notion nouvelle, la limite supérieure de la zone de valeurs où la monnaie est nécessaire.

It is shown that the distribution of the currency issue among denominations can be approximated by a simple empirical formula. This introduces a new concept: the upper limit of the range of values in which currency is needed.

La question initiale que l'auteur s'était posée il y a une douzaine d'années était celle de l'échelonnement optimal (s'il existe) des coupures formant monnaie. Il était clair qu'une évaluation subjective de l'échelonnement conduisait obligatoirement à préférer celui auquel on est habitué. L'exemple de l'ancienne monnaie anglaise non décimale en est une preuve suffisante. Avec le temps, l'étude s'est centrée en fait sur la répartition de la circulation entre les coupures et sur les analogies qu'on peut trouver entre différentes monnaies quant à cette répartition. Nous allons très brièvement rappeler les travaux antérieurs et nous exposerons ensuite les plus récents essais qui nous conduisent à formuler des règles auxquelles les circulations semblent obéir.

Le premier instrument utilisé fut un diagramme des circulations corrigées (fig. 1). Si on définit la « circulation corrigée » d'une coupure comme étant le montant de la circulation totale de cette coupure,

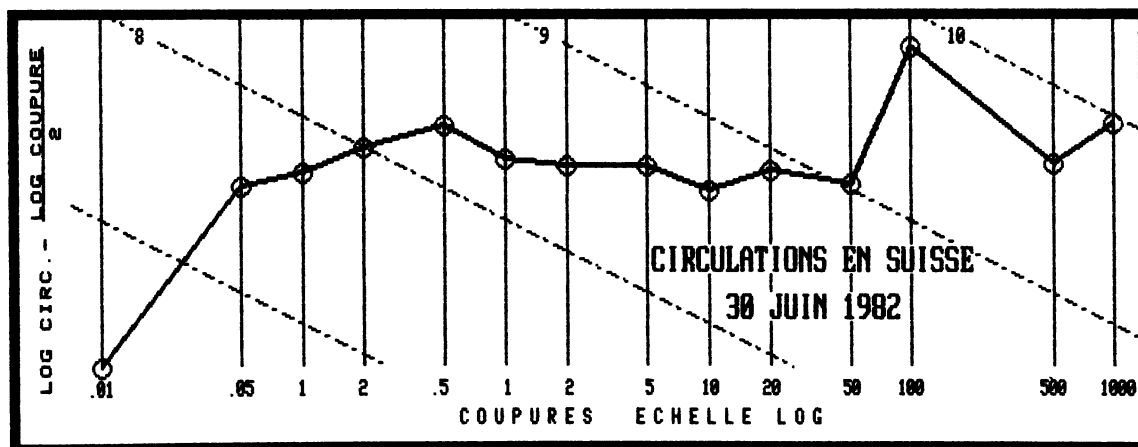


FIG. 1. — Dans un diagramme logarithmique classique, les points représentant la circulation de chaque coupure apparaissent le plus souvent le long d'une droite dont la pente est 0,5. En divisant chaque circulation par la racine de la dénomination, nous déformons le graphique de façon que la pente soit à peu près nulle. Il en résulte que les lignes de montant constant ont maintenant une pente $-0,5$ (les chiffres qui désignent ces lignes sont des puissances de 10). Notre présentation a l'avantage de donner à peu près la même importance visuelle à toutes les circulations. Précisons que les lignes qui relient entre eux les points de la distribution n'ont aucun sens mathématique. Ces lignes ont été toutefois précieuses pour reconnaître des similitudes entre des distributions très disparates.

divisé par la racine carrée de la coupure (ou encore le nombre de coupures d'une même valeur multiplié par la racine carrée de la coupure), on constate que les chiffres obtenus sont alors du même ordre de grandeur et que cela rend comparable la circulation des pièces d'un sou à celle des billets de 50 francs.

Un premier article [1] a donné différents aperçus du sujet et a montré que si les ratios de coupures successives sont à peu près constants, donc si les coupures forment une progression géométrique, les montants en circulation sont à peu près proportionnels à la racine des coupures. La répartition des circulations est, dans ce cas, plus régulière et le nombre total de pièces et billets plus faible.

Un deuxième article [2] abordait le même problème sous un autre angle, définissant une série de montants à composer par assemblage de coupures et comptant le nombre de coupures nécessaires pour les composer tous. On répétait ce calcul avec une douzaine d'échelonnements différents (qui ne sont pas tous nécessairement en usage). La conclusion de ce deuxième exercice était aussi que — à égalité dans le nombre de coupures par puissance de dix — le nombre de coupures nécessaires était d'autant plus faible que l'échelonnement se rapproche d'une progression géométrique.

