

J.-J. BOULANGER

Les corrélations déphasées et la « méthode des rotations »

Journal de la société statistique de Paris, tome 116 (1975), p. 148-162

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1975__116__148_0

© Société de statistique de Paris, 1975, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LES CORRÉLATIONS DÉPHASÉES ET LA « MÉTHODE DES ROTATIONS »

In a first part, the author is analyzing the lagged correlations between economic variables and chooses as delay, the time lag which corresponds with the optimal correlation coefficient (in absolute value). In a second part, he estimates the delay by a graphic method, called « rotation method » which in theory, leads to the same result.

Im ersten Teil seiner Arbeit untersucht der Verfasser die Beziehungen zwischen ökonomischen Variablen, deren Rhythmus gestört ist und wählt als Abstand der einen Variabel im Verhältnis zur anderen den Zeitabstand der dem Maximalcorrelationskoeffizienten (als absoluter Wert genommen). Im zweiten Teil stellt er diesen Rückstand durch eine graphische Methode dar, genannt die « Methode der Rotationen », die theoretisch zum gleichen Resultat führt.

Quand on analyse les corrélations entre variables économiques on suppose généralement que les divers agrégats considérés évoluent en phase, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de retard entre l'évolution d'un agrégat et celle d'un autre. Or il existe un certain retard entre la production d'un bien et son achat par un consommateur, entre l'importation d'une matière première et la production d'un bien à partir de cette matière première, entre la distribution d'un revenu et l'achat d'un bien par un consommateur à l'aide de ce revenu...

Un retard caractérisé par un temps θ se dégagera de la comparaison entre les taux d'accroissement x et y de deux agrégats s'il existe une corrélation importante entre les variables $x_{t-\theta}$ et y_t ou entre les variables x_t et $y_{t-\theta}$. Dans le premier cas on relie la variable y_t correspondant à la date t à la variable $x_{t-\theta}$ correspondant à la date $t - \theta$, et si la corrélation entre $x_{t-\theta}$ et y_t est importante, on dira que la variable y a un retard sur x défini par le temps θ . De même, s'il existe une corrélation importante entre les variables x_t et $y_{t-\theta}$, on dira que la variable x a un retard sur y défini par le temps θ . On doit donc calculer les coefficients de corrélation entre x_t et $y_{t-\theta}$ et entre $x_{t-\theta}$ et y_t pour $\theta = 0, 1$ an, 2 ans..., le retard étant défini par le maximum (en valeur absolue) du coefficient de corrélation.

Les agrégats considérés sont :

- le produit national brut (taux d'accroissement annuel en volume α_1);
- la consommation privée (taux d'accroissement annuel en volume α_2);
- la consommation publique (taux d'accroissement annuel en volume α_3);
- la formation brute de capital (taux d'accroissement annuel en volume α_4);
- les exportations + revenus de facteurs reçus de l'étranger (taux d'accroissement annuel en volume α_5);

— les importations + revenus de facteurs versés à l'extérieur (taux d'accroissement annuel en volume α_0);

— l'indice des prix du produit national brut (taux d'accroissement annuel β_1).

Les coefficients de corrélation entre α_1 et les autres taux d'accroissement annuel ont été calculés pour divers retards, rassemblés dans les tableaux 1 et 2 et leur évolution portée sur les graphiques 1 à 6. A titre indicatif la corrélation entre $(\alpha_1)_{-2}$ et α_2 représente la corrélation entre le taux d'accroissement du PNB correspondant à l'époque $t - 2$ et le taux d'accroissement de la consommation privée correspondant à l'époque t .

L'évolution des coefficients de corrélation en fonction du décalage de temps θ présente le plus souvent une allure de type sinusoïdal de période 5-6 ans. Seules s'en éloignent les corrélations déphasées entre α_1 et α_4 pour la période 1960-1971, pour laquelle le cycle semble plus court, et les corrélations déphasées entre α_1 et α_2 pour la même période. La figure 1 montre une évolution très importante de la liaison entre le PNB et la consommation privée, laquelle se caractérise par un profond relâchement des liens entre le PNB et la consommation privée, ceux-ci évoluant d'une façon beaucoup plus autonome.

Mis à part le cas de la figure 1 pour la période 1960-1971, on remarquera que l'évolution en fonction de θ des coefficients de corrélation est du type sinusoïdal. On peut démontrer que si deux variables x et y suivent toutes deux des lois sinusoïdales de même période de part et d'autre d'une valeur centrale, soit

$$\begin{cases} x = x_0 + a \cdot \cos \omega t \\ y = y_0 + b \cdot \cos (\omega t - \varphi) \end{cases}$$

le coefficient de corrélation suit lui-même en fonction de θ une loi sinusoïdale de même période. On a en effet :

$$(x - x_0)^2 = a^2 \cos^2 \omega t = \frac{a^2}{2} (1 + \cos 2 \omega t)$$

d'où

$$\begin{aligned} E(x - x_0)^2 &= \limite_{k \rightarrow +\infty} \left[\frac{\omega}{2 k \pi} \int_{-\frac{k\pi}{\omega}}^{\frac{k\pi}{\omega}} \frac{a^2}{2} (1 + \cos 2 \omega t) dt \right] \\ &= \frac{a^2}{2} + \limite_{k \rightarrow +\infty} \frac{\omega}{2 k \pi} \left[\frac{a^2 \sin 2 \omega t}{4 \omega} \right]_{-\frac{k\pi}{\omega}}^{\frac{k\pi}{\omega}} = \frac{a^2}{2} \end{aligned}$$

puisque $|\sin 2 \omega t| < 1$.

De même $E(y - y_0)^2 = \frac{b^2}{2}$. D'autre part on a :

$$(x - x_0)(y - y_0) = ab \cos \omega t \cos (\omega t - \varphi) = \frac{ab}{2} [\cos (2 \omega t - \varphi) + \cos \varphi]$$

d'où :

$$E(x - x_0)(y - y_0) = \limite_{k \rightarrow +\infty} \left[\frac{\omega}{2 k \pi} \times \frac{ab}{2} \int_{-\frac{k\pi}{\omega}}^{\frac{k\pi}{\omega}} [\cos (2 \omega t - \varphi) + \cos \varphi] dt \right] = \frac{ab}{2} \cos \varphi$$

puisque $|\sin (2 \omega t - \varphi)| < 1$,

d'où :

$$r_{xy} = \frac{E(x - x_0)(y - y_0)}{\sqrt{E(x - x_0)^2 \times E(y - y_0)^2}} = \cos \varphi = \cos \omega \theta,$$

si l'on pose $\varphi = \omega \theta$.

