

R. YOUNG

**Variations saisonnières, autorégression et lissage exponentiel  
dans les séries économiques chronologiques**

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 116 (1975), p. 186-195

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1975\\_\\_116\\_\\_186\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1975__116__186_0)

© Société de statistique de Paris, 1975, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

## ARTICLES

**VARIATIONS SAISONNIÈRES,  
AUTORÉGRESSION ET LISSAGE EXPONENTIEL  
DANS LES SÉRIES ÉCONOMIQUES CHRONOLOGIQUES**

*In this paper the author talks about the exponentially smoothed projection method applied to economic time series. He then compares the advantages of this method with other techniques used to forecast series with autoregressive and seasonal tendencies.*

*Der Verfasser erklärt in diesem Artikel die Methode der Projektion der exponentiellen Angleichung angewendet auf die wirtschaftlichen Zeitserien. Er vergleicht dann die Vorzüge dieser Methode in Bezug auf die anderen Techniken, die angewendet werden für Zeitserien, die autoregressive und zeitbedingte Tendenzen haben.*

Depuis que l'on ne parle plus de « prophétie » mais de « prédiction », l'attention s'est portée sur l'utilisation de méthodes autoprojectives dans la prévision de séries chronologiques discrètes [1]. Dans cet article nous traiterons de l'application d'une technique spécifique — la *projection à lissage exponentiel* — et nous discuterons ensuite de l'avantage de cette méthode sur les autres techniques utilisées dans la prévision des séries chronologiques de l'économie qui présentent des tendances autorégressives et/ou saisonnières. Pour cela, nous avons choisi de prendre en considération deux séries trimestrielles de comptes nationaux : le PNB (produit national brut) et les exportations, la première étant manifestement autorégressive et la seconde, par nature, saisonnière, lorsqu'on la place dans le contexte national qui nous intéresse, à savoir celui d'Israël depuis 1964. Une mise au point doit cependant être faite avant d'aller plus loin dans la discussion. Tout d'abord il convient de définir quelques concepts de base que nous avons utilisés dans notre analyse.

I. — On entend, par *variations saisonnières*, un modèle de variations régulières qui, au cours d'une année, présente un pic (ou des pics) pendant une période de base déterminée (par exemple un mois ou un trimestre) et un (ou des) creux à une autre période.

On définit, par variations saisonnières *stationnaires*, un modèle saisonnier indépendant de l'année pendant laquelle il se produit, c'est-à-dire, dont l'intensité du mouvement saisonnier, au cours d'une période donnée de l'année, ne change pas d'une année sur l'autre.

On appelle variations saisonnières *indépendantes* le modèle saisonnier d'une série particulière qui serait indépendant du modèle saisonnier de tout autre série économique. S'il y avait dépendance, la suppression des variations saisonnières des séries causales entraînerait en grande partie, la disparition de ces mêmes variations dans les séries qui en dépendent. On parle, dans ce dernier cas, de variations saisonnières *dérivées*.

Des données *désaisonnalisées* sont des données corrigées des variations saisonnières régulières.

On doit faire deux autres distinctions de moindre importance. Premièrement les pics ou les creux peuvent être des *points* ou des *aires*. Le premier terme désigne le cas où le pic (ou le creux) se produit au cours d'une période de base (par exemple un mois), les influences saisonnières autour de cette période étant alors relativement faibles. Le second terme se réfère à une situation où le pic (ou le creux) s'étale sur plusieurs périodes de base consécutives.

Deuxièmement, on doit faire une distinction entre pics (ou creux) *primaires* et *secondaires* : en effet, un modèle saisonnier peut avoir plus d'un mode dans un mouvement ascendant (pic) ou descendant (creux).

Les données d'origine,  $O$ , d'une série chronologique économique peuvent être décomposées en quatre grandes composantes : la tendance générale  $T$ , l'effet cyclique  $C$ , le modèle saisonnier  $S$  et les irrégularités  $I$ . Il est cependant assez fréquent que  $T$  et  $C$  soient représentés par une seule composante, par suite de l'influence décroissante de  $C$  dans le comportement des séries chronologiques courantes d'après-guerre.