La partie suivante de notre étude a consisté à comparer au moyen du diagramme les circulations des pièces et des billets dans les pays les plus divers; comme on peut s'y attendre, de telles comparaisons montrent que, même si deux pays utilisent les mêmes coupures, les diagrammes de circulation peuvent être assez différents et que, dans un pays donné, le diagramme ne conserve pas la même forme au fil des ans, ceci malgré que les deux axes aient des échelles logarithmiques. Il est donc difficile d'énoncer des règles générales auxquelles obéiraient ces distributions, mais c'est pourtant un objectif très tentant. Nous devons donc pour y parvenir observer la nature des dissemblances et des similitudes les plus frappantes.

Les particularités spécifiques au diagramme d'une monnaie donnée concernent presque uniquement des coupures dont la circulation est sensiblement *plus faible* que le niveau général. Les raisons peuvent être diverses :

- telle coupure n'a été introduite que récemment entre deux coupures plus anciennes (billet de 5 florins hollandais ou de 20 francs français);
- telle autre coupure n'est pas appréciée du public pour des raisons mécaniques (grosseur d'une pièce, trop grande ressemblance entre deux billets) ou même, semble-t-il, psychologiques (2 dollars U.S.A.);
- quand baisse le pouvoir d'achat de la monnaie, on voit s'accroître la vitesse d'usure du plus petit billet de banque. Et si l'Autorité a trop tardé à le remplacer par une pièce, on voit alors baisser sa circulation. C'est le « syndrome du petit billet ».

Le diagramme met de telles anomalies en évidence sans pour autant les expliquer.

Il y a aussi un certain nombre de points communs entre les diverses distributions et le plus trivial c'est qu'elles ont toutes une limite supérieure et une limite inférieure :

- La limite inférieure s'établit de façon naturelle car, à notre époque, les prix n'évoluent qu'à la hausse. Une pièce dont la valeur nominale n'est qu'un faible pourcentage du prix des plus petits achats tombera en désuétude. Payne [3], qui a fait des comparaisons concernant la grandeur des coupures et les volumes en circulation, considère que la plus petite pièce en usage dans n'importe quel pays vaut environ 1/5 000^e d'un salaire moyen journalier : il voit donc une relation non seulement avec le pouvoir d'achat de l'unité, mais aussi avec le niveau de vie.
- La limite supérieure s'établit à la plus haute coupure émise par l'Autorité. Nous verrons dans la suite qu'on peut donner une autre définition de la « limite » de la circulation, la plus haute coupure devant plutôt être considérée comme un « plafond ».
- Une des plus grosses coupures comporte presque toujours une circulation corrigée beaucoup plus forte que les coupures voisines. Nous l'avons appelée la « coupure de thésaurisation courante ». (En France, c'est la coupure de 100 francs.) Elle est à la fois assez petite pour être

acceptée partout et assez grosse pour que la réserve individuelle de liquidités n'occupe pas trop de place. Nous allons montrer que la coupure de thésaurisation courante peut aussi être interprétée comme un « plafond » de la circulation. Dans les cas où c'est la plus grosse coupure émise qui a la circulation corrigée la plus forte, on peut généralement conclure qu'il existe un besoin de coupures plus élevées.

- On remarque de façon constante que si l'échelonnement comporte des ratios inégaux, les circulations corrigées sont les plus fortes au point inférieur des grands ratios. Avec l'échelonnement 1-5-10 qui comporte les ratios 5 et 2, c'est sur les coupures 1, 10, 100 que l'on a les plus grosses circulations corrigées. On peut même dire que, quantitativement, tout se passe comme si on avait un échelonnement 1-2-5-10 et que la circulation du 2 manquant s'était reportée sur le 1. Avec l'échelonnement 1-2-5-10, le rapport de 5 à 2 est un peu plus grand que les autres; on voit souvent la circulation corrigée du 2 un peu au-dessus de celle des coupures voisines (à condition bien sûr que cette coupure de 2 ou 20 ne soit pas d'introduction récente, comme c'est le cas en France).

C'est surtout le fait que les diagrammes de circulation concernant des échelonnements 1-5-10 présentent des dents de scie ayant à peu près la même forme qui nous a incité à chercher empiriquement une formule qui simule le phénomène.

