

JACQUELINE FOURASTIÉ

La fonction de production : analyse critique

Journal de la société statistique de Paris, tome 116 (1975), p. 51-60

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1975__116__51_0

© Société de statistique de Paris, 1975, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

LA FONCTION DE PRODUCTION : ANALYSE CRITIQUE

The author is accounting for the reasons why he selected in his last book to show the problems concerning the measures of economic quantities. After he had examined gone through the theoretical functions he is studying some of its practical applications.

Der Verfasser erklärt die Gründe, die ihn veranlasst haben in einem kürzlich erschienenen Buch die Funktion der Produktion gewählt zu haben um die Schwierigkeiten zu zeigen um wirtschaftliche Quantitäten zu messen. Nach einem kurzen Ueberblick über die theoretischen Funktionen der Produktion, untersucht er einige praktische Anwendungen.

El autor expone las razones por las que ha escogido, en una obra reciente, la función de producción para mostrar las dificultades de medida de las cantidades económicas. Tras una revisión rápida de las funciones de producción teóricas, examina algunas de las aplicaciones prácticas.

La fonction de production a été choisie par nous dans un récent ouvrage ⁽¹⁾ pour montrer les difficultés de mesure des « quantités économiques ». Le présent article n'a pas pour objet de justifier le choix de la fonction de production — qui n'est pas exclusif, loin de là — mais il tend à mettre en lumière les principales idées sous-jacentes. Il voudrait appeler les réactions de nos collègues sur des problèmes scientifiques de première importance qui, pourtant, relèvent de la mathématique et de la statistique *élémentaire*.

L'intérêt d'une formulation économétrique, d'un « modèle mathématique » est précisément d'être général, c'est-à-dire de pouvoir s'appliquer dans un laps de temps assez long, et ou à des espaces différents.

C'est au filtre de cette analyse critique — que nous développerons d'ailleurs — que nous voudrions faire passer les recherches actuelles concernant la fonction de production et la mesure de la croissance. Après une revue rapide, et non exhaustive, des fonctions de production théoriques, nous examinerons quelques-unes des applications pratiques, et nous pourrions constater combien elles sont jusqu'ici décevantes.

Avant de faire cette revue, il faut poser le problème de la *possibilité d'existence* de la fonction de production, tant du point de vue de la théorie mathématique que de celui de la réalité économique. Le problème est difficile, et j'ai conscience de n'en être qu'aux balbutiements de la recherche.

1. *Essai sur la mesure des quantités économiques*, Mouton, 1974.

I — LES LIMITES THÉORIQUES DE LA POSSIBILITÉ D'EXISTENCE D'UNE
FONCTION DE PRODUCTION

Les limites semblent d'ordre très divers :

Le rationnel et le réel

Notre époque tend, et surtout a tendu, à tout rationaliser. En mathématiques, cette rationalisation se traduit par le désir de tout transformer en symboles et en formules (la généralisation abusive de certaines lois statistiques est aussi du même ordre).

Quand il s'agit de la production, les concepts rationnels classiques comme ce qu'on a appelé le « capital (c'est-à-dire les machines, les usines...) incluent maint facteur irrationnel (panne, usure...); ces « facteurs » ne se laissent donc pas aisément intégrer à l'analyse rationnelle; ils sont en théorie et en pratique, difficilement mesurables. Pour ce qui est du travail, l'énorme ouvrage de MM. Carré, Dubois et Malinvaud, à la suite de celui de Denison (1) montre ce qu'il y a d'irrationnel dans certaines appréciations qui sont plus qualitatives que quantitatives. *Un modèle mathématique ne peut rendre compte de tout le réel* (2).

La notion d'être mathématique

Nous sommes ici devant une question grave, facile à poser et difficile à résoudre que nous ne prétendons pas à résoudre ici; cependant elle est à la base de toute la « modélisation ».