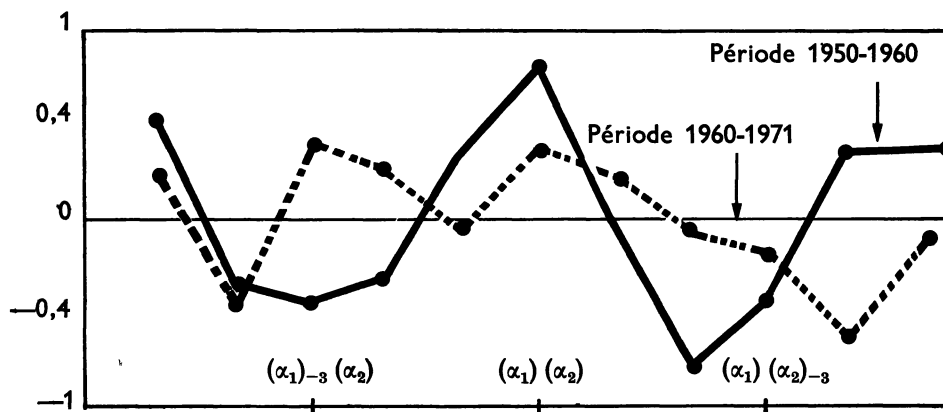


FIG. 1

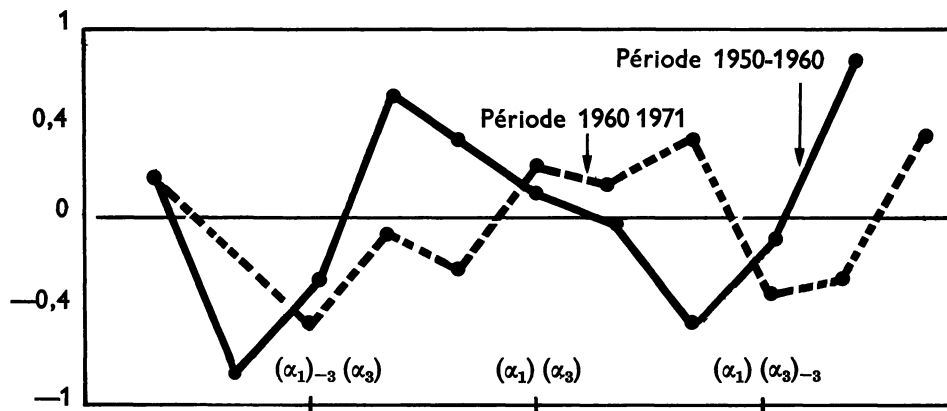


FIG. 2

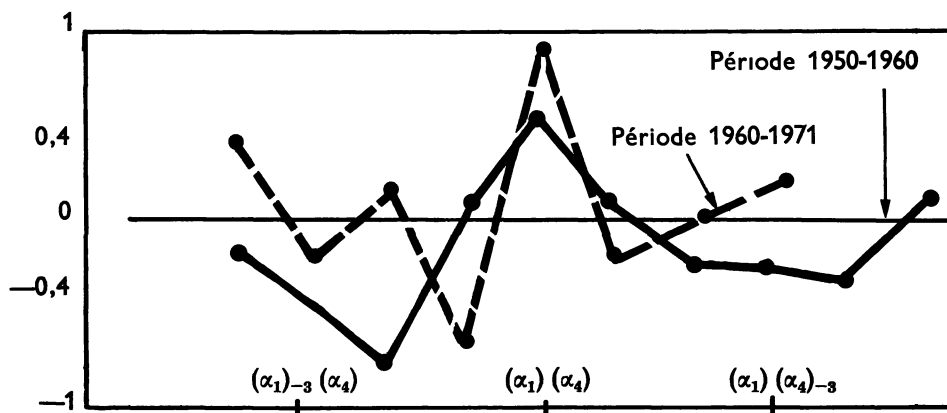


FIG. 3

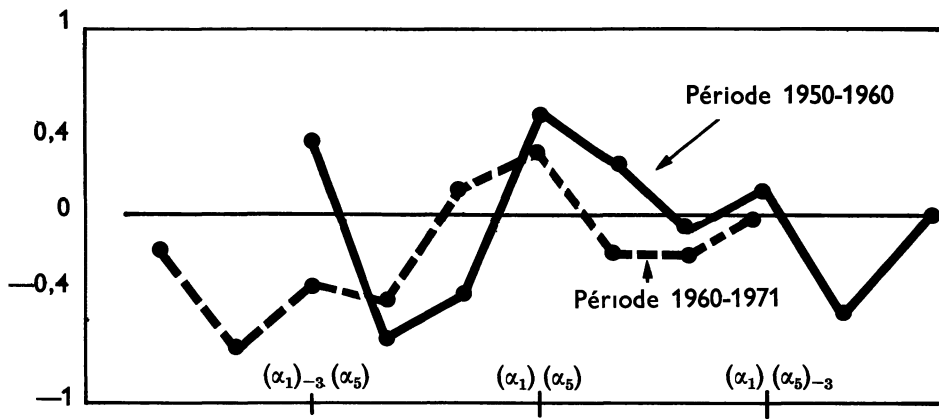


FIG. 4

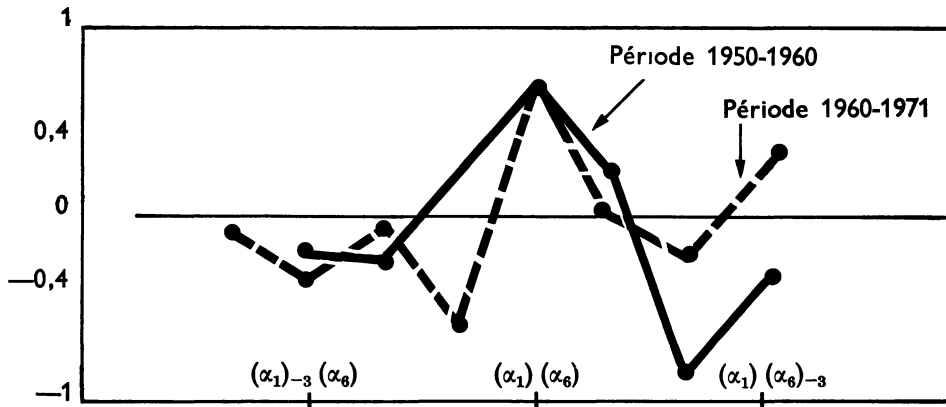


FIG. 5

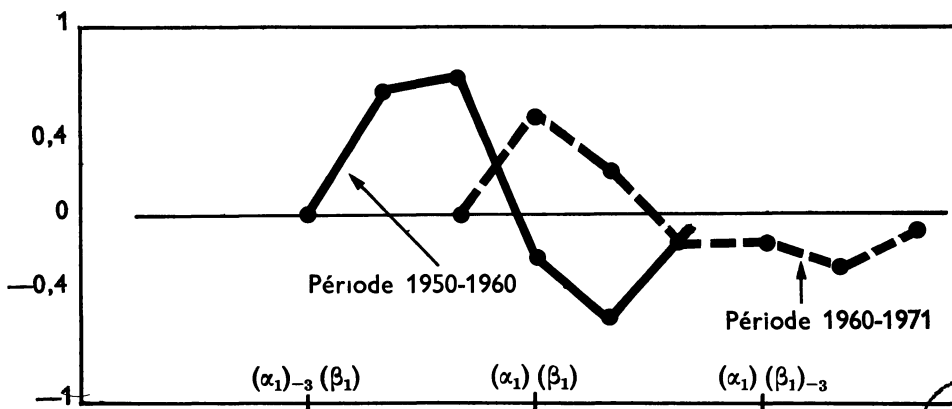


FIG. 6



On peut compliquer les formules pour expliquer les cas où r n'est pas maximum pour $\theta = 0$.

$$\text{Posons } \begin{cases} x = x_0 + a \cdot \cos \omega t + c \cdot \cos \lambda \omega t \\ y = y_0 + b \cdot \cos (\omega t - \varphi) + d \cdot \cos \lambda (\omega t - \varphi') \text{ avec } \lambda \neq 1. \end{cases}$$

On a :

$$\begin{aligned} (x - x_0)^2 &= a^2 \cos^2 \omega t + c^2 \cos^2 \lambda \omega t + 2 ac \cos \omega t \cos \lambda \omega t \\ &= \frac{a^2}{2} (1 + \cos 2 \omega t) + \frac{c^2}{2} (1 + \cos 2 \lambda \omega t) + ac [\cos \omega (\lambda + 1) t + \cos \omega (\lambda - 1) t] \end{aligned}$$

$$\text{d'où : } E(x - x_0)^2 = \limite_{k \rightarrow +\infty} \left[\frac{\omega}{2 k \pi} \int_{-\frac{k\pi}{\omega}}^{\frac{k\pi}{\omega}} (x - x_0)^2 dt \right] = \frac{a^2 + c^2}{2}.$$

De même on a :

$$E(y - y_0)^2 = \frac{b^2 + d^2}{2}.$$

D'autre part on a :

$$\begin{aligned} (x - x_0)(y - y_0) &= ab \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) + ad \cos \omega t \cos \lambda(\omega t - \varphi') \\ &\quad + bc \cos \lambda \omega t \cos (\omega t - \varphi) + cd \cos \lambda \omega t \cos \lambda(\omega t - \varphi') \\ &= \frac{ab}{2} [\cos (2 \omega t - \varphi) + \cos \varphi] + \frac{cd}{2} [\cos \lambda (2 \omega t - \varphi') + \cos \lambda \varphi'] + \dots \end{aligned}$$