Nous supposons que le montant M_j de la circulation d'une coupure C_j est proportionnel à une intégrale allant de cette coupure C_j à la coupure suivante C_{j+1} . Cette intégrale doit être logarithmique car l'axe des coupures ne peut être conçu autrement et doit contenir le facteur \sqrt{x} pour respecter l'allure générale des diagrammes. Il s'agit donc de :

$$\begin{aligned} M_j &= \text{Constante} \cdot \int_{\ln C_j}^{\ln C_{j+1}} \frac{1}{\sqrt{x}} d(\ln x) \\ &= \text{Constante} \cdot \int_{C_j}^{C_{j+1}} \frac{dx}{\sqrt{x}} \end{aligned}$$

que l'on intègre facilement pour obtenir

$$M_j = K [\sqrt{C_{j+1}} - \sqrt{C_j}] \quad (1)$$

La figure 2 montre le degré de coïncidence obtenu avec les régions inférieures du spectre de diverses monnaies.

Dans la suite, nous allons supposer que la formule (1) ci-dessus correspond à une loi naturelle, éventuellement explicable théoriquement ⁽¹⁾ et nous verrons quelles en sont les conséquences.

Ce que dit notre formule, c'est qu'

il existe sur l'axe des coupures un continu de circulation potentielle (égal à $\frac{K}{2\sqrt{x}}$)

et que

chaque portion de ce continu se matérialise dans la circulation d'une coupure située au bas de la portion en question.

Il s'ensuit que

le continu s'étend nécessairement au-delà de la plus haute coupure

1. La meilleure tentative de construction d'un modèle théorique est celle de J.S. Cramer [4] qui se base sur une étude de la fréquence d'emploi des coupures pour composer des montants.

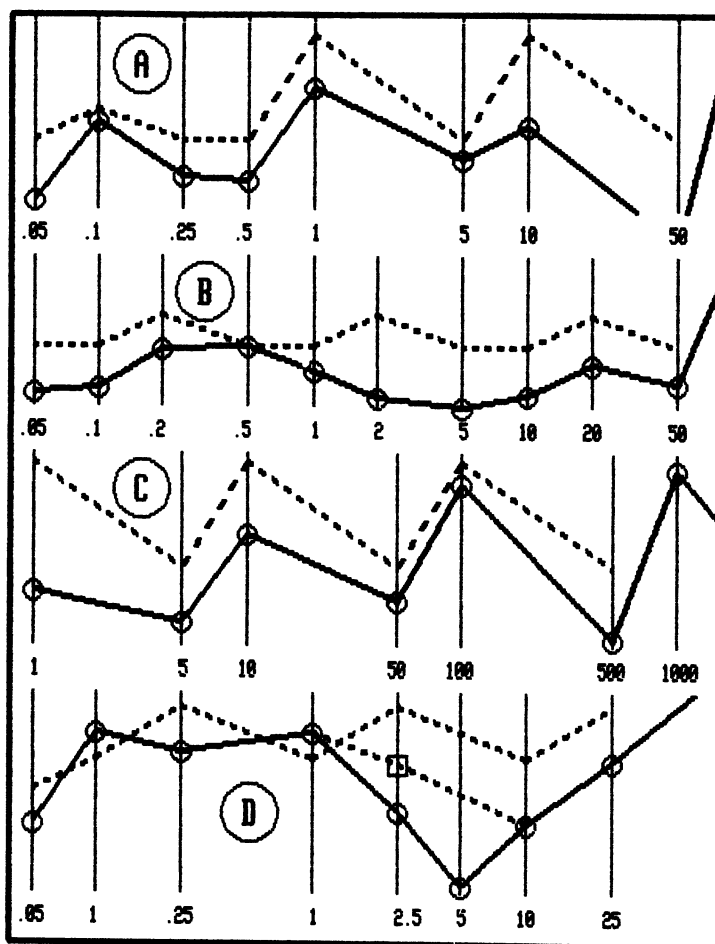


FIG. 2. — La pierre de touche d'une formule simulant la distribution des circulations, c'est la coïncidence avec les circulations réelles. Or, il est impensable qu'une seule formule rende compte précisément de distributions qui sont toutes différentes les unes des autres, et qui, de plus, varient d'année en année! Cela ne doit pas nous retenu de chercher si des lois générales ne peuvent être dégagées de la confusion. Ci dessus, intentionnellement décalées verticalement, les lignes pointillées relient les valeurs calculées, les lignes pleines les valeurs réelles.