En gardant l'exemple des fonctions de production, nous savons qu'elles sont généralement conçues comme une (ou des) relations entre « l'ensemble de production » et les facteurs de production. Mais qu'est-ce cet ensemble de production? que sont ces facteurs? Sont-ce bien des « êtres mathématiques », et est-il donc permis de les introduire dans une formule? Autrement dit, la fonction de production est-elle une fonction *numérique*, dans laquelle les lettres doivent être représentées par des nombres (question corrélatrice, le travail, par exemple, est-il un nombre?).

Nous sommes ici acculés à distinguer un « modèle expérimental » qui n'est qu'une relation statistique constatée, et « modèle mathématique », entité abstraite. Il me semble qu'il y a souvent confusion entre ces deux concepts, et que bien des problèmes seraient élucidés si la distinction était faite de façon plus générale...

Il faudrait se poser la question de ce qu'est un « être mathématique » un facteur? Une mesure? Un nombre abstrait? Un élément d'un ensemble abstrait? C'est plutôt dans l'ordre des deux dernières suggestions que beaucoup de mathématiciens répondraient, mais que veut dire abstrait? Un être mathématique doit-il être mesurable? Y a-t-il des quan-

1. CARRÉ, DUBOIS et MALINVAUD, *La croissance française. Un essai d'analyse économique causale de l'après-guerre*, Seuil, Paris, 1972. DENISON, assisted by POUILLIER, *Why growth rates differ, Postwar experience in nine western countries*, The Brooking Institution, Washington, 1967.

2. Il est intéressant de noter un article récent de M. Oleg ARKHIPOFF sur « Tiers monde : de la mesure de la croissance à celle du développement », *Bulletin de l'Économie et des Finances*, n° 5, janvier-mars 1974, pp. 7-25 qui rejoint notre point de vue en faisant une « remise en question fondamentale de l'objet même de la mesure, la croissance, traditionnellement mesurée et définie par le P. N. B., au profit de la notion de développement. Le développement est ressenti souvent de façon affective comme une croissance d'ordre supérieur transcendant la première, comme quelque chose de meilleur, de plus authentique que la croissance matérielle *stricto sensu* sans que, trop souvent, le contenu précis de ces mots apparaisse clairement ».

tités mesurables qu'on peut raccrocher plus ou moins à un « être mathématique » (ex. : le nombre d'heures de travail), d'autres pour lesquelles on ne le peut pas (par ex. : la qualité du travail). Nous sommes ici à la clef de la distinction entre mathématiques « pures » et mathématiques « appliquées ». En théorie, il n'y a pas de raccordement possible entre les deux, ...mais, il est de la nature de l'homme de se trouver toujours confronté à l'application de ces concepts, c'est pourquoi l'économétrie, en particulier, tente quand même ce raccordement.

Les coefficients

Il faut être conscient qu'une formule, quelle qu'elle soit, dépend de paramètres qui peuvent être déterminés de telle façon qu'elle soit valable dans un ou plusieurs cas particuliers (exemple : par deux points, on peut toujours faire passer une droite $y = ax + b$; mais si au lieu de deux points, on en connaissait 3, il n'est pas évident que le 3^e serait sur la droite qui passe par les deux premiers. En économétrie, on est souvent même moins exigeant; on se contente d'une formule valable statistiquement, c'est-à-dire qui indique une corrélation (la droite ne passe même pas tout à fait par les deux points). Précisons. Nous sommes dans un cas analogue à celui qui consisterait, pour représenter la chute des corps dans le vide, à prendre une formule telle que :

$$e = ax + b$$

ou

$$e = A x^\alpha$$

x étant le poids du corps et e la distance parcourue. Une telle formule, avec des choix corrects de a et b , ou de A et α , peut rendre compte de deux observations, et même de plus si on admet la corrélation statistique. Nous savons pourtant que la formule correcte est :

$$e = \frac{1}{2} g t^2$$

C'est-à-dire qu'il y a erreur, dans les modèles précédents, tant sur le facteur causal que sur le type de formule.