Ces composantes peuvent être regroupées de deux manières fondamentales pour former les séries d'origine : (1) le modèle *multiplicatif* et (2) le modèle *additif*.

Dans le modèle multiplicatif :

$$O = C \times S \times I$$

où  $S$  et  $I$  sont sous forme d'indices.

Les données désaisonnalisées s'obtiennent en divisant  $O$  par  $S$ . La série désaisonnalisée peut être lissée par une moyenne mobile afin d'estimer la tendance générale.

Les hypothèses attachées à ce modèle sont les suivantes :

a) les composantes agissent indépendamment les unes des autres ;

b) les corrections du mouvement saisonnier et des irrégularités varient comme la tendance générale, la correction du mouvement saisonnier étant la différence entre les données originales et les données désaisonnalisées.

Ces ajustements sont donc à peu près constants d'une année sur l'autre, non pas en valeur absolue mais en valeur relative : soit  $O_i/S_i$  une donnée désaisonnalisée au cours de la période  $i$ , la correction du mouvement saisonnier est donc :

$$O_i - \frac{O_i}{S_i} = C_i I_i S_i - C_i I_i = C_i I_i (S_i - 1)$$

Il est évident que cette correction varie avec  $C_i$ . Aussi si  $S_i$  ne varie pas beaucoup d'une année à l'autre, le rapport de la correction saisonnière aux données originales est :

$$\frac{C_i I_i (S_i - 1)}{C_i I_i S_i} = 1 - \frac{1}{S_i} = \text{constante}$$

C'est une constante en valeur relative et non absolue.

Cependant, cette caractéristique peut rendre difficile l'interprétation des données car il se peut qu'une partie du mouvement cyclique soit comprise dans la correction saisonnière, c'est-à-dire que l'on peut prendre pour une variation saisonnière normale ce qui est, en fait, un mouvement cyclique et, par là, empêcher l'application de diverses mesures susceptibles d'enrayer les mouvements cycliques.

Le modèle présente d'autres inconvénients fondamentaux. Tout d'abord, si les données de base sont nulles ou négatives, on ne peut utiliser le modèle multiplicatif. Dans le premier cas, la donnée désaisonnalisée sera égale à 0 quel que soit l'indice saisonnier (c'est-à-dire : si  $O_t = 0$ ,  $O_t/S_t = 0$  quel que soit  $S_t$ ). Dans le second cas, comme le facteur saisonnier est un indice positif, la donnée désaisonnalisée est toujours négative alors qu'elle peut être, en fait, positive, de même qu'une correction saisonnière positive peut cacher une donnée d'origine négative.

Par exemple, dans le cas d'Israël, c'est un problème qui touche la série regroupant l'ensemble des exportations et ses composantes. Les exportations de citrons sont nulles plusieurs mois par an, ce qui rend impossible l'application du modèle multiplicatif. Il est alors difficile d'évaluer la contribution de cette série dans le modèle saisonnier de la série de l'ensemble des exportations.

De plus, le modèle multiplicatif ne peut être appliqué à aucune série économique chronologique composée des *variations* d'une variable. En général le modèle multiplicatif implique à la série que l'on ajuste une limite inférieure nulle. De plus si l'indice saisonnier tend vers zéro, la donnée désaisonnalisée tend vers l'infini; en effet,  $O_t/S_t$  tend vers l'infini lorsque  $S_t$  tend vers zéro. En dépit de ces difficultés, le modèle multiplicatif reste le plus utilisé pour faire l'ajustement.

Le modèle additif, quant à lui, s'écrit :

$$O = C + S + I$$

Il est conseillé d'utiliser ce modèle quand la correction saisonnière est sensiblement constante en valeur absolue. Dans ce cas :  $O_t - S_t$  est la donnée désaisonnalisée de la période  $i$  et la correction s'écrit :

$$O_t - (O_t - S_t) = S_t$$

elle est indépendante de la tendance générale.