En A (Norvège 1981) on constate une bonne proportionnalité des valeurs calculées et des valeurs réelles pour les coupures inférieures à 10. Celle de 10 souffre du « syndrome du trop petit billet » et son remplacement par une pièce est prévu. Sa circulation, comme celle du 50, est faible par rapport à celle des pièces de plus petit nominal. C'est sans doute ce qui renforce la circulation du 5.

En B (Suisse 1971) la proportionnalité du calcul est bonne pour les coupures 0,1, 0,2 et 5, 10, 20, 50, mais des différences assez importantes apparaissent sur 0,5, 1 et 2 (11 ans plus tard (fig. 1), on constate une baisse relative de la circulation des 10 et 20 et une hausse du 5).

En C (Japon 1972) la proportionnalité entre les deux distributions n'est pas très bonne mais leur parenté est évidente.

En D (Hollande 1981) nous voyons un exemple d'interprétation difficile avec une très mauvaise proportionnalité pour les pièces de 0,1 et 1. Par ailleurs, la coupure de 5 n'a été introduite qu'il y a une douzaine d'années. Elle a déjà un pouvoir d'achat trop faible pour survivre en tant que billet de banque et l'introduction d'une pièce est en cours. Sa circulation est donc très faible mais on voit qu'en l'ajoutant à celle de 2,5 (la marque carrée indique cette somme), les valeurs calculées sont alors en bonne harmonie avec la réalité dans la zone de 2,5 à 25 ainsi que pour 0,25.

sans quoi celle-ci aurait une circulation nulle. Il faut ajouter que

quand une coupure n'atteint pas ou pas encore la circulation représentant la portion du continu située au-dessus d'elle, l'excédent se reportera nécessairement sur une ou plusieurs coupures de nominal plus faible.

Voilà certes beaucoup de postulats qu'il est difficile de faire admettre d'emblée; notre excuse c'est qu'avec les règles ci-dessus, il soit possible de donner une bonne représentation de l'ensemble des circulations en n'utilisant que peu de paramètres.

Le premier de ces paramètres est évidemment K dans notre formule de base (1). Notons que si on additionne les circulations de plusieurs coupures consécutives, on obtient des simplifications, par exemple :

$$M_J + M_{J+1} + M_{J+2} = K [\sqrt{C_{J+3}} - \sqrt{C_J}]$$

Comme nous l'avons dit, notre formule (1) nous oblige à admettre que la circulation potentielle s'étend au-dessus de la plus haute coupure en circulation. Nous définissons donc par analogie le montant en circulation M_n de la plus haute coupure C_n comme étant :

$$M_n = K [\sqrt{L} - \sqrt{C_n}]$$

Le total de la circulation fiduciaire sera la somme des circulations individuelles et nous aurons :

$$\text{Circulation totale} = \sum_1^n M_J = K [\sqrt{L} - \sqrt{C_1}] = K \sqrt{L} \quad (2)$$

la dernière simplification étant autorisée par le fait que C_1 est beaucoup plus petit que L .

Voilà introduit L le second paramètre que nous appelons la « limite » de la circulation. Nous n'imaginons pas qu'il existe sur l'axe des coupures un point L pour lequel notre « continu » passe brutalement d'une valeur finie à une valeur nulle, mais L peut être le point moyen d'une décroissance du besoin de monnaie analogue à celle qui se produit à l'autre extrémité du spectre. La chose importante est que cette limite existe et qu'elle est située assez loin au-dessus de la coupure la plus élevée. Arrivés à ce stade de la discussion, tout serait simple et nous rendrions compte de l'ensemble des circulations (toutes réserves faites pour les anomalies) au moyen des paramètres L et K . Cela passerait toutefois sous silence le phénomène très général que nous avons décrit plus haut : la « coupure de thésaurisation courante » qui souvent n'est pas la plus grosse coupure et dont la circulation corrigée dépasse de beaucoup ses voisines. C'est pour tenir compte de cette réalité que nous formulons l'hypothèse suivante qui est enfin la dernière :

La plus grosse coupure ne sert de plafond que pour une part de la circulation; une autre partie de la circulation est plafonnée par une coupure plus petite.

Certains utilisateurs n'emploient donc que peu ou pas la plus grosse coupure; cela est dû, par exemple, aux différences de niveau de vie ainsi qu'à la plus ou moins grande facilité d'obtenir la monnaie d'une grosse coupure suivant l'environnement. Il se peut qu'en pratique ce soient deux ou trois coupures qui forment le plafond (comme nous en verrons un exemple). Il faut donc ajouter un ou deux paramètres supplémentaires aux paramètres fondamentaux L et K .