Le risque est donc grand d'élaborer une formule qui apparaisse assez satisfaisante du point de vue rationnel, qui soit vérifiée numériquement ou statistiquement pour plusieurs situations de fait et qui soit cependant absolument aberrante pour toute autre situation de fait.

Les systèmes d'étalons

Un autre problème général se pose. A partir du moment où l'on écrit une formule avec des paramètres déterminés, on suppose l'existence d'un système d'étalons; ceci est vrai en physique, mais aussi et plus encore, en économie. Or, il y a un étalon souvent inavoué, mais toujours présent — en économie, qui est la monnaie. Personne n'ignore les problèmes inextricables des francs courants et des francs constants et des variations du change. Comment une formule peut-elle rester valable avec des systèmes d'étalons variables?

Les relations causales

M. André L. A. Vincent ⁽¹⁾ a souligné une autre question. La fonction de production veut-elle être une relation causale ou une relation comptable?

1. « Les fonctions de production ont-elles encore quelque avenir ? » *Revue économique*, vol. XXI, n° 5, sept. 1970, pp. 864-865.

«... *les relations comptables* sont toujours exactement satisfaites mais elles sont incapables de nous renseigner sur les principales causes des phénomènes... Quant aux *relations causales*, elles visent à expliquer un fait ou un ensemble de faits aussi complètement que possible. Rien ne nous permet de dire que ces relations soient toujours entièrement chiffrables, d'autant plus qu'elles ont souvent des fondements psychologiques... »

S'il s'agit d'une relation comptable, c'est une relation *a posteriori*, construite pour décrire le passé. Mais si elle est causale, comme il semble bien que les principaux auteurs et utilisateurs de fonctions de production le désirent, peut-elle vraiment être explicitement écrite? Les symboles peuvent-ils y être remplacés par des nombres? Est-il normal qu'on aboutisse à un modèle mathématique complet?

Les facteurs

En ce qui concerne la fonction de production, le désaccord entre les auteurs commence au moment de connaître les facteurs de production (on est bien dans la perspective causale). Capital et travail, a-t-on dit au début, mais le temps, le progrès technique...? On est amené à intégrer de plus en plus de facteurs (quitte cependant, en fait, à ne guère utiliser que la fonction de Cobb-Douglas avec ses seuls facteurs : capital et travail). Ici, même du point de vue du symbolisme rationnel, on est loin d'une solution satisfaisante.

Les agrégats

Une fois les facteurs trouvés, reste à les *agréger*. C'est un autre problème de théorie élémentaire, en fait difficile, peu étudié. Je ne puis que renvoyer à des travaux antérieurs (1). En résumé, additionner une usine et une machine n'est pas un problème simple, dès lors qu'on se propose consciemment de ne pas se limiter à un moment précis du temps et de l'espace. Dans toute application d'une formule de fonction de production, il y a implicitement quantité d'agrégations effectuées, quantités d'indices utilisés. Il est important de réfléchir aux causes d'erreur ainsi provoquées.

II — UNE VASTE LITTÉRATURE THÉORIQUE

Il n'est pas question ici d'inventorier l'énorme littérature qui existe sur les fonctions de production. Notre objet est, rappelons-le, une analyse critique des principes conceptuels sur lesquels repose la fonction de la production. On se contentera de quelques exemples significatifs de la façon dont raisonnent les inventeurs de formules.

Nous avons déjà dit de façon générale que la fonction de production est conçue comme une (ou des) relations entre « l'ensemble de production » et les facteurs de production.

Il est très instructif de feuilleter quelques manuels, car, autant de manuels, autant de définitions! Les uns se situent en macro-économie, les autres en micro-économie, certains font intervenir comme seuls facteurs le capital et le travail, d'autres en font intervenir beaucoup d'autres...

Prenons quelques *exemples de fonction de production* (pour les références, nous nous permettons de renvoyer à notre *Essai sur la mesure des quantités économiques*).