Aussi, contrairement au modèle multiplicatif, le modèle additif peut être utilisé si les données sont nulles ou négatives. Dans le premier cas les données désaisonnalisées peuvent être positives ou négatives. Dans le second cas, elles peuvent être positives si une correction saisonnière positive importante recouvre une donnée d'origine négative moins élevée. Il est à noter que, souvent, pour obtenir une explication satisfaisante des *variations* d'une *série d'ensemble*, il faut examiner les variations des *séries composantes*. Par exemple, étant donné que les exportations d'autres produits agricoles israéliens ont un pic différent du pic du citron qui tombe dans les mois d'hiver, une augmentation des exportations des autres produits enrayera l'effet de la composante citron sur la série de l'ensemble des exportations en réduisant le pic du premier trimestre de cette série, même si le modèle saisonnier de la série du citron ne présente aucun changement.

Quant au PNB, les pics et les creux de ses éléments sont répartis sur plusieurs trimestres (y compris ceux du secteur du commerce extérieur), comme on le voit d'après le tableau suivant qui indique les facteurs saisonniers par trimestre, pour 1968, période de base pour nos projections.

Séries	I	II	III	IV
PNB	101,5	98,2	102,2	98,0
Consommation privée (C)	96,4	100,1	104,8	98,8
Formation brute de capital domestique (I)	108,4	89,8	100,5	101,4
Consommation publique (G)	101,0	111,2	96,8	90,6
Exportations (X)	118,7	102,2	90,0	94,5
Importations (M)	100,9	105,3	96,3	97,5

En termes économiques, on a :

$$\text{PNB} = C + I + G + (X - M)$$

Le pic du PNB se situe au 3<sup>e</sup> trimestre, de même que pour la série de la consommation qui constitue en fait le poste le plus important du PNB et représente la « variation saisonnière dérivée ». Les modèles de consommation sont, tour à tour, fortement autorégressifs par nature, de même que ceux des investissements, des dépenses publiques et des importations, sans parler de la tendance générale des exportations. On peut vérifier cette affirmation dans le fait que la plupart des expressions fonctionnelles des modèles économétriques, sinon toutes, comprennent des relations spécifiques où les valeurs avec retard de la variable dépendante se présentent comme des variables exogènes (par exemple :  $C = f_{(C)-1}$ ,  $I = f_{(I)-1}$ , etc...). Aussi il est évident que le PNB est de nature autorégressive, ce qui a permis d'établir des modèles élémentaires pour sa projection (ou son autoprojection) [2].

II. — La projection par la méthode de lissage exponentiel que nous utilisons est basée sur la technique de projection et de décomposition des séries chronologiques que Theil propose, dans son livre *Prévisions et Politique économiques* (1961). Nous devons étudier d'abord les coefficients de pondération utilisés dans le calcul de la moyenne mobile pondérée exponentiellement (EWMA) (1).

Dans son livre *Séries chronologiques* (1973), Kendall aborde ce problème d'une manière brève mais complète, de la façon suivante [3].

S'il est nécessaire de faire ressortir les observations les plus récentes d'une série chronologique, il faut rechercher un ensemble de coefficients de pondération, proportionnels aux puissances d'un facteur  $\beta$ , soit 1,  $\beta$ ,  $\beta^2$ ,  $\beta^3$ , ect. et tels que leur somme soit égale à 1. Comme :

$$\sum_{j=0}^{\infty} \beta^j = \frac{1}{1-\beta}$$

les coefficients de pondération ont pour valeur :

$$(1 - \beta); (1 - \beta)\beta; (1 - \beta)\beta^2; \dots$$

Cela suppose que :  $|\beta| < 1$

On considère ensuite un processus composé d'une constante  $\alpha_0$  et d'un résidu aléatoire  $\epsilon$  de moyenne nulle, dont l'estimateur est  $a_0$  au temps  $t$ , les coefficients de pondération diminuant de façon exponentielle puisque  $|\beta| < 1$ .

