JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

Travaux récents relatifs aux indices de prix et à l'évolution du coût de la vie

Journal de la société statistique de Paris, tome 107 (1966), p. 152-163
<http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1966__107__152_0>

II

COMMUNICATIONS

TRAVAUX RÉCENTS RELATIFS AUX INDICES DE PRIX ET A L'ÉVOLUTION DU COUT DE LA VIE [1]

En ouvrant les exposés de la Table Ronde sur les indices de prix, M. Fourastié indique que l'objet de cette table ronde est, dans la lancée de la communication donnée par M. Michel Lévy [2], de faire connaître les travaux récents effectués par le Laboratoire d'économétrie du Conservatoire des arts et métiers, et plus généralement de faire le point des

1. Table Ronde du mercredi 28 avril 1965.
2. *Les indices de prix, juges ou accusés?* communication donnée lors de la séance du 16 décembre 1964 et publiée dans le n° 1/2/3 de janvier-mars 1965 du *Journal de la Société de Statistique de Paris.*

recherches faites actuellement en France sur le sujet; de montrer l'importance même du sujet et son retentissement sur maints autres domaines de la statistique et de l'économie quantitative.

Il marque que M. Sauvy avait bien voulu accepter de présider la Table Ronde, mais avait indiqué dès l'abord qu'il était probable qu'il ne pourrait être physiquement présent aux débats, par suite d'une mission qu'il devait effectuer en Tunisie. Effectivement, l'avion Tunis-Paris n'est pas arrivé à temps pour que M. Sauvy puisse être présent à la réunion. Les participants ne l'en remercient pas moins de l'intérêt qu'il a ainsi bien voulu témoigner à leurs travaux.

***

Depuis 1948, dans le cadre de l'École pratique des hautes études, puis dans celui du Conservatoire des arts et métiers, mais toujours avec la participation de l'École des hautes études, une recherche se poursuit sur l'évolution des prix en France.

L'idée d'origine était de rechercher l'influence du progrès technique sur les prix; cette idée est restée maîtresse; mais l'accumulation progressive des matériaux conduit à d'autres études. En l'état actuel, les prix de près de 2 000 produits ou services différents ont été relevés sur des périodes de temps qui atteignent en moyenne une cinquantaine d'années, mais qui vont d'une vingtaine à plusieurs centaines. Plus de la moitié des informations ont été portées sur cartes à 80 colonnes pour l'usage des machines électroniques.

Jacqueline Fourastié et Claude Fontaine vont faire part de leurs travaux en cours. La première a pris pour sujet de calculer sur longue période (1940-1952) divers indices de prix à partir du même matériel statistique de base; c'est-à-dire qu'utilisant toujours les mêmes prix des mêmes articles élémentaires, elle calcule successivement divers indices classiques (de Laspeyres, de Paasche, moyennes arithmétiques simples, etc.; puis elle note les différences des résultats obtenus et compare les différentes « images » de la même réalité que suggèrent ces divers indices; enfin, elle cherche à expliquer mathématiquement les divergences constatées. M. Fontaine étudie au contraire la dispersion des indices élémentaires, se propose de la décrire, et de l'expliquer par des considérations économiques et historiques.

MM. Calot, Chartier, Durif, Labrousse, Lécolle, Lévy, parlent ensuite des recherches qu'ils font eux-mêmes sur des sujets analogues et expriment leurs remarques sur les exposés de leurs collègues [1].

LES INDICES DE PRIX

Influence du choix de la formule sur le résultat obtenu

Exposé de Jacqueline Fourastié

Le calcul d'un indice synthétique de prix se présente sous la forme suivante : étant donné un ensemble complexe de prix, *représenter cet ensemble par un seul nombre.* Autrement dit, étant donné un vecteur de l'espace à $n+1$ dimensions (n étant le nombre d'objets et de services échangés), est-il possible de le représenter d'une façon satisfaisante par un

1. Les textes des exposés prononcés par MM. Durif, Labrousse et Lécolle, ne nous étant pas parvenus, ne sont pas reproduits ici.