1. Voir *Essai sur la mesure des quantités économiques*, op. cit., pp. 47 à 65 et « La mesure des quantités économiques : problèmes posés par l'élaboration d'agrégats et d'indices », *Journal de la Société de statistique de Paris*, n° 1, 1^{er} trimestre 1973, pp. 2-14.

— La plus simple, et la plus évidente, est la fonction à coefficients constants

$$Q = \min \left(\frac{K}{V}, \frac{L}{U} \right)$$

Q étant la production, K le capital, L le travail, U et V des coefficients constants. Autrement dit, la production est limitée (si les rendements d'échelle sont constants) soit par la quantité du travail, soit par la quantité du capital. Dans la réalité, il y a souvent gaspillage de ce qui n'est pas utilisé à plein :

$$Q = \frac{K}{V} = \frac{L}{U}$$

— La plus célèbre et la plus ancienne est évidemment *la formule de Cobb-Douglas*

$$Q = AK^\alpha L^\beta$$

Q , K et L gardent la signification précédente, A , α et β étant des coefficients constants. Une grande discussion s'est élevée pour savoir si $\alpha + \beta$ était égal ou non à 1.

— La fonction de Cobb-Douglas ne permettait pas suffisamment de tenir compte des possibilités et des impossibilités de substituer capital et travail; c'est alors qu'est née *la fonction C. E. S*

$$Q^{-\beta} = aK^{-\beta} + bL^{-\beta}$$

(Constant Elasticity Function : fonction à élasticité constante de substitution).

Dans le cas où le capital et le travail sont parfaitement substituables, $\frac{1}{1 + \beta}$ tend vers un, et la fonction tend vers la fonction de Cobb-Douglas. Notons à ce point de vue le souci de presque tous les auteurs qui ont suivi Cobb et Douglas de retrouver leur formule, au moins comme cas particulier de la leur; cela montre le prestige acquis par la première (mais malheureusement ne peut être invoqué en faveur de son adéquation au réel).

— Le progrès technique étant un facteur de mouvement, on a *dynamisé* la fonction de Cobb-Douglas en la multipliant par un facteur $e^{\nu t}$ (ν constant, t temps). Le progrès technique peut ainsi s'introduire.

— Mais il n'y a pas de raison d'introduire le progrès technique seulement au coefficient général; il peut être important de l'incorporer dans l'expression du capital et de tenir compte de la date de construction du capital. C'est la fonction de production de Solow. Celui-ci considère à une époque t tous les équipements construits à la même époque ν , notés $K_\nu(t)$, et la main-d'œuvre $L_\nu(t)$ travaillant sur ces équipements. Pour cette époque :

$$Q_\nu(t) = e^{\beta\nu} L_\nu^\alpha(t) K_\nu^{1-\alpha}(t)$$

C'est une fonction dynamisée de Cobb-Douglas. Si on veut considérer le temps depuis les origines :

$$Q(t) = \int_{-\infty}^t e^{\beta\nu} L_\nu^\alpha(t) K_\nu^{1-\alpha}(t) d\nu$$

Cette jonction ne suffit pas à Solow. Il suppose encore que le capital se déprécie régulièrement. Son résultat définitif est

$$Q(t) = L^\alpha(t) K^{1-\alpha}(t)$$

avec

$$K(t) = e^{-\mu t} \int_{-\infty}^t e^{\left(\mu + \frac{\beta}{1-\alpha}\right)\nu} I(\nu) d\nu$$

μ étant une constante, I étant l'investissement à l'époque ν . Il y a eu beaucoup de transformations opérées à partir de cette fonction, en particulier pour introduire le progrès technique de l'année t !

— Il n'y a pas de raison de ne pas faire intervenir aussi le progrès technique dans la main-d'œuvre. C'est le but de la *fonction à deux trends du CEPREL*

$$Q = (Le\gamma^t)^\alpha K^{1-\alpha}$$

K est le capital au sens de Solow, en tenant compte du progrès technique par le coefficient β , L est affecté aussi d'un indice de progrès technique, le coefficient γ . α est une constante.