1. EWMA : Exponentially — weighted moving average.

L'estimateur a la forme suivante :

$$\begin{aligned} a_0(t) &= (1 - \beta) [x_t + \beta x_{t-1} + \beta^2 x_{t-2} + \dots] \\ &= (1 - \beta) \sum_{j=0}^{\infty} \beta^j x_{t-j} \end{aligned} \quad (1)$$

En remplaçant  $t$  par  $(t - 1)$ , on obtient :

$$a_0(t - 1) = (1 - \beta) (x_{t-1} + \beta x_{t-2} + \dots)$$

d'où :

$$a_0(t) = (1 - \beta)x_t + \beta a_0(t - 1) \quad (2)$$

Kendall indique ensuite que, pour déterminer  $\beta$ , non seulement il faut connaître les points correspondant aux données antérieures, mais il est nécessaire également d'estimer tous les points par la méthode EWMA en rendant minimum la somme des carrés des erreurs de prévision. Autrement dit, si l'erreur à  $(t - 1)$  pour la prévision de  $x_t$  est  $e_t$  :

$$e_t = x_t - a_0(t - 1)$$

en substituant cette valeur dans (2), on obtient :

$$\begin{aligned} a_0(t) &= x_t - \beta e_t \\ &= a_0(t - 1) + (1 - \beta)e_t \end{aligned}$$

D'où l'équation suivante de la somme des carrés des erreurs à minimiser :

$$\sum_{t=t_0}^{\infty} \left[ x_t - (1 - \beta) \sum_{j=1}^{\infty} \beta^j x_{t-j} \right]^2$$

Mais, comme le note Kendall, une différentiation par rapport à  $\beta$  conduit à une équation en  $\beta$  trop compliquée. En pratique, on tronque la somme  $\sum \beta^j x_{t-j}$  au temps  $t = k$  où  $\beta^j$  peut être considéré comme petit et on minimise par approximation successive. On répète le calcul pour  $t = k + 1$  et, si nécessaire, pour  $t = k + 2$ , etc., pour voir si on a obtenu une bonne approximation pour  $\beta$ . Une grande exactitude, comme on l'a remarqué, n'est pas nécessaire ici.

De plus, après avoir affirmé que si les erreurs sont assez petites les estimations sont relativement insensibles aux variations de  $\beta$ , Kendall établit qu'on peut aussi regarder  $a_0$  comme étant déterminé en minimisant la somme pondérée des carrés :

$$\sum_{j=0}^{\infty} (x_{t-j} - \alpha_0)^2 \beta^j$$

La différentiation par rapport à  $\beta$  conduit à l'estimateur de l'équation (1) qui peut être regardé comme optimal dans un sens plutôt limité.

Nous maintenons cependant que s'il existe un estimateur « optimal », « meilleure prévision », il doit également exister un coefficient de pondération optimal (c'est-à-dire  $1 - \beta$ ) qui puisse être choisi *a priori*.

On peut dire aussi qu'il existe un certain rapport entre le degré d'« irrégularité » d'une série et le choix optimal de coefficients de pondération utilisés pour lisser cette série par la méthode EWMA. Car si on admet que la plupart des séries chronologiques que nous avons lissés comprennent des facteurs correspondant à la tendance générale, aux variations saisonnières et aux irrégularités, on ne doit pas oublier que la méthode EWMA ne peut faire de distinction entre les variations saisonnières et les autres fluctuations, car elle agit de la même manière sur ces facteurs.

Cependant si une série chronologique présente des variations saisonnières stables, les fluctuations réapparaissent régulièrement, bien que le processus de lissage les traite chacune comme un événement aléatoire. Aussi, on peut améliorer la méthode EWMA en la dotant d'un procédé systématique qui puisse s'appliquer à des séries saisonnières ou irrégulières, quelle que soit l'intensité de ces variations saisonnières ou de ces irrégularités.