Nous allons montrer par un exemple comment L et K peuvent être calculés mais demandons-nous d'abord de quoi dépendent leurs valeurs. L se mesure en Francs, K en $F^{1/2}$. K est certainement proportionnel à la population d'utilisateurs tandis que L varie en fonction des habitudes de paiement en espèces ou par chèque suivant les montants. Il est bien évident que L et K dépendent aussi du pouvoir d'achat de l'unité monétaire. Si ce pouvoir d'achat variait sans que d'autres facteurs changent (supposition peu réaliste), on peut supputer que la circulation totale égale à $K \sqrt{L}$ varierait avec le niveau des prix. L varierait alors aussi en proportion directe et K en proportion avec la racine carrée du niveau moyen des prix. Il est trop tôt pour se prononcer précisément sur ce point.

Voyons plutôt comment et avec quel genre de précision L et K peuvent être déterminés en prenant pour exemple les circulations en France à fin mars 1983 (tableau A et figure 3). Il est évident que le billet de 100 francs joue un grand rôle dans la thésaurisation : c'est pourquoi nous l'excluons du calcul de K que nous allons déterminer pour l'intervalle de 0,05 francs à 100 francs. Dans cet intervalle, la circulation (pour toutes les coupures de 0,05 francs à 50 francs) se monte à $16,04 \cdot 10^9$ F.

En divisant ce chiffre par $\sqrt{100} - \sqrt{0,05}$ nous trouvons $K = 1,641 \cdot 10^9 F^{1/2}$. Nous pouvons aussi déterminer la valeur de K pour chaque coupure, mais nous obtiendrons de considérables divergences pour les coupures de 2 et 20 francs qui sont de création plus récente que leurs voisines. Nous pouvons toutefois, conformément à nos postulats, regrouper ces circulations avec celles des coupures de 1 et 10 respectivement. Nous obtenons alors les valeurs suivantes pour K :

$$\begin{aligned} M_{0,05} / (\sqrt{0,1} - \sqrt{0,05}) &= 1,188 \cdot 10^9 \\ M_{0,1} / (\sqrt{0,2} - \sqrt{0,1}) &= 1,526 \cdot 10^9 \\ M_{0,2} / (\sqrt{0,5} - \sqrt{0,2}) &= 1,185 \cdot 10^9 \\ M_{0,5} / (\sqrt{1} - \sqrt{0,5}) &= 1,637 \cdot 10^9 \\ M_{1+2} / (\sqrt{5} - \sqrt{1}) &= 1,616 \cdot 10^9 \\ M_5 / (\sqrt{10} - \sqrt{5}) &= 1,473 \cdot 10^9 \\ M_{10+20} / (\sqrt{50} - \sqrt{10}) &= 1,403 \cdot 10^9 \\ M_{50} / (\sqrt{100} - \sqrt{50}) &= 1,747 \cdot 10^9 \end{aligned}$$

Il y a dans ces chiffres une variation systématique. Dans l'article [1] nous avons inclus un diagramme de la monnaie française à la fin de 1971. Il montrait une pente plus forte que les diagrammes des autres monnaies représentées, pente qui s'est considérablement atténuée mais subsiste néanmoins.

TABLEAU A
Circulation en France en milliards de F au 31-3-1983

Coupures	0,05	0,1	0,2	0,5	1	2	5	10	20	50	100	200	500	Total
Circulations réelles . Sous-totaux	0,110	0,200	0,308	0,425	1,47	0,529	1,36	5,49	1,02	5,12	85,9	10,1	73,6	186
						2,00			6,52					
Circulations calculées Sous totaux	0,148	0,210	0,416	0,469	0,663	1,31	1,48	2,10	4,16	4,69	86,2	10,5	73,2	186
						1,98			6,25					
Erreur %	+34	+5	+52	+10	-1	+9	-4	-8						

La première ligne du tableau représente les *circulations réelles*. Elles excluent les circulations résiduelles de billets de types anciens (qui sont d'ailleurs minimes). Le billet de 200 F a été émis à partir de 1982. Celui de 20 F dès 1981 et la pièce de 2 F en 1979. Selon la thèse exposée ici, l'accroissement de circulation de ces nouvelles coupures a pour effet une réduction équivalente de la circulation de la coupure immédiatement inférieure mais l'évolution est lente : par rapport à une « circulation cible » mesurée aux coupures voisines la pièce de 2 F était, en mars 1981, à 29 %, en mars 1982 à 37 %, en mars 1983 à 41 %. La coupure de 20 F est à 24 % de sa circulation possible contre 19 % une année avant. La coupure de 200 ne peut plus être mesurée de façon analogue.