— On pourrait ne pas terminer là une telle énumération. Nous espérons avoir fait comprendre au lecteur que chaque fois qu'intervient l'idée d'un nouveau facteur, la formule se complique. Donnons comme couronnement de cette énumération, la fonction relativement récente (1972) *C. E. S.-V. E. S.* succès au point de vue strictement mathématique, car pour certaines valeurs des paramètres, on retrouve des fonctions déjà connues. Mais nous craignons que cette généralisation ne soit purement formelle (c'est-à-dire que la formule, malgré sa complication, ne paraît pas plus apte à représenter le réel tel qu'il est statistiquement appréhendé) — elle est seulement propre à se simplifier pour des valeurs déterminées des coefficients, en des formules déjà classiques. L'avantage théorique est que les élasticités de substitution (Capital-Travail) peuvent être variables ou constantes

$$\log Q = \eta - \frac{1}{\theta} \log \alpha K^{-\theta} + (1 - \alpha) L^{-\theta} - \gamma \left(\frac{L}{K}\right)^\beta$$

($\alpha, \eta, \theta, \gamma, \beta$ sont des paramètres, $0 \leq \alpha \leq 1$)

On voit à quel degré de complication statistique on arrive!

En fait, ce qui est fondamental pour nous, c'est qu'à chaque formule correspond une notion conceptuelle des grandeurs Q , K et L sans que les auteurs s'attachent à préciser ces notions, et sans même qu'ils semblent avoir conscience de l'importance de la question. Leur imagination — très respectable — a donc abouti, en introduisant de plus en plus de facteurs et d'idées, à des modèles mathématiques de plus en plus complexes. On est surpris quand ensuite on regarde du côté des utilisateurs.

III — PEU DE RÉALISATIONS PRATIQUES SATISFAISANTES

En effet, les utilisateurs ont-ils été rebutés par les formules? C'est en partie vraie, car certaines de ces formules ne se prêtent guère au calcul statistique. Mais ils se sont surtout heurtés aux difficultés pratiques qui consistent simplement à réunir les « données » nécessaires; c'est-à-dire que les symboles inscrits dans les formules ne coïncident avec aucune des grandeurs mesurables par le statisticien économètre. Cela revient à la question que nous posions au départ; Q , L et K sont-ils des « êtres mathématiques »? Comment passe-t-on d'un modèle mathématique à une application statistique?

Les calculs de Douglas et de ses collaborateurs

Ces calculs étant les premiers en date, il est important de leur faire une place. Cobb et Douglas ne se sont pas contentés d'élaborer une formule : Douglas, le praticien, l'a appliquée, dans de nombreux cas.

Les problèmes qui se sont posés étaient surtout du type : faut-il faire intervenir tel type de travail? Doit-on travailler sur les valeurs ajoutées ou sur la production globale?... Les séries sur lesquels a opéré Douglas étaient de deux types : séries chronologiques et séries sectorielles (dans le temps, ou dans un secteur déterminé de la production).

Le procédé de calcul et celui d'une régression multiple : en supposant que les mesures soient valables (Douglas pensait qu'elles l'étaient), on obtient des séries de « points » dont les coordonnées sont des Q_t , K_t , L_t . On fait alors une régression multiple qui permet d'obtenir une droite (en logarithmes), donc une fonction de Cobb-Douglas. Il y a certainement risques d'imprécision, car cette droite est l'intersection de plans parfois près d'être confondus, un petit déplacement de l'un des plans entraîne un grand déplacement de la droite! Il est facile de consulter les résultats de Douglas dans son article « Are there laws of production? » *American Economic Review*, mars 1948 ⁽¹⁾, c'est pourquoi nous ne les reproduisons pas ici. Il semble que les résultats soient nettement plus satisfaisants pour les séries sectorielles que pour les séries chronologiques.