III. — Nous pouvons évaluer le degré de « lissage » des séries chronologiques par la valeur de la composante cyclique après application des procédures d'ajustement saisonnier. Nous savons que des séries à fortes variations saisonnières (ou irrégulières) présentent des valeurs de composante cyclique plus importantes que d'autres séries à variations saisonnières (ou irrégulières) plus faibles. En fait, la méthode qui consiste à mesurer la composante cyclique nous permet de proposer une liaison entre les coefficients de pondération optimum, et les variations saisonnières (ou irrégularités) d'une série car les deux premières valeurs des trimestres servant à mesurer la composante cyclique (QCD = 1,2) <sup>(1)</sup> recouvrent le nombre maximum de mois servant à mesurer cette composante (MCD = 6) <sup>(2)</sup> avec un QCD égal à 1 regroupant les MCD égaux à 1, 2, 3 et avec un QCD égal à 2, les MCD égaux à 4,5 et 6 respectivement. Plus la variation saisonnière (ou l'irrégularité) est faible, plus le coefficient de pondération que l'on doit attribuer à la méthode EWMA est élevé.

Le plus fort coefficient de pondération correspond à l'étendue la plus faible de la variation saisonnière (ou de l'irrégularité) déterminée par l'évaluation de la composante cyclique (QCD ou MCD) [4].

Il faut cependant reconnaître que le coefficient de pondération le plus grand que l'on puisse attribuer est 0,5. C'est ce qui découle d'un algorithme généralisé correspondant à la méthode EWMA applicable à une série chronologique discrète donnée.

On peut choisir comme valeur initiale pour la méthode EWMA de la série x :

$$y_i = \frac{1}{t} \left[ \sum_{n=0}^{i-1} \left( 1 - \frac{1}{t} \right)^n x_{i-n} \right]$$

valeur correspondant au commencement de la série, le point de départ étant déterminé par la valeur de  $t$  choisie, c'est-à-dire par le coefficient de pondération pour le lissage ( $\omega = \frac{1}{t}$ ).

Posons, maintenant :  $y_m = y_i$ , de façon que :

$$y_{m+1} = y_m + \frac{1}{t} (x_{m+1} - y_m)$$

On procède par itération en posant :  $y_m = y_{m+1}$ . On engendre ainsi des valeurs par la méthode EWMA jusqu'au point final inclus et on obtient une série lissée.

Il est clair que la valeur prise par  $t$  est très importante dans le procédé de lissage. Logiquement, quand  $t$  représente des périodes de temps discrètes, on a :  $1 \leq t \leq \infty$ , c'est-à-dire que  $t$  prend des valeurs entières supérieures ou égales à 1. Les valeurs de  $\omega$  sont donc comprises entre 1 et 0, mais les seules valeurs données par  $1/t$  sont : 1, 1/2, 1/3, ..., 0. La valeur  $\omega = 1$  est cependant inacceptable car elle implique que la pondération totale est donnée à la période la plus récente à l'exclusion des périodes précédentes, supprimant ainsi tout lissage.

1. QCD : Quarter for cyclical dominance.  
 2. MCD : Month for cyclical dominance.

Ces conditions limitent, bien sûr, notre liberté de choix pour le lissage, mais l'expérience a montré que cette limitation n'est pas très grave car si  $\omega$  est voisin de 1, la méthode EWMA reflétera à un degré élevé les fluctuations aléatoires et irrégulières de la série. D'autre part, plus la valeur de  $t$  est élevée plus la valeur de  $\omega$  est faible et plus le lissage de la série est important, puisque une EWMA où  $\omega = \frac{1}{2}$  varie plus rapidement que celle correspondant à  $\omega = \frac{1}{3}$ , car la proportion des variations des données d'origine incluse dans l'EWMA est de 50 % au lieu de 33,3 %.