Les seuls termes conduisant après intégration à des termes non nuls sont

$$\frac{ab}{2} \cos \varphi \text{ et } \frac{cd}{2} \cos \lambda \varphi'.$$

$$\text{On a donc : } E(x - x_0)(y - y_0) = \frac{ab}{2} \cos \varphi + \frac{cd}{2} \cos \lambda \varphi'$$

$$\text{d'où } \frac{E(x - x_0)(y - y_0)}{\sqrt{E(x - x_0)^2} \cdot \sqrt{E(y - y_0)^2}} = \frac{ab \cos \varphi + cd \cos \lambda \varphi'}{\sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)}}$$

Supposons $\varphi' = \varphi + \text{constante} = \varphi + \varphi_0$.

$$\text{On obtient } r = \frac{ab \cos \varphi + cd \cos \lambda (\varphi + \varphi_0)}{\sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)}}.$$

r est maximum pour une valeur de φ différente de 0 et le maximum n'est plus égal à 1 puisque l'on a

$$|r| < \frac{|ab| + |cd|}{\sqrt{(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)}}.$$

Or on a :

$$(|ab| + |cd|)^2 < (a^2 + c^2)(b^2 + d^2)$$

$$\text{ou} \quad a^2b^2 + 2 |abcd| + c^2d^2 < a^2b^2 + c^2b^2 + a^2d^2 + c^2d^2$$

$$\text{puisque l'on a } 2 |abcd| < a^2d^2 + b^2c^2 \quad \text{ou} \quad (|ad| - |bc|)^2 > 0.$$

Une autre évolution peut être dégagée de la comparaison entre les années 1950 et 1960 : un déplacement de la courbe $r = f(\theta)$ de deux ans environ vers la gauche pour la figure 4 et un déplacement de deux ans vers la droite pour la figure 6. Nous allons revenir plus particulièrement sur l'évolution dans le temps de $r = f(\theta)$ pour la figure 6, c'est-à-dire pour la corrélation déphasée entre le taux d'accroissement du PNB en volume et le taux d'accroissement des prix du PNB.