Les études sur la mesure de la croissance

Depuis l'ouvrage ronéoté (de 1963) de MM. Berthet, Dubois, Carré et Malinvaud : *Sources et origines de la croissance française au milieu du XX^e siècle* ⁽²⁾, une vague de recherches déferle sur les causes de la croissance. Les ouvrages principaux sont : Denison, assisted by J.-P. Poulhier, *Why growth rates differ. Postwar experience in nine western countries* ⁽³⁾, et tout récemment MM. Carré, Dubois et Malinvaud : *La croissance française, un essai d'analyse économique causale de l'après-guerre* ⁽⁴⁾.

Ces ouvrages, et tous ceux qui ont été effectués dans cette ligne sont du plus haut intérêt. On voit enfin se profiler *une analyse qualitative* de la croissance; un grand effort a été fait et réussi pour mieux connaître les facteurs de la croissance. Nous ne saurions donc trop dire notre admiration pour ces travaux.

Cependant, nous devons exprimer une critique méthodologique : ce travail a été récapitulé selon une méthode qui devait apparaître tellement évidente aux auteurs qu'elle n'a pas été explicitée : comparaison de la P. I. B. avec une fonction de Cobb-Douglas. La croissance est mesurée par le P. I. B. ⁽⁵⁾, et expliquée selon la formule de Cobb-Douglas prise sous la forme de sa dérivée logarithmique :

$$\frac{dQ}{Q} = \alpha \frac{dK}{K} + \beta \frac{dL}{L}$$

$\frac{dQ}{Q}$ est donné par le P. I. B., $\frac{dK}{K}$ et $\frac{dL}{L}$ sont calculées avec de grands efforts et de grands raffinements pour tenir compte des qualités et des quantités des nombreux sous-facteurs qui interviennent. L'étude détaillée est passionnante, mais ce n'est pas notre propos ici.

Au terme d'efforts énormes, MM. Denison et Poulhier trouvent un résidu inexplicé (différence entre les deux termes de la formule) qui dépasse dans tous les cas le quart de

1. Ces résultats ont été rassemblés par M. R. Fruit : « La fonction de Cobb Douglas » *Revue économique*, 1962, pp. 187 à 236. Nous avons reproduit l'essentiel des résultats, à partir de cet article dans *Essai sur la mesure des quantités économiques*, op. cit., pp. 136-140.

2. I. N. S. E. E.

3. The Brookings Institution, Washington, 1967.

4. Seuil, 1972.

5. Notre objectif présent n'est pas de critiquer le P. I. B., mais ce n'est quand même pas un agrégat sans problème. Voir par exemple — il est vrai dans l'optique particulière des pays en voie de développement — la critique très pertinente de M. Oleg ARKHIPOFF, op. cit., pp. 9-10.

la croissance totale. MM. Carré, Dubois et Malinvaud trouvent, pour la période 1951-1959, une croissance de la P.I. B. de 5,0 % et un résidu de 2,5 %, les autres résidus trouvés sont aussi de l'ordre de la moitié de la croissance totale. MM. Carré, Dubois et Malinvaud, dans leur dernier livre, déclarent que le résidu est imputable au progrès technique, ce qui est nouveau par rapport à ce qui précède (1). On sent au contraire que M. Denison était convaincu que s'il améliorait encore un peu sa technique, son résidu inexplicé diminuerait. *N'y a-t-il pas lieu de mettre en cause la formule?* Les très forts écarts entre les informations statistiques issues du réel et les informations calculées issues de la « fonction » de Cobb-Douglas appellent, nous semble-t-il au-delà des « ajustements résiduels », la critique fondamentale conceptuelle : est-il pensable de résumer la croissance d'un pays en une formule? Prendre le P. I. B. est déjà une mesure arbitraire... mais pour tenir compte de tous les facteurs, ne faudrait-il pas tout l'ouvrage de 700 pages de MM. Dubois, Carré et Malinvaud, et ne pas prétendre que le tableau « récapitulatif » de la page 275 est capable d'en donner un résumé quantitatif?