En fait, la méthode EWMA est semblable à la structure de retard géométrique de Koyck [5], car, bien qu'elle soit de nature autorégressive, elle correspond, en fait, au cas le plus simple de la distribution du retard de Koyck, c'est-à-dire :

$$y_t = \beta^* x_t + \lambda \beta^* x_{t-1} + \lambda^2 \beta^* x_{t-2} + \dots = \beta^* \sum_{j=0}^{\infty} \lambda^j x_{t-j}$$

où :  $y_t = \text{EWMA } x_t$   
 $\beta^* = \omega$   
 $\lambda = k$

La donnée pour la période la plus récente est le coefficient de pondération donné  $\omega$ , tandis que le coefficient de pondération correspondant à la donnée précédente est une fraction  $k$  de  $\omega$ , de façon à obtenir une progression géométrique :  $\omega, \omega k, \omega k^2, \dots, \omega k^n$ .

On a :  $\sum_{k=0}^{\infty} \omega k^x = 1$  d'où  $\frac{\omega}{1-k} = 1$

car  $\frac{\omega}{1-k}$  est la somme d'une progression géométrique convergente.

Dans notre algorithme :

$$\frac{1}{t} = \omega \quad \text{et} \quad 1 - \frac{1}{t} = k$$

car :  $\omega + k = 1$ , condition indiquée plus haut.

Ainsi la relation fonctionnelle que nous utilisons est fondamentalement identique à celle proposée par Kendall dans l'équation (1) ci-dessus.

Pour une série dont le QCD est égal à 1 et le MCD égal à 1, 2 ou 3 (valeur minimale pour le QCD et étendue du MCD),  $\omega$  serait égal à 1/2. Pour une série où le QCD est égal à 2 (MCD = 4,5 ou 6) on aurait la valeur la plus voisine du poids,  $\omega = 1/3$ . Cependant, alors que la valeur de MCD ne peut être supérieure à 6, le QCD peut être égal à 4. Le tableau suivant illustre le principe de correspondance des pondérations proposé.

QCD	MCD	$\omega$
1 . . . . .	1,2,3	1/2
2 . . . . .	4,5,6	1/3
3 . . . . .	—	1/4
4 . . . . .	—	1/5

Un QCD égal à 3 ou 4, est cependant rare car il représenterait des séries très irrégulières plutôt que des séries présentant de grandes variations saisonnières.



Enfin, comme EWMA est de nature autorégressive, elle conviendrait davantage comme base de projection à une série autorégressive telle que le PNB, par exemple. Cette proposition sera vérifiée plus loin en comparant une technique de projection basée sur EWMA avec les résultats de deux modèles « élémentaires ».

Le premier de ces modèles élémentaires est une tendance générale linéaire de la forme :  $y = a + bx_t$ , d'où  $y$  est la donnée et  $x_t$  le temps, mesuré en valeurs entières avec pour origine le milieu de la série. Dans ce cas :

$$\begin{aligned} \sum y &= na, \quad \sum xy = b \sum x^2 \\ \text{d'où} \quad a &= \frac{1}{n} \sum y, \quad b = \frac{\sum xy}{\sum x^2} \end{aligned}$$

$n$  étant le nombre de points de la série [6].

Le deuxième modèle élémentaire [7] utilisé pour juger la valeur des projections est de la forme :

$$y_n = y^* + a(y^* - y')$$

où  $n$  varie de 1 à 4,  $a$  de 1,0 à 2,5,  $y^*$  indiquant la valeur du pic précédent de  $y$  et  $y'$  la valeur du creux précédent.

Les projections sont faites à partir de la dernière période de chaque année pour l'année suivante, par trimestre, le pic et le creux correspondant aux facteurs saisonniers.

IV. — La méthode de décomposition et de projection d'une série chronologique proposée par Theil peut servir de base à la méthode de projection mécanique que nous préconisons [8]. Cependant pour des raisons de brièveté et de clarté nous ne discuterons pas de cette technique en détail. Il nous suffira de dire que notre méthode correspond à l'équation de projection qu'il propose (cf. *Prévisions et politique économiques*, pp. 154-192), étant donné que dans notre cas :