2

vecteur de l'espace à 2 dimensions? Mathématiquement, il est évident que le problème est insoluble.

Cependant, l'esprit humain est incapable d'avoir une idée de tous les prix à la fois. Un « résumé », un « indice » est absolument nécessaire. C'est pourquoi de nombreuses formules d'indices de prix ont été proposées par divers auteurs.

Notre objectif de recherche a été de quantifier les différences de résultats dues à l'emploi de formules de calcul différentes. Nous avons calculé des indices synthétiques de prix selon un certain nombre de *formules usuelles*, à *partir du même matériel d'indices élémentaires*. Il s'agit des indices élémentaires des prix des 213 articles de l'ancien indice de l'I. N. S. E. E.; ces indices ont été publiés, par Mme Singer-Kérel (1), revus au Laboratoire d'économétrie du C. N. A. M. (2), et reportés sur cartes perforées, ce qui a permis une exploitation mécanographique et électronique (réalisée au Laboratoire de calcul du C. N. A. M.).

Le tableau ci-joint indique quelques-uns des résultats obtenus. On peut voir combien sont importantes les répercussions de quelques différences étendues sur longue période : la moyenne arithmétique est supérieure à la moyenne géométrique, elle-même supérieure à la moyenne harmonique. La différence entre moyenne arithmétique et moyenne harmonique peut atteindre 60 %! L'indice de Paasche est inférieur à l'indice de Laspeyres de 25 % environ (3)!

On peut constater un certain parallélisme entre les indices arithmétiques (moyennes arithmétique simple et indice de Laspeyres, de même base). Mais le plus frappant est le comportement très spécial des indices chaînes calculés d'année en année. L'un d'eux est calculé dans le sens chronologique normal $\left(\text{année } \frac{n}{n-1}\right)$, l'autre « en remontant » le temps $\left(\text{année } \frac{n-1}{n}\right)$; les divergences entre ces deux indices sont énormes; ils sont fort différents de l'ensemble des autres à tel point qu'à certaines périodes, ils « sortent de la fourchette » des indices extrêmes. Un tel résultat condamne l'emploi des indices chaînes au moins sur une longue période, ce qui ne diminue en rien l'intérêt de chaque chaînon, considéré individuellement.

La divergence entre les indices chaînes calculés dans les deux sens du temps est d'autant plus importante que la période est plus faible. Ceci pose le problème de l'existence d'un indice ayant la formule de celui de Divisia : d'après nos résultats, il n'existe pas d'indice chaîne instantané, mais, au contraire, deux limites différentes de l'indice, selon le sens du temps. La seule explication possible semble être que l'hypothèse essentielle de Divisia, la continuité des prix, n'est pas réalisée ici (les indices « du coût de la vie » considérés ici n'ont rien à voir, dans leur définition, avec l'indice de Divisia qui fait intervenir *l'ensemble* des transactions qui ont lieu dans un pays).

En conclusion, on peut confirmer que les formules d'indices synthétiques sont utiles, mais ne doivent être employées qu'avec une extrême prudence, et sans jamais perdre de vue que, si on avait employé une autre formule, on aurait pu obtenir un résultat différent.

1. *Le coût de la vie à Paris de 1840 à 1954*, Armand Collin, Paris.
2. La révision systématique des indices élémentaires a entraîné bon nombre de corrections; elle n'est pas encore intégralement terminée. Elle est l'œuvre de toute l'équipe du Laboratoire d'économétrie, mais particulièrement de notre collègue M. Jean Guilhem.
3. Les résultats détaillés sont aujourd'hui publiés dans : Jacqueline FOURASTIÉ, *Les indices de prix*, Armand Colin, 1966.