Les remarques conceptuelles énoncées ci-dessus prennent ici une valeur expérimentale : pourquoi la formule utilisée serait-elle indépendante de l'étalon de mesure? Autre critique, pourquoi cette formule plutôt que l'une des nombreuses autres, plus raffinées, qui ont été établies?

Autres efforts d'application de la fonction de production

Nous nous contenterons de quelques exemples qui nous ont paru mettre en évidence les difficultés dues à la formule.

1. Le V^e Plan

Le VI^e Plan n'a pas utilisé de fonction de production. Le V^e a voulu faire un modèle de l'ensemble de l'activité nationale. La fonction de production qui a été utilisée fait intervenir un très grand nombre de variables (2). Il y eut un effort évident, mais qui du point de vue scientifique ne peut être jugé que par les résultats : contrairement à ce qui a été prévu, ce n'est pas la production qui a vu son taux de croissance devenir plus fort, mais le chômage. L'erreur n'est d'ailleurs pas énorme.

2. Les travaux de Vidar Ringstad

Ces travaux (3) ont retenu notre attention parce qu'ils donnaient une grande variété de résultats, à une échelle micro-économique. La première remarque intéressante est que cette étude est précédée d'une partie théorique dont la conclusion est un éloge de la fonction C. E. S. Or M. Ringstad n'a pas pu l'appliquer (il dit d'ailleurs que c'est à cause des difficultés de calcul). Il a donc été « obligé » de prendre une fonction de Cobb-Douglas dynamisée (l'avantage pratique essentiel est qu'on obtient des relations linéaires en logarithmes). Ce qui est intéressant, c'est qu'ensuite l'auteur essaye d'estimer les coefficients de la fonction de Cobb-Douglas. Il propose pour cela plusieurs méthodes : méthode indirecte (I. L. S. : indirect Least Square), méthode « ordinaire » des moindres carrés (O. L. S.) et quelques variantes. Au total on a quatre méthodes, M. Ringstad calcule le coefficient β de la fonction

1. Jusque-là, on parlait seulement de « résidu inexplicé ».

2. Cf. *Étude et conjonctures*, n° 12, décembre 1966 : « Méthodes de programmation dans le V^e Plan », surtout pp. 45 et 123.

3. *Estimating production function and technical change from micro data*. An exploratory study of individual establishment time-series from Norwegian mining and manufacturing, 1959-1967. Central Bureau of Statistics of Norway, Oslo, 1971.

de Cobb-Douglas, et trouve des résultats variant entre 0,178 et 0,433! Un simple regard sur ces résultats montre qu'il ne suffit pas d'avoir une formule pour avoir un modèle mathématique irréprochable.

3. *Les travaux récents de J. Mairesse et A. Saglio* ⁽¹⁾

Ces travaux ont été effectués en parallèle avec le modèle physico-financier du VI^e Plan. Nous les avons retenus, eux aussi, parce que, grâce à l'esprit scientifique rigoureux des auteurs, un grand choix de fonctions de production est offert. Ici encore, c'est une fonction de Cobb-Douglas qui est finalement calculée, et ce choix est longuement justifié, quoique ne répondant pas tout à fait aux critères que désirent les auteurs. Ceux-ci montrent ensuite la difficulté énorme qu'il y a à réunir les statistiques nécessaires sur la période d'étude choisie (1951-1968), nous ne nous y étendrons pas. Par contre, la méthodologie du calcul de la formule est encore celle de la régression linéaire sur les logarithmes. Les différentes manières d'estimer les facteurs donnent pour le coefficient $1-\beta$ les valeurs suivantes que nous indiquons pour montrer la variété des formules obtenues :

0,34; 0,48; 0,12; 0,07; 0,23; 0,07; 0,31; 0,30; 0,09; 0,38; 0,48; 0,31; 0,34; 0,43; 0,35; 0,14

Cette liste nous paraît éloquente par elle-même! Inutile de dire que les prévisions faites sur Q à partir des différentes formules trouvées n'auraient aucune commune mesure.