Nous savons que plus la liaison entre deux variables x et y se rapproche d'une liaison linéaire, plus la corrélation entre x et y est importante. En effet la valeur de $R^2 = r_{xy}^2$ représente la part des variations de y qui est imputable aux variations de x ; dans le cas d'une liaison linéaire on a $R^2 = 1$.

Supposons que la corrélation déphasée entre x et y soit de la forme $r = r_0 \cos \omega (\theta - \theta_0)$, r sera maximum pour $\theta = \theta_0$, minimum pour $\theta = \theta_0 - \frac{\pi}{\omega}$ (fig. 7). Pour un retard θ la ligne de régression de y en $x_{-\theta}$ a pour pente $r_{x_{-\theta}, y} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$. Un accroissement Δx à l'époque > 0 entraînera en moyenne un accroissement $\Delta y = r_{x_{-\theta}, y} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot \Delta x$ à l'époque $t + \theta$, positif si $r_{x_{-\theta}, y}$ est positif, négatif dans le cas contraire. Un accroissement $\Delta y > 0$ à l'époque t entraînera en moyenne un accroissement $\Delta x' = r_{x, y_{-\theta'}} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \Delta y$ à l'époque $t + \theta'$, positif si $r_{x, y_{-\theta'}}$ est positif, négatif dans le cas contraire. Un accroissement Δx entraîne donc au bout du temps θ un accroissement $\Delta y = r_{x_{-\theta}, y} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot \Delta x$ qui entraîne lui-même au bout du temps θ' un accroissement

$$\Delta x' = r_{x, y_{-\theta'}} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot \Delta y = r_{x, y_{-\theta'}} \cdot \frac{\sigma_x}{\sigma_y} \cdot r_{x_{-\theta}, y} \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot \Delta x = r_{x, y_{-\theta'}} \cdot r_{x_{-\theta}, y} \cdot \Delta x.$$

Choisissons $\theta + \theta' = \frac{\pi}{\omega}$, nous allons chercher quel effet d'entraînement un accroissement Δx provoque, à une date postérieure correspondant à une demi-période, sur l'accroissement $\Delta x'$. Ainsi si la durée du cycle est de 5 ans, on se propose de déterminer l'incidence qu'un accroissement Δx entraîne 2, 5 ans plus tard sur l'accroissement $\Delta x'$.

On a :

$$r_{x_{-\theta}, y} = r_0 \cos \omega (\theta - \theta_0) \quad \text{et} \quad r_{x, y_{-\theta'}} = r_0 \cos \omega (\theta' + \theta_0)$$

puisque θ' est compté dans le sens opposé à celui de θ .

On a donc :

$$\begin{aligned} \Delta x' &= [r_0 \cos \omega (\theta - \theta_0) \cdot r_0 \cos \omega (\theta' + \theta_0)] \cdot \Delta x = \frac{r_0^2}{2} [\cos \omega (\theta + \theta') + \cos \omega (\theta - \theta' - 2\theta_0)] \cdot \Delta x \\ &= \frac{r_0^2}{2} \left[-1 + \cos \omega \left(2\theta - \frac{\pi}{\omega} - 2\theta_0 \right) \right] \cdot \Delta x = \frac{r_0^2}{2} [-1 - \cos 2\omega (\theta - \theta_0)] \cdot \Delta x. \end{aligned}$$

θ est supposé varier entre 0 et $\frac{\pi}{\omega}$, puisque θ et θ' doivent être positifs pour avoir tous les deux

une action d'entraînement effective. Supposons que θ suive une loi de distribution de densité constante, soit la loi élémentaire $\frac{\omega}{\pi} d\theta$. On a dans ces conditions :

$$\Delta x' = -\frac{r_0^2}{2} \left[\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} [1 + \cos 2\omega(\theta - \theta_0)] \cdot \frac{\omega}{\pi} d\theta \right] \cdot \Delta x = -\frac{r_0^2}{2} \cdot \Delta x.$$

Ainsi pour un cycle de 5 ans un accroissement Δx produira 2,5 années après, une diminution $\Delta x' = -\frac{r_0^2}{2} \cdot \Delta x$. Supposons 2 périodes, par exemple les années 1950 et 1960. Si r_0 diminue de 30 % par rapport à ce qu'il était dans la première période, r_0^2 deviendra $(0,7)^2 \cdot r_0^2 \approx 0,50 \cdot r_0^2$, soit la moitié de ce qu'il était dans la période précédente.

C'est en gros ce qui s'est passé entre les années 1950 et 1960, ce qui entraîne des conséquences importantes : en effet le frein déterminé par les cycles économiques habituels, qui font qu'un accroissement de la production entraîne au bout d'un certain temps une augmentation des prix, qui entraîne elle-même au bout d'un certain temps une diminution de la production..., ne fonctionne plus qu'imparfaitement. Et il en est de même pour les prix.

Ainsi durant les années 1960 les mécanismes naturels ne peuvent plus freiner la croissance des prix. Il est évidemment difficile de savoir si c'est la diminution des mécanismes naturels qui a rendu nécessaire le Plan de stabilisation français de 1963, ou bien si c'est le Plan de stabilisation qui a rendu moins nécessaire le fonctionnement des mécanismes naturels. De même on ne peut plus compter sur les mécanismes naturels pour relancer la production lorsque celle-ci est dans un creux. D'où la nécessité pour les gouvernements d'appliquer des mesures diverses pour freiner l'inflation et stimuler la consommation, les investissements et les exportations, lorsque ceci est nécessaire.

La figure 6 montre d'autre part le décalage des courbes sinusoïdales. Durant les années 1960, θ_0 (qui était de l'ordre de 1 an 1/2 durant les années 1950) est maintenant voisin de 0. Le cycle habituel est remplacé par un cycle dans lequel α_1 et β_1 sont pratiquement en phase, donc croissant et décroissant ensemble, avec un frein partiellement maintenu, dont l'effet le plus efficace est obtenu, là encore, au bout de 2 ans 1/2-3 ans.