Les *circulations calculées* sont basées sur la thèse exposée ici et sur les quatre paramètres donnés dans le texte.

Les trois circulations supérieures peuvent être ajustées exactement. Les autres sont reproduites avec une précision honorable, compte tenu de la largeur du spectre considéré. La circulation de la pièce de 20 centimes fait notablement exception. Quant à celle de 5 centimes, on peut penser qu'elle se rapproche de la zone de désuétude.

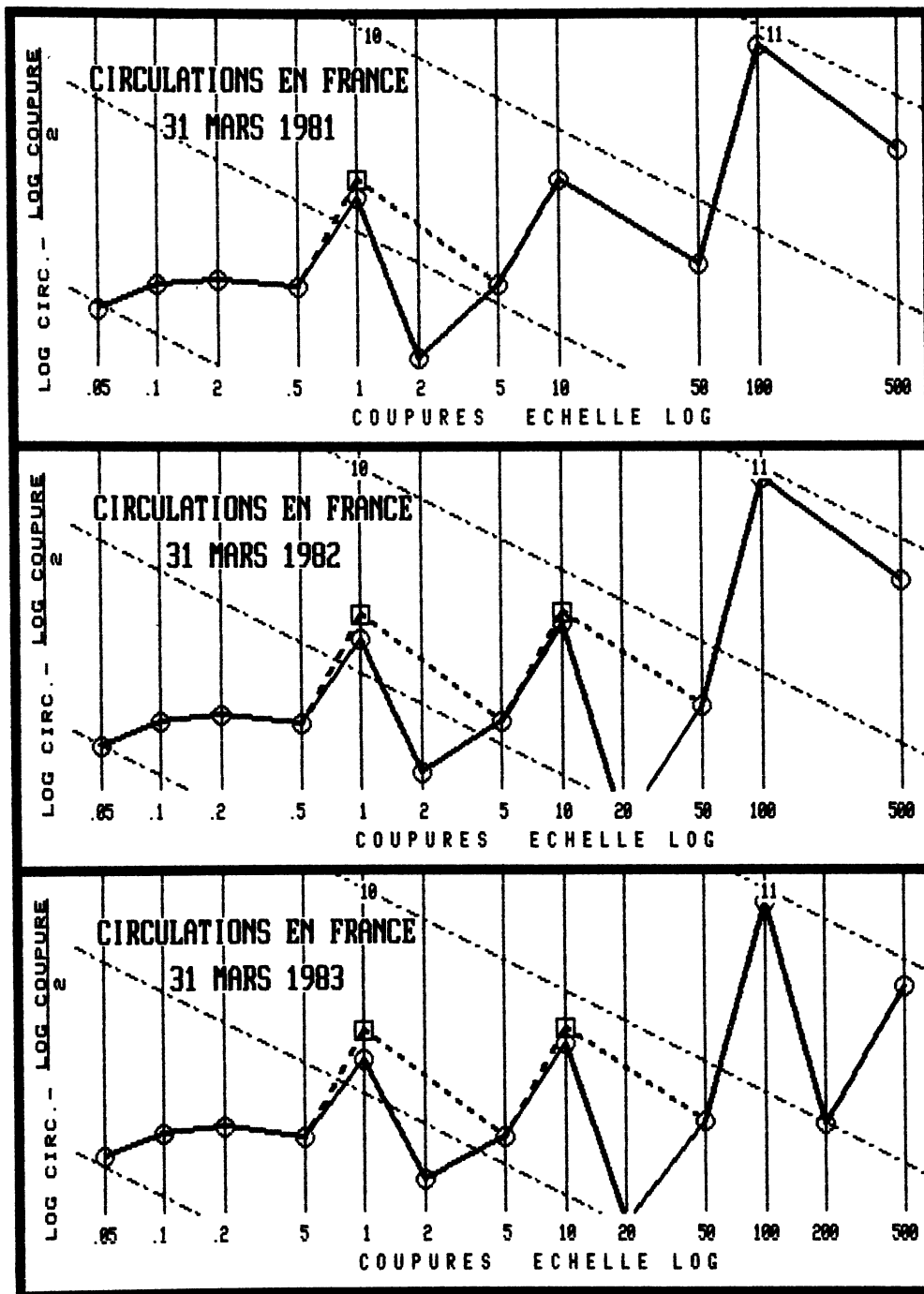


FIG. 3. — Représentation des circulations en France à trois dates distantes d'une année : mars 1981, 1982, 1983.