CONCLUSION

Les deux derniers exemples auront, nous l'espérons, laissé le lecteur sur l'idée qu'il est impossible de parler d'une fonction de production. Tout au plus peut-on chercher si parmi les formules proposées et effectivement calculables, il y en a une qui est moins insatisfaisante que les autres. En même temps que sur la variété des ajustements possibles, nous voudrions attirer l'attention sur la difficulté qu'éprouvent les économètres et les staticiens à réunir les données nécessaires; c'est l'insuffisance comptable dont a parlé M. Vincent, rappelée au début de cet article.

Si l'on ajoute qu'une fois des données « choisies », si elles sont peu nombreuses, on peut toujours leur ajuster une formule (la régression linéaire est là pour cela!), on voit qu'il y a un grand risque de s'illusionner, et de s'imaginer qu'on a trouvé « la » formule. Par ailleurs, les formules savantes et compliquées sont obligées de céder le pas, dans la pratique, à la fonction de Cobb-Douglas, non parce que cette dernière se justifie mieux, mais parce qu'elle est linéaire en logarithme, et donc justifiable des méthodes statistiques de la régression linéaire. Il faut d'ailleurs nuancer ce que nous venons de dire en reconnaissant que pour beaucoup d'économistes aujourd'hui, la fonction de Cobb-Douglas est celle qui apparaît la plus « robuste » de toutes.

Je ferai volontiers miennes les réactions citées par M. Henri Guitton ⁽²⁾ lorsque, traitant de l'économétrie, il cite successivement Divisia qui peu avant sa mort lui disait « Je ne reconnais plus l'enfant grandi dont nous étions le père... Les mathématiques, dont nous étions partisans, ont pris une si belle part qu'elles ont fini par tout envahir, par tout absorber. Les faits statistiques qui, selon nos conventions, devraient toujours être présents, sont sou-

1. « Estimation d'une fonction de production pour l'industrie française. *Annales de l'I. N. S.S.E. E.* n° 6, janvier-avril 1971.

2. *Journal de la Société de Statistique de Paris*, 2^e trimestre 1973, pp. 107-112.



vent absents. Si des séries statistiques interviennent dans les constructions, ce ne sont pas des séries vécues apportées par telle ou telle réalité, de telle ou telle période de l'histoire ce sont des séries conçues, imaginées par l'esprit », M. Oscar Morgenstern ⁽¹⁾ : « face à ces difficultés (du traitement statistique) il n'est pas étonnant que des économètres trouvent plus commode d'élaborer des méthodes abstraites et raffinées que de les mettre en pratique » et M.-W. Léontieff ⁽²⁾ : on est plus facilement satisfait de « construire des méthodes statistiques déductives de plus en plus raffinées sans jamais se lancer dans la recherche empirique ».

C'est précisément ce divorce entre la recherche empirique, et l'élaboration mathématique qui est notre crainte actuelle. Nous espérons — en avouant cependant un petit doute — que notre Président M. Malinvaud n'a pas eu tort d'annoncer : « Le temps n'est probablement plus très éloigné où le terme de « théorie » va retrouver en économétrie un sens qu'il avait un peu perdu. On n'entendra plus seulement par théorie un modèle abstrait, logiquement consistant, mais aussi l'expression résumée d'un système de faits rationalisés et reliés entre eux de manière cohérents ⁽³⁾.

Jacqueline FOURASTIÉ

Agrégé de mathématiques

*Maître assistant au Conservatoire national
des Arts et Métiers*

1. « L'économétrie est-elle une science exacte? », *La Recherche*, n° 18, décembre 1971.
2. « Theoretical Assumptions and non observed fact », *American Economic Review*, mars 1971.
3. « Induction et science économique », *Journal de la Société de statistique de Paris*, n° 4, 4^e trimestre 1973.