L'évolution se dégage également de la figure 8 qui représente les variations de la liaison entre les taux d'accroissement annuels du PNB en volume (α_1) et des prix correspondants (β_1). On observe ainsi pour la période 1950-1960 une sorte de rotation lorsque l'on passe d'un point représentatif à celui qui le suit chronologiquement et l'on est amené à présenter une méthode appelée la « Méthode des rotations », laquelle se propose de dégager graphiquement les retards entre les évolutions des divers taux d'accroissement.

La méthode suppose essentiellement que les taux d'accroissement suivent des variations sinusoïdales de même période autour de deux valeurs centrales a_0 et b_0 soit :

$$\begin{cases} x = a_0 + a_1 \cos \omega t \\ y = b_0 + b_1 \cos (\omega t - \varphi). \end{cases}$$

On suppose a_1 et b_1 positifs et $-\pi \leq \varphi \leq \pi$. Si φ est > 0 (y en retard sur x) on se déplace dans le plan selon les t croissants dans le sens inverse des aiguilles d'une montre et si φ est < 0 (y en avance sur x) dans le sens des aiguilles d'une montre (fig. 9 et 10).

Naturellement on ne connaît pas θ . On le déterminera à partir de graphiques successifs représentant les variations de y_t en fonction de x_{t-1} , x_t , x_{t+1} ... et les valeurs cherchées de θ seront celles pour lesquelles l'ellipse lieu des points $(x_{t-\theta}, y_t)$ devient un segment de droite.



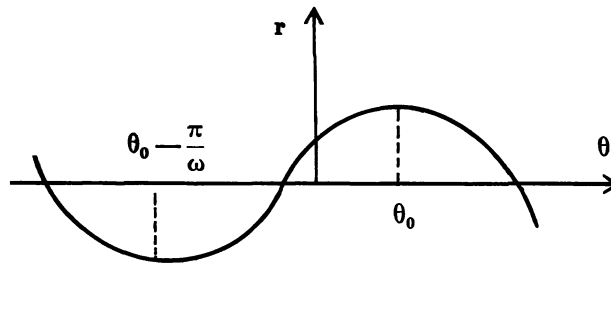


FIG. 7

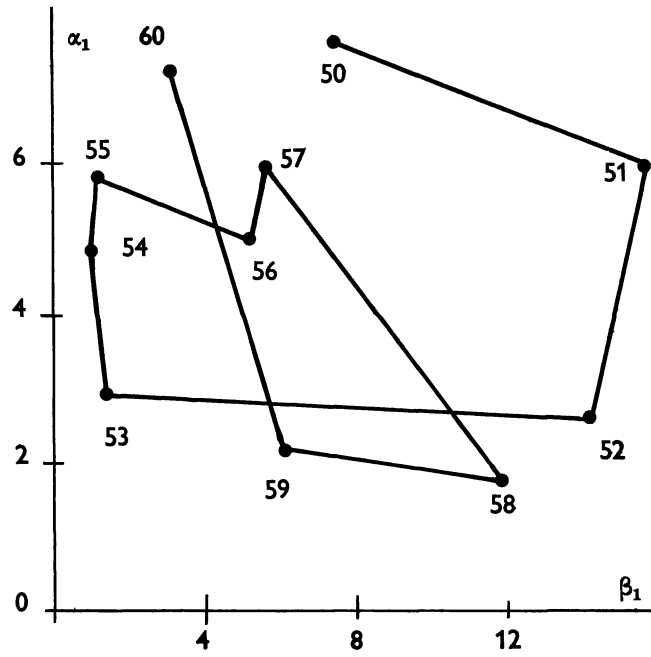


FIG. 8

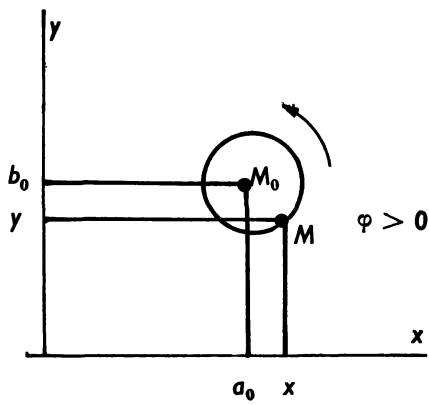


FIG. 9

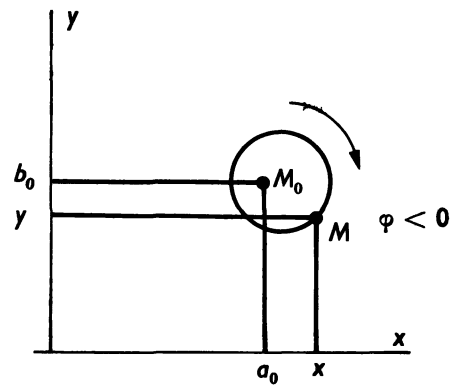


FIG. 10

Ainsi on a $r_{x-t,y} = 1$ pour $\frac{y_t - b_0}{x_{t-\theta} - a_0} = \frac{b_1}{a_1} > 0$ donc $\cos \omega(t - \theta) = \cos(\omega t - \varphi)$

$$\theta_1 = \frac{\varphi}{\omega}, \quad \text{et} \quad r_{x-t,y} = -1 \quad \text{pour} \quad \frac{y_t - b_0}{x_{t-\theta} - a_0} = \frac{-b_1}{a_1} < 0$$

d'où :

$$\text{donc} \quad \cos \omega(t - \theta) = -\cos(\omega t - \varphi)$$

$$\text{d'où :} \quad \theta_2 = \frac{\varphi + \pi}{\omega} (\varphi < 0) \quad \text{ou} \quad \theta_2 = \frac{\varphi - \pi}{\omega} (\varphi > 0).$$

Mais le plus souvent θ n'est pas entier et sera obtenu par interpolation. Selon le problème posé on pourra rechercher θ_1 , θ_2 ou les deux.

$$\text{Cherchant un ajustement de} \quad \begin{cases} x_{t-\theta} = a_0 + a_1 \cos \omega(t - \theta) \\ y_t = b_0 + b_1 \cos(\omega t - \varphi) \end{cases}$$

on dispose de 7 paramètres a_0 , a_1 , b_0 , b_1 , ω , θ (avec $\omega\theta = \varphi$) et la date de départ $t = 0$. Si pour 4 années consécutives (ou plus) on a 4 points (ou plus) alignés, on pourra conclure que pour ces 4 années (ou plus) on peut trouver un ajustement sinusoïdal de $x_{t-\theta}$ et y_t , et la valeur de θ déterminera le retard de y sur x ou son avance. En pratique il n'existera pas de valeur de θ correspondant à 4 points successifs (ou plus) alignés si les deux variables ne sont pas sinusoïdales et de même période, avec un déphasage ⁽¹⁾ relativement constant.