Quelques indices synthétiques

calculés sur les mêmes indices élémentaires
(base ou origine 1952 = 100 000)

Année	Moyenne arithmétique simple	Moyenne géométrique simple	Moyenne harmonique simple	Indice Laspeyres base 1952	Indice Paasche	Indice Fisher	Indices chaînes d'année en année: an. $\frac{n}{n-1}$	Indices chaînes d'année en année: an. $\frac{n-1}{n}$	Médiane	Indices raccordé (1)
1840........	673	519	419	611			250	2 032	457	471
1860........	760	565	460	664	522	589	280	1 767	483	478
1880........	712	549	460	727	»	»	321	1 695	495	626
1900........	818	523	422	680	488	576	302	1 373	435	459
1914........	691	»	463	724	»	»	326	1 341	505	»
1920........	2 166	1 875	1 574	2 195	»	»	1 263	3 645	1 979	2 146
1930........	3 372	»	2 711	3 688	3 489	3 587	2 348	5 500	2 874	3 489
1940........	5 204	4 543	4 058	5 365	»	»	3 891	7 578	4 591	4 951
1950........	75 428	73 837	72 300	77 838	»	»	71 907	75 352	73 370	»
1952........	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000	100 000
1954........	93 730	92 810	91 800	97 190	»	»	98 517	88 555	95 280	»

1. Calculé sur des indices de Laspeyres de bases diverses et de contenus divers.

LES MOUVEMENTS DE PRIX ET LEUR DISPERSION

Exposé de Claude Fontaine

Les mouvements de prix ont longtemps été et sont encore le plus souvent traités comme la matière première servant à fabriquer des indices. La prédominance de ce point de vue est aisément explicable : la nécessité de mesurer la hausse du « coût de la vie », l'accent quasi exclusif mis par la théorie économique sur le « mouvement général des prix » et la pente naturelle de l'esprit humain, tout portait et porte encore à privilégier le calcul des variations « moyennes » de prix.

Et pourtant, à l'observateur qui considère un grand nombre de chroniques de prix relevés sur longue période, le fait qui s'impose d'abord est, *non le parallélisme, mais l'extrême dispersion* des mouvements de prix; telle est du moins la première constatation qu'ont permis de faire les travaux poursuivis depuis quinze ans dans la direction d'études de M. Fourastié à l'École pratique des hautes études puis au Laboratoire d'économétrie du Conservatoire national des arts et métiers : plus d'un millier de séries de prix ont été ainsi rassemblés, dont la plupart couvrent la période 1910-1963, avec de nombreuses interruptions, toutefois, pendant les années de guerre.

Dans la publication qui en a été faite en 1958 sous le titre *Documents pour l'Histoire et la Théorie des prix*, une description sommaire de la dispersion des prix était présentée sous la forme d'un classement, par ordre croissant, des coefficients de hausse des prix nominaux de 1910 à 1955 : les coefficients s'échelonnent de 20 à 850 (ou 4 000, même, si l'on considère les timbres-poste), éventail dont l'ouverture prouve assez que le « mouvement général des prix », c'est-à-dire les facteurs de type conjoncturel (monétaire, politique, psychologique), ne suffit pas à rendre compte des mouvements effectifs des prix. La mise en évidence de très fortes disparités dans l'évolution des prix n'a d'ailleurs pas été le fait du hasard; on sait qu'un principe d'explication soutenait, dès l'origine, ces recherches: l'action du progrès technique qui, réduisant certains coûts de production beaucoup plus que d'autres, doit, normalement, bouleverser l'échelle des prix.

En fait, il n'y a pas de choix à opérer entre l'un ou l'autre principe d'explication ni entre l'une ou l'autre analyse statistique de ces phénomènes complexes, mal connus et difficiles à mesurer que sont les mouvements de prix. Progrès technique, modifications de l'échelle des revenus, offre et demande, facteurs monétaires, sociaux, psychologiques, tous agissent conjointement sur les prix; aucun ne doit être négligé même si l'on peut considérer que certains exercent une influence prépondérante à long terme et d'autres à court terme. De même pour l'analyse et la recherche statistiques qui sont en question ici : le calcul de moyennes ou d'indices de prix et l'étude de la dispersion ne sont pas exclusifs mais bien au contraire complémentaires : la dispersion se mesure par rapport à une norme qui est bien souvent la moyenne; et que vaut une moyenne si l'on ne connaît pas la dispersion autour de cette moyenne?