Les circulations réelles sont marquées par des cercles tandis que les carrés représentent le cumul de deux circulations voisines (1 + 2 et 10 + 20). Les échelles logarithmiques permettent de faire abstraction de l'inflation. La forte circulation relative du 100 est bien visible; avec le temps, elle s'atténue en faveur des plus grosses coupures.

En reprenant le calcul de K sur des intervalles d'une puissance de 10, on obtient :

de 0,05 à 0,5	$K = 1,278 \cdot 10^9$
de 0,5 à 5	$K = 1,586 \cdot 10^9$
de 5 à 50	$K = 1,630 \cdot 10^9$

Pour la suite, nous poserons :

$$K = 1,60 \cdot 10^9 F^{1/2}$$

en sachant que la précision est faible.

Le paramètre L peut être déterminé sur le total de la circulation selon la formule (2) qui donne :

$$L = \left[\frac{\sum M_j}{K} \right]^2$$

ce qui, avec $M_j = 1,86 \cdot 10^{11}$, donne $L = 13\,510$ F.

L'erreur relative sur \sqrt{L} est la même que sur K . Une incertitude de $\pm 10\%$ sur K entraîne donc une erreur de $\pm 20\%$ sur L . Ce n'est pas trop grave, car c'est surtout l'ordre de grandeur de L que nous voulons relever.

La très grosse valeur obtenue pour L peut en effet surprendre, mais elle n'en est que plus intéressante. Intéressantes aussi les comparaisons entre pays, si l'on sait qu'en Suisse la valeur de L est de l'ordre de 15 000 francs français, peu éloignée du chiffre français et qu'aux États-Unis elle est d'environ 6 500 francs français seulement. N'oublions pas de mentionner ici l'argument entendu notamment aux États-Unis selon lequel une partie des grosses coupures est immobilisée dans des coffres. Justifiée ou non, cette remarque peut, selon le cas, nous amener à changer la valeur de L , mais non le principe de son calcul.

Nantis des valeurs approximatives de K et de L , il nous reste à montrer comment s'exprime pratiquement le « plafonnement » de la circulation.

Le tableau B nous indique les circulations réelles et les circulations que l'on constaterait si la coupure de 500 francs incorporait la totalité des besoins de monnaie dans l'intervalle de 500 à L , c'est-à-dire si sa circulation valait vraiment $K(\sqrt{L} - \sqrt{500})$. Ces chiffres montrent de façon évidente que la circulation réelle du 500 n'est que la moitié de celle calculée dans cette hypothèse. Pour établir le tableau C, on s'est basé par contre sur la circulation réelle du 500 pour en tirer K' , une valeur partielle de K . Celle-ci correspond à une tranche de la circulation qui est effectivement plafonnée à 500.

TABLEAU B

Coupures	50	100 + 200	500	Total (milliards)
Circulations réelles	5,1	96,0	73,6	174,7
Circulations calculées	4,7	19,8	150,2	174,7

Ce tableau montre ce qui se passerait si toute la circulation était plafonnée par la plus haute coupure existante.

K est fixé à $1,6 \cdot 10^9 F^{1/2}$ et la circulation calculée de la coupure de 500 est basée sur $K(\sqrt{L} - \sqrt{500})$

L a été choisi pour que les deux totaux soient égaux ce qui donne ici $L = 13\,516$.

Le tableau C nous permet donc de nous représenter qu'actuellement, la moitié seulement de la circulation atteint la plus grosse coupure existante, le reste de la circulation ne dépassant pas 100 ou 200 francs. A propos de la coupure de 200, il est remarquable de constater qu'en moins d'un an, sa circulation ait atteint et dépassé le niveau de 6,4 milliards qui correspond à sa quote-part de la tranche plafonnée à 500. La coupure de 200 est donc en train de décharger celle de 100 pour la thésaurisation courante. La tranche de la circulation plafonnée à 500 est d'ailleurs elle-même en augmentation et la circulation des 100 francs a baissé de ce fait en un an de 3,2 % malgré la hausse de la circulation totale. Notons que la précision des pourcentages donnés par le tableau C est assez bonne. Si on refait les mêmes calculs en prenant arbitrairement :

$$K = 1,75 \cdot 10^9$$

ce qui correspond à $L = 11\,430$,

on trouve que 50 % de la circulation plafonne à 500, 2 % à 200 et 48 % à 100, donc à peu de chose près les mêmes chiffres.