La méthode est d'autre part susceptible d'une extension qui consiste à remplacer les relations linéaires :

$$\begin{cases} x_t = a_0 + a_1 \cos \omega t \\ y_t = b_0 + b_1 \cos(\omega t - \varphi) \end{cases} \text{ par des relations fonctionnelles :}$$

$\begin{cases} x_t = f(\cos \omega t) \\ y_t = g[\cos(\omega t - \varphi)] \end{cases}$, et en pratique on recherchera s'il existe une valeur de θ pour laquelle les 4, 5, 6... points qui se suivent dans le temps se répartissent selon une certaine courbe.

La méthode peut présenter des applications variées : On peut, par exemple, chercher à tester la loi des débouchés de J.-B. Say en se demandant si c'est la croissance du PNB qui entraîne la croissance de la consommation privée ou si c'est le contraire; on peut également se demander si la hausse des salaires privés entraîne effectivement un accroissement des investissements par les entrepreneurs, comme on le suppose généralement; on peut encore se demander si c'est la modernisation de l'agriculture qui a chassé certains agriculteurs vers d'autres activités ou si c'est au contraire le départ d'agriculteurs qui a entraîné une mécanisation plus grande de l'agriculture.

1. LOI DES DÉBOUCHÉS DE J.-B. SAY

Sur la figure 11 on a porté α_1 (PNB) en fonction de α_2 (C. Privée); sur la figure 12 α_1 (PNB) en fonction de $(\alpha_2)_{0,25}$ (C. privée) soit un décalage de 3 mois, le temps étant compté en années; sur la figure 13 α_1 (PNB) en fonction de $(\alpha_2)_{0,50}$ (C. privée) soit un retard de la

1. En toute rigueur le déphasage est $\varphi = \omega\theta$ et non θ , mais le terme « déphasage » présente l'avantage sur le terme « retard » d'être positif ou négatif.

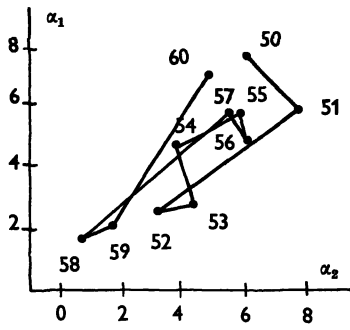


FIG. 11

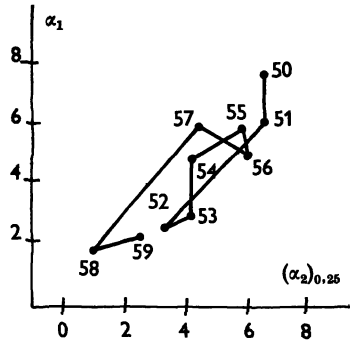


FIG. 12

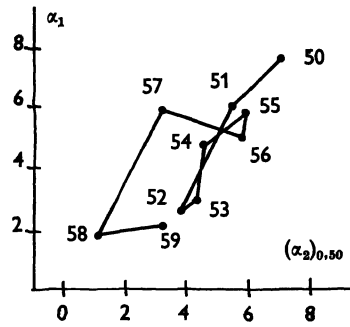


FIG. 13

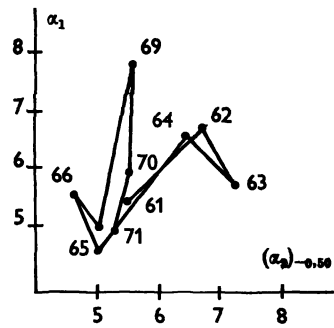


FIG. 14

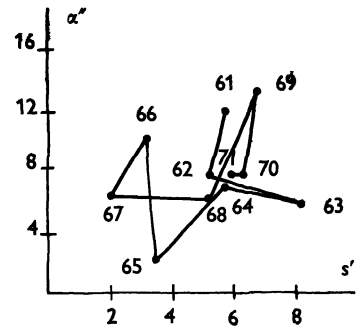


FIG. 15

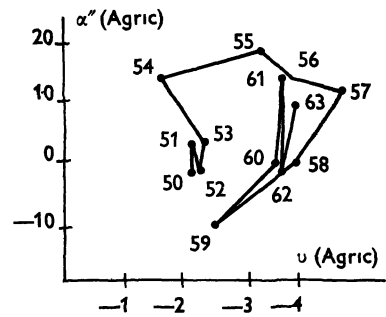


FIG. 16

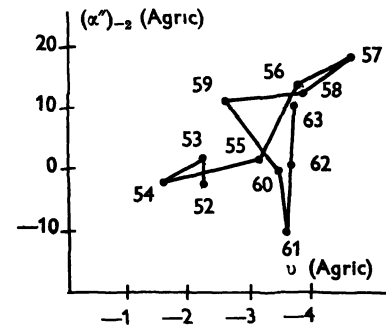


FIG. 17

consommation privée de 6 mois sur le PNB. Les 3 figures montrent la déformation de la répartition de points quand on passe de la figure 11 (α_1 et α_2 en phase) à la figure 12 (α_2 en retard de 3 mois sur α_1) puis à la figure 13 (α_2 en retard de 6 mois sur α_1). Les points de la période 1950-1955 sur la figure 13 peuvent être considérés comme alignés. Les variations de α_1 (PNB) devancent donc de 6 mois les variations de α_2 (C. privée) durant la période 1950-1955. Par contre sur la figure 11 les points de la période 1955-1959 peuvent être considérés comme alignés. Durant cette période les variations de α_1 et α_2 sont donc en phase.