Aussi les travaux évoqués précédemment ont-ils été poursuivis dans ces deux directions : le calcul des indices a fait l'objet de recherches théoriques qui, en raison de leur caractère, ont porté non sur l'important matériel statistique amassé depuis quinze ans, trop lourd à manier, mais sur les « 213 articles » dont Mme Singer-Kérel a tenté de retrouver les prix depuis 1840; après quelques essais sur des échantillons réduits, l'analyse de la dispersion a, par contre, été conduite sur l'ensemble des 1 200 séries de prix du Laboratoire d'économétrie.

Ces séries ont d'abord été classées suivant un code à 6 chiffres puis transcrites sur cartes perforées après de nombreuses vérifications. La mise au point des programmes a été effectuée et leur exploitation est actuellement poursuivie par le Laboratoire de calcul du Conservatoire national des arts et métiers. Les premiers travaux doivent être achevés dans quelques mois et publiés vers la fin de l'année, mais il a paru intéressant de décrire la méthode d'analyse adoptée afin de recueillir critiques et suggestions.

Pour l'ensemble des séries de prix sont calculés successivement :

— la variation annuelle, sous forme d'un indice ayant chaque fois pour origine 100 le prix de l'année précédente;

— la moyenne arithmétique simple (non pondérée) de ces variations de prix;

— la moyenne des écarts positifs et celle des écarts négatifs par rapport à la variation moyenne des prix, avec le nombre de séries correspondants;

— l'écart absolu moyen et l'écart-type.

Trop peu de séries étant suivies pendant les années de guerre, il est d'autre part apparu nécessaire de calculer des indices à base fixe (1914 = 100 et 1939 = 100) ainsi que les moyennes et écarts correspondants afin de pouvoir analyser, non plus annuellement puisque les statistiques ne le permettent pas mais par intervalles de 6 (1914-1920) ou 10 ans (1939-1949), des périodes qui semblent se révéler particulièrement importantes pour l'histoire de la dispersion des prix. Le classement par groupes, sous-groupes et sections permettra de *différencier par nature d'article* cette histoire de la dispersion des prix depuis soixante ans. L'histoire de la dispersion sera ensuite confrontée à celle d'autres variables économiques et, particulièrement, du « mouvement général des prix » : la dispersion est-elle plus forte en période d'inflation, de déflation ou de stabilité monétaire? D'après des résultats encore fragmentaires, il apparaît que l'écart absolu moyen est presque toujours d'un ordre de grandeur très proche de celui de la variation annuelle moyenne des prix (en hausse ou en baisse), ce qui signifie que l'inflation, plus encore, la déflation est d'autant moins « générale » — et, donc, mesurable par une moyenne — qu'elle est plus accusée.

Parmi tous les rapprochements possibles que la publication annoncée n'épuisera évidemment pas, l'un a été jugé digne d'un traitement particulier : le rapprochement entre l'ensemble des 1 200 séries et celles d'entre elles, arbitrairement limitées à 10 %, qui accusent la plus faible hausse depuis le début du siècle; ces 120 séries, se rapportant presque toutes à des produits ayant fortement bénéficié du progrès technique, sont soumises au même schéma de calcul qui est appliqué aux 1 200 séries. La comparaison des résultats fournis par ces deux exploitations peut apporter d'utiles éléments d'information sur le point suivant : si, comme il est très probable, la baisse relative des prix de revient permise par les progrès de productivité ne provoque pas un ajustement immédiat des prix de vente, quelles sont les phases conjoncturelles ou quelles ont été les périodes historiques les plus favorables à la baisse des prix relatifs des objets à fort progrès technique, c'est-à-dire à l'ajustement des prix de vente sur les prix de revient? Ici encore, on ne peut livrer que des observations provisoires : il semble bien, cependant, que cet ajustement se soit principalement réalisé durant les années de guerre.

INTERVENTION DE M. M. Lévy

Je voudrais faire deux séries de remarques au sujet des séries et des résultats qui nous sont soumis, la première concerne les indices-chaînes, la seconde les autres.