$$f_t^p = \text{EWMA}_{t-1} + (\text{FSF} + \Delta T)$$

où  $f_t^p$  est la valeur projetée de la série,  $\text{EWMA}_{t-1}$  est la valeur EWMA au dernier point précédent, FSF est le facteur saisonnier prévu pour la période  $t$ , déterminé par le procédé d'ajustement saisonnier additif. De plus :

$$\Delta T = \left( \sum_{n=0}^{-m} N_n - \sum_{n=-(m+1)}^{-\omega} N_n \right) / Q$$

où, pour des données trimestrielles,  $m = 3$ ,  $\omega = 7$  et  $Q = 16$ , tandis que, pour des données mensuelles,  $m = 11$ ,  $\omega = 23$  et  $Q = 144$ ,  $N_0$  étant la valeur actuelle des données dans la série.

Avant de comparer les résultats de notre méthode de projection avec ceux des autres modèles dans le cas du PNB et des exportations, nous devons décrire la nature et les caractéristiques des séries étudiées. Tout d'abord, les séries que l'on considère sont les séries trimestrielles de comptes nationaux du PNB et des exportations totales de biens et services à prix constants de 1964, pour Israël de 1964 à 1970. Or, si le PNB est par nature autorégressif, la série des exportations est par contre fondamentalement saisonnière, en fait plus saisonnière que la plupart des séries des comptes nationaux dans le cas qui nous intéresse. Le tableau ci-dessous présente les valeurs de QCD pour les principales *composantes des comptes nationaux* d'Israël.

Séries	QCD
PNB . . . . .	1
Exportations . . . . .	2
Investissements (Actif immobilisé) . . . . .	1
Dépenses publiques . . . . .	2
Consommation . . . . .	1
Importations . . . . .	1

On attribue donc une pondération de lissage EWMA égale à 1/3 dans le cas de l'ensemble des exportations de biens et services et une pondération égale à 1/2 dans le cas du PNB, selon le principe de correspondance proposé ci-dessus. L'erreur absolue de projection pour le trimestre suivant servira de base pour mesurer la valeur de la projection de chaque modèle. Deux périodes de base de projection sont choisies : les derniers trimestres de 1968 et de 1969, les projections étant faites pour le second trimestre de 1970. Le premier modèle élémentaire, simple projection de tendance générale à partir du 4<sup>e</sup> trimestre 1968, est comparé à une projection de base EWMA à partir de la même période pour les 2 séries. Le second modèle élémentaire a pour base le 4<sup>e</sup> trimestre de 1968, pour les projections des 4 trimestres de 1969, et le 4<sup>e</sup> trimestre de 1969 pour les projections suivantes jusqu'au 2<sup>e</sup> trimestre de 1970. Ce modèle est comparé aux résultats d'une projection de base EWMA pour les mêmes périodes de base soit les 4<sup>es</sup> trimestres 1968 et 1969. Enfin, une projection mobile de base EWMA (permettant des prévisions un trimestre à l'avance) sert de repère pour les comparaisons. Les tableaux 1 et 2 ci-dessous donnent les résultats obtenus ainsi que l'erreur moyenne absolue de projection.

TABLEAU I

## PNB (erreurs de projection en %)

Modèle de projection et période de base	Projections par trimestre						Moyenne
	1969				1970		
	1	2	3	4	1	2	
Modèle de tendance générale (4 <sup>e</sup> trimestre 1968) . . . . .	5,0	3,7	2,9	5,1	0,3	4,0	3,5
Projection EWMA (4 <sup>e</sup> trimestre 1968) . . . . .	0,1	4,4	6,8	2,0	1,1	0,4	2,5
Modèle « élémentaire » 2 (4 <sup>e</sup> trimestre 1968 et 1969) . . . . .	10,1	10,9	5,7	16,5	10,5	18,1	12,0
Projection EWMA (4 <sup>e</sup> trimestre 1968 et 1969) . . . . .	0,1	4,4	6,8	2,0	2,4	1,3	2,8
Projection mobile EWMA (pour le trimestre suivant) . . . . .	0,1	5,1	6,8	0,4	2,4	0,3	2,4