Pour la période 1960-1971 la figure 14 correspond au déphasage pour lequel la répartition se rapproche le plus d'une liaison fonctionnelle. Elle correspond à un retard du PNB sur la Consommation privée de 6 mois, retard qui semble avoir été constant durant toute la période 1960-1971. Ainsi durant la période 1950-1955 la France sortait à peine d'une période de pénurie, tout ce qui était produit était consommé (ce qui est d'ailleurs l'optique de la loi de J.-B. Say), durant la période 1960-1971 c'est au contraire la consommation privée qui a dans une large mesure motivé la production, la période 1955-1959 servant de charnière.

2. DÉPHASAGE ENTRE L'ACCROISSEMENT DES SALAIRES PRIVÉS ET CELUI DES INVESTISSEMENTS PRODUCTIFS

En général on pense qu'une demande d'augmentation des salaires privés entraîne un accroissement des équipements décidés par les entrepreneurs (les nouveaux équipements ayant une productivité supérieure, ce qui permet de compenser les accroissements de salaires). La figure 15 représente le taux d'accroissement des investissements productifs en volume α'' en fonction du taux d'accroissement des salaires privés par unité de produit $s' = \frac{1+s}{1+\alpha} - 1$ (s étant le taux d'accroissement des salaires privés et α le taux d'accroissement de la production en volume). Pour la période 1960-1971 la différence de phase moyenne est nulle, aussi doit-on conclure que ce ne sont pas les accroissements de salaires qui ont activé les investissements, mais plutôt la concurrence sur le plan français et international.

3. DÉPHASAGE ENTRE L'ACCROISSEMENT DES ÉQUIPEMENTS AGRICOLES ET LE DÉPART DES AGRICULTEURS

La figure 16 représente le taux d'accroissement en volume α'' des équipements agricoles en fonction du taux de diminution ν des effectifs agricoles, et la figure 17 le taux d'accroissement décalé de 2 ans (α''_{-2}) en fonction du même taux de diminution des effectifs agricoles. Durant la période 1952-1958 le développement des équipements agricoles a entraîné avec un retard moyen de 2 ans le départ d'agriculteurs et ouvriers agricoles (fig. 17). Au contraire durant la période 1958-1963 les deux évolutions ont été en phase (fig. 16). Enfin à partir de 1963 le taux de départ des agriculteurs a été pratiquement constant et ne semble pas avoir

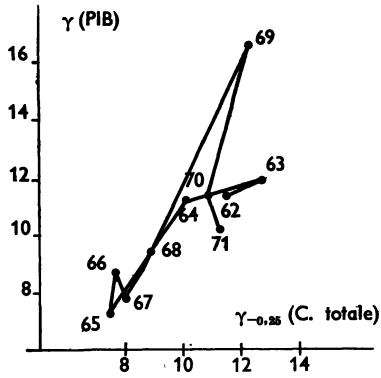


FIG. 18

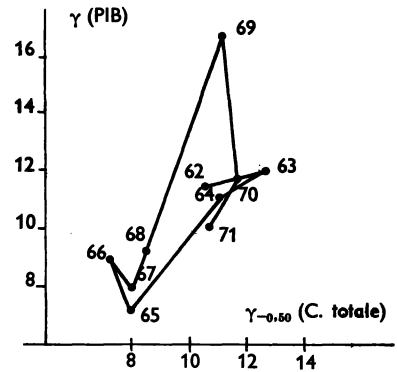


FIG. 19

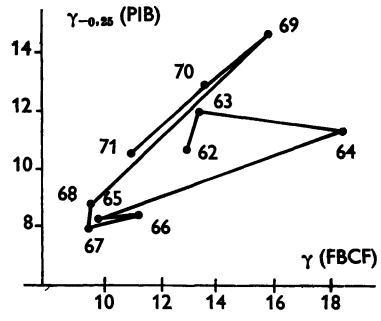


FIG. 20

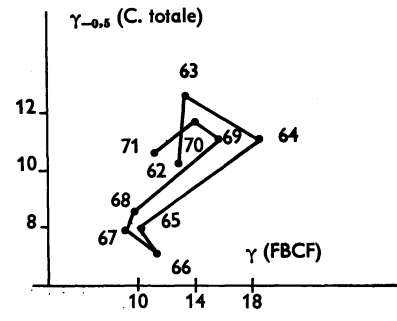


FIG. 21

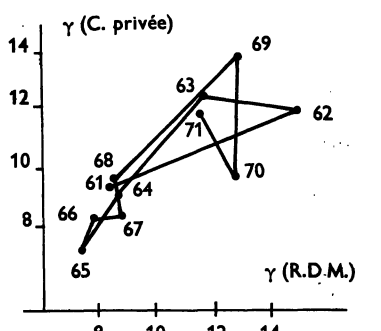


FIG. 22

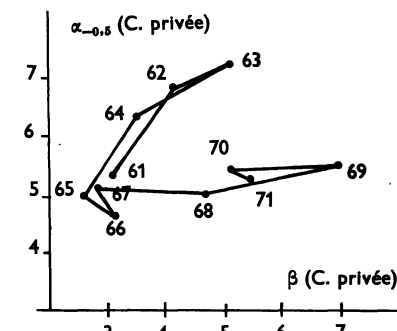


FIG. 23

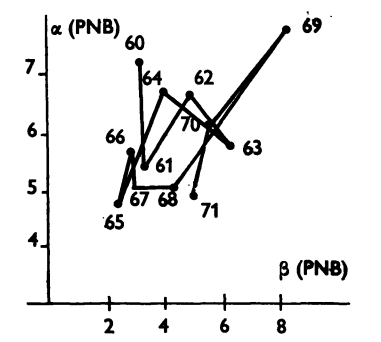


FIG. 24

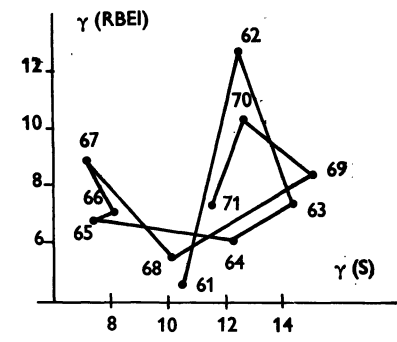


FIG. 25

été accéléré ou freiné par des investissements plus ou moins importants. Le départ des agriculteurs s'est donc adapté à partir de 1958 à la mécanisation de l'agriculture.