Nous avons au tableau A montré en dessous des circulations réelles les circulations calculées avec :

$$\begin{aligned} K &= 1,6 \cdot 10^9 \\ L &= 13\,500 \\ K'_{500} &= 0,78 \cdot 10^9 \\ K'_{200} &= 0,04 \cdot 10^9 \\ K'_{100} &= 0,78 \cdot 10^9 \end{aligned}$$

c'est-à-dire avec quatre paramètres (puisque $\Sigma(K') = K$).

La correspondance n'est évidemment pas parfaite entre les chiffres calculés et les chiffres réels, mais elle est quand même remarquable si on songe à la largeur du spectre des coupures qui couvre un ratio de 1 à 10^4 .

En guise de conclusion, il faut remarquer que l'étude des circulations de chaque coupure nous place dans un domaine un peu étrange en ce sens qu'au premier abord on ne peut voir clair dans la distri-

TABLEAU C

	%	K'	50	100	200	500
Circulation partielle plafonnée à 500	49	0,78	2,3	3,2	6,4	73,6
Circulation partielle plafonnée à 200	2	0,04	0,1	0,1	3,7	—
Circulation partielle plafonnée à 100	49	0,78	2,3	82,5	—	—
Circulation partielle plafonnée à 50	—	0,004	0,4	—	—	—
Circulation totale réelle (milliards)	100	1,60	5,1	85,9	10,1	73,6

La circulation réelle M_{500} a été utilisée ici pour déterminer quelle portion de la circulation est plafonnée à cette coupure. Cette portion est caractérisée par K' une valeur partielle de K obtenue par l'égalité $M_{500} = K'(\sqrt{L} - \sqrt{500})$

Les circulations de la première ligne sont calculées avec cette même valeur partielle de K , en particulier la circulation du 200 F de 6,4 milliards. On conclut donc qu'il y a une circulation supplémentaire du 200 (soit 3,7) qui forme un plafond autonome. L'égalité $M_{200} = K'(\sqrt{L} - \sqrt{200})$, donne K'_{200} applicable à la deuxième ligne du tableau. On a procédé de même avec les circulations du 100 F et du 50 F.

Pourquoi la valeur de L doit elle être la même à chaque ligne pour chaque tranche de la circulation? Parce que, conformément à notre hypothèse de base, nous assistons au report sur des coupures inférieures à 500 du potentiel de circulation situé entre 500 et L .

bution sans une représentation logarithmique, alors que simultanément on ne peut négliger les aspects additifs. Le succès relatif de notre tentative est peut-être dû au fait que l'origine et l'aboutissement de la formule (1) concilient ces deux points de vue.

Disons encore qu'il reste beaucoup à faire dans le domaine général traité ici et dont la virginité est à peine effleurée. Dans le cadre étroit de l'hypothèse décrite plus haut, nous voyons deux objectifs immédiats :

- étude d'une méthode normalisée pour le calcul de K dans le but d'arriver à une automatisation du calcul et de faciliter les comparaisons;
- étude de ce qui influence les paramètres L et K et recherche d'une signification physique pour K ou pour K^2 . Nous en viendrons peut-être à abandonner l'emploi de K pour utiliser plutôt $N = K/\sqrt{L}$. Avec ce nombre sans dimension, la circulation totale est égale au produit NL et il est probable que N soit indépendant du pouvoir d'achat de l'unité. Avec N notre formule de base s'écrirait :

$$M_j = N \sqrt{L} \left[\sqrt{C_{j+1}} - \sqrt{C_j} \right]$$

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J.-C. HENTSCH. — La circulation des coupures qui constituent une monnaie, *Journal de la Société de Statistique de Paris*, n° 4, 1973.
- [2] J.-C. HENTSCH. — Calcul d'un critère qualitatif pour les séries de valeurs définissant l'échelonnement des signes monétaires, *Journal de la Société de Statistique de Paris*, n° 4, 1975.
- [3] L.C. PAYNE and H.M. MORGAN. — UK Currency needs in the 1980's, *The Banker*, April 1981.
- [4] J.S. CRAMER. — Currency by denominations, University of Amsterdam, Actuarial Science and Econometrics, Report AE 10/83.