TABLEAU II

## Exportations (erreurs de projection en %)

Modèle de projection et période de base	Projections par trimestre						Moyenne
	1969				1970		
	1	2	3	4	1	2	
Modèle de tendance générale (4 <sup>e</sup> trimestre 1968) . . . . .	11,1	17,8	35,3	25,3	20,0	28,1	22,9
Projection EWMA (4 <sup>e</sup> trimestre 1968) . . . . .	1,8	0,2	6,6	3,2	13,3	13,3	6,4
Modèle « élémentaire » 2 (4 <sup>e</sup> trimestre 1968 et 1969) . . . . .	4,1	0,0	12,9	1,9	4,7	13,9	6,3
Projection EWMA (4 <sup>e</sup> trimestre 1968 et 1969) . . . . .	1,8	0,2	6,6	3,2	2,2	5,0	3,2
Projection mobile EWMA (pour le trimestre suivant) . . . . .	1,8	1,2	1,7	10,0	2,2	2,1	3,2

Comme on peut le voir d'après les résultats des tableaux, la projection de base EWMA est meilleure, en moyenne, que les deux modèles « élémentaires », justifiant ainsi ce que nous avançons : pour toute série à la fois saisonnière et autorégressive, une méthode de projection exponentielle donne de meilleurs résultats que toute autre technique mécanique.

R. YOUNG

### NOTES ET RÉFÉRENCES

- [1] Cf. par exemple, COUTIÉ G. A. et al., *Short-term Forecasting*. I.C.I. Monograph Services-2. Oliver et Boyd, London, 1964;  
KENDALL M. G., *Time series*. Griffin, London, 1973.
- [2] Cf. les articles du volume de l'O. C. D. E. sur l'*Ajustement saisonnier... Comptes rendus de la Conférence de Paris* (1960) et les travaux de EVANS et BARON cités ci-dessous.
- [3] KENDALL, *op. cit.*, pp. 118-119, sert de base à la discussion présentée.
- [4] La composante cyclique mesure le degré de « lissage » d'une série et sa capacité à révéler les changements du cycle de la tendance générale malgré les perturbations provoquées par les facteurs d'irrégularités d'une période à l'autre. La méthode EWMA, cependant considère les fluctuations saisonnières de la série d'origine comme des perturbations irrégulières. La « période » (mois ou trimestres) pour la mesure de la composante cyclique est la première durée pour laquelle  $I_x/C_x < 1,0$ , où  $x$  est la moyenne mensuelle ou trimestrielle du facteur irrégulier ou cyclique ( $I$ ,  $C$ ) respectivement.  
Sur ces points, cf. SHISKIN Julius et al., *The Variant of the Census Method II Seasonal Adjustment Program* (février 1967). Articles techniques du ministère du Commerce des U. S. A., 15, p. 18.  
Cf. aussi, BARON R. R. V., *Analysis of Seasonality and Trends in Statistical Series*. Méthodologie et applications à Israël, vol. I. Publication technique du Bureau central de statistique d'Israël, 39, Jérusalem, 1973.
- [5] Cette discussion découle de l'analyse de la distribution du retard de KOYCK par WALLIS Kenneth F., Some recent developments in Applied Econometrics. *Journal of Economic Literature*, 7, 3, septembre 1969, p. 772.
- [6] Cette méthode est proposée par YEOMANS K. A. dans *Applied Statistics* (vol. I). Penguin, London 1968, p. 222.
- [7] Ce modèle est proposé par EVANS Michaël K. dans *Macroeconomic Activity : theory, forecasting and control*. Harper et Row, New York, 1969, p. 518. Nous avons adopté des éléments du modèle d'EVANS convenant au but cherché ici.
- [8] Cf. THEIL Henri, *Economic Forecasts and Policy* (2<sup>e</sup> édition). North-Holland, 1961.  
Cet article a été traduit de l'anglais par M<sup>lle</sup> DUTRECH V.  
Le titre anglais de l'article est « Seasonality, Autoregression, and Exponential Smoothing : the case of economic time series ».