En théorie la recherche du « coefficient de corrélation déphasé » maximum et la « méthode des rotations » conduisent à une même valeur du retard θ . En effet durant une période durant laquelle l'ensemble des points $(x_{t-\theta}, y_t)$ est aligné, ce qui signifie à la fois que x_t et y_t suivent des variations sinusoidales de même période et que le retard θ est constant, le coefficient de corrélation entre $x_{t-\theta}$ et y_t est en valeur absolue égal à 1. Mais le choix arbitraire d'une période (par exemple la période 1960-1971) suppose que la loi sinusoidale est constante et que le retard θ reste le même durant toute la période. Or celle-ci peut grouper plusieurs cycles ou parties de cycles différents par leur amplitude et leur déphasage, ce qui diminuera la valeur du coefficient de corrélation, comme l'atténue le fait que la liaison entre les variables x et y est plus ou moins linéaire.

On peut d'ailleurs se demander si le calcul d'un coefficient de corrélation à long terme (période allant de 7 ans à 20 ans par exemple) présente un intérêt suffisant, puisque il absorbe les cycles sans les « digérer », et si la plus grande part de l'effort d'investigation ne devrait pas plutôt porter sur le moyen terme (2 à 6 ans) en tenant compte de la durée du cycle observé, et sur le très long terme (supérieur à 20 ans), qui par l'ampleur de sa durée réduit les variations cycliques au rôle d'irrégularités statistiques. La « méthode des rotations » est également applicable au court terme (3 à 18 mois) dans la mesure où l'on possède les données statistiques correspondantes (mensuelles ou trimestrielles).

La connaissance du retard entre les évolutions de deux variables x_t et y_t , en apparence futile, présente un intérêt certain pour les études conjoncturelles et par l'aide qu'elle peut apporter aux décisions gouvernementales. Ainsi si x_t et y_t , en étroite corrélation, croissent trop vite à une époque donnée et si x_t est en avance sur y_t , on obtiendra *a priori* un effet plus efficace en essayant de freiner x_t plutôt que y_t .

Nous allons maintenant analyser quelques liaisons entre agrégats :

— Liaison entre la production intérieure brute (PIB) et la consommation totale. Pour la période 1961-1971 la figure 18 représente la liaison entre les taux d'accroissement en valeur γ de la PIB et ceux $\gamma_{-0,25}$ de la consommation totale soit un retard de la PIB sur la consommation totale de 3 mois; la figure 19 celle entre γ (PIB) et $\gamma_{-0,50}$ (C. totale), soit un retard de la PIB sur la consommation totale de 6 mois. La comparaison des deux figures conduit à conclure que durant la période 1964-1969 le retard de la PIB sur la consommation totale est de l'ordre de 2-3 mois, durant la période 1969-1971 de 4-5 mois, ce qui peut s'expliquer par des stocks plus importants durant cette dernière période. En gros le résultat est voisin de celui obtenu entre le PNB et la consommation privée (fig. 14) bien qu'il s'agisse d'agrégats différents et que le PNB et la consommation totale soient des agrégats plus complexes (le PNB contient en particulier les salaires versés par les administrations).

— La figure 20 représente l'évolution des liaisons entre les taux d'accroissement en valeur de la PIB et de la formation brute de capital fixe (FBCF) décalée de 3 mois, soit $\gamma_{-0,25}$ (PIB) et γ (FBCF) qui traduisent un retard de 3 mois de la FBCF sur la PIB pour les périodes 1964-1967 et 1968-1971.

— La figure 21 représente la relation entre $\gamma_{-0,50}$ (C. totale) et γ (FBCF) soit un retard de 6 mois de la FBCF sur la consommation totale. On serait tenté d'imaginer une relation fonctionnelle en forme d'« S », car il y a peu de chance qu'une telle évolution soit le fruit du hasard.

— La figure 22 représente la liaison entre les taux d'accroissement de la consomma-

tion privée en valeur γ (C. privée) et ceux du revenu disponible des ménages γ (R. D. M.). Le graphique se décompose en 3 périodes :

1961-1963 : Retard de la consommation privée sur le revenu disponible des ménages.

1963-1969 : Les deux variables γ sont en phase.

1969-1971 : La consommation privée prend de l'avance sur le revenu disponible des ménages.

— La figure 23 représente la liaison entre les taux d'accroissement de la consommation privée en volume retardée de 6 mois $\alpha_{-0,50}$ (C. privée) et ceux des prix de la Consommation privée β (C. privée). La figure met en évidence l'effet du Plan de stabilisation, qui a stoppé l'inflation en 1963, et il était possible de prévoir dès 1971 que si la loi économique que traduit la figure 23, ne se transformait pas, une inflation très importante pouvait se développer sans liaison avec le taux de croissance de la consommation (et ceci indépendamment de la hausse du prix des matières premières qui débutera en 1972 et se continuera fin 1973 par celle des produits pétroliers).

— La figure 24 donne une liaison moins pure entre le taux d'accroissement α_1 du PNB en volume et celui β_1 des prix qui lui correspondent. Durant les périodes 1964-1967 et 1968-1971 la relation est linéaire, donc durant l'ensemble de la période 1960-1971 le taux d'accroissement du PNB en volume et celui des prix correspondants sont principalement en phase. Ce qui est en accord avec les résultats de la figure 6.

— Enfin la figure 25 a été retenue pour son aspect assez insolite, à l'image de celui de la figure 21. La figure 25 relie le taux d'accroissement du revenu brut des entrepreneurs individuels γ (RBEI) et celui des salaires bruts privés γ (S). Il s'agit d'une liaison stable dans le temps, du moins durant les années 1960, quasi fonctionnelle donc fondamentale; et l'on peut se demander si, outre les relations entre variables économiques que l'on observe habituellement, le développement de l'économie n'est pas également caractérisé par d'autres liaisons, plus secrètes peut-être mais sans doute aussi importantes.

J.-J. BOULANGER