Au sujet des indices-chaînes, je voudrais rappeler que leur justification théorique est d'approcher l'indice de Divisia. Or celui-ci est une intégrale cuviligne et si celle-ci a un sens — cette restriction n'est pas de pure forme et devrait être précisée — il est bien évident qu'elle a la même valeur dans un sens et dans l'autre. Que le calcul pratique donne une divergence, c'est normal parce que calculer une chaîne de moyennes arithmétiques dans le sens inverse, cela revient à calculer une chaîne de moyennes harmoniques dans le sens direct et que les divergences entre les deux moyennes se cumulent. Mais si la divergence devient énorme, comme c'est le cas ici, alors peut-être y a-t-il lieu de s'interroger sur la valeur de l'approximation et notamment sur l'assimilation des maillons d'un an à des infiniments petits. Peut-être, en période d'inflation rapide, comme c'est le cas à plusieurs reprises dans la période et... le pays étudiés, le maillon d'un an est-il trop grand et entraîne-t-il une trop grande différence entre les moyennes arithmétique et harmonique correspondantes.

Quant aux autres indices, M. Labrousse a posé la question de savoir si on pouvait choisir la formule adéquate en fonction du problème étudié. Je voudrais signaler qu'il existe une réponse à cette question dans le cadre de la théorie du comportement du consommateur de Pareto. Elle a été exposée dans « The review of economic studies », n° 38 de 1947-1948 dans un article de Klein et Rubin intitulé « A constant utility index of the cost of living ». Il s'agit de se donner les fonctions d'utilité d'un consommateur en fonction de son revenu et des prix des différents produits et d'en déduire alors la formule d'indice de prix qui corresponde à l'utilité constante. L'important est que sous certaines conditions d'intégrabilité — les conditions de Slutzky (nous retrouvons la même réserve) — cette formule existe. Par exemple, si les fonctions de demande sont :

$$x_i = \Sigma_j \beta_i \gamma_j \frac{p_j}{p_i} + \beta_i \frac{r}{p_i}$$

[où x_i est la quantité demandée du produit i, p_i son prix, $r = \Sigma_i p_i x_i$ la dépense totale et β et γ des coefficients numériques.]

La formule d'indice de prix adéquate est

$$I = \frac{K\,\Pi_i\,\rho_i\,\beta_i - \Sigma_i\,\gamma_i\,\rho_i}{K\,\Pi_i\,\rho_i^0\,\beta_i - \Sigma_i\,\gamma_i\,\rho_i^0}$$

où l'indice ^{0} indique les prix de l'année de référence et K est une constante d'intégration.

Cette réponse est évidemment toute théorique, car il n'est pas question d'appréhender les fonctions d'utilité pour 213 articles si tant est que cela ait un sens, ni pour un consommateur, ni *a fortiori* pour une collectivité. Mais il me semble que des recherches devraient être faites pour définir une formule utilisable et appropriée aux études sur longues périodes dans laquelle les produits seraient regroupés. En effet, s'il n'est pas possible de définir des fonctions d'utilité pour un grand nombre de produits, il me semble que ce doit être possible — et j'ai plaisir à le dire devant M. Fourastié qui est le vulgarisateur en France de la division popularisée par Colin Clark — si on se limite à quelques grands groupes, par exemple produits alimentaires, produits manufacturés et services. Évidemment si on se lance dans cette voie, il faut définir un indice de prix pour chaque groupe, ce qui repousse la difficulté. Mais si justement les groupes sont bien définis, les évolutions de prix seront comparables à l'intérieur d'un même groupe et la formule choisie n'aura guère d'influence.

INTERVENTION DE M. CALOT

Considérons un ménage dont les consommations relatives à l'article i sont :

	date	quantité	prix	dépense
article i	0	q_0^i	p_0^i	$D_0^i = p_0^i\,q_0^i$
	1	q_1^i	p_1^i	$D_1^i = p_1^i\,q_1^i$

Nous supposons que la définition de chaque article est bien identique d'une date à l'autre et que tout article consommé en quantité non nulle à la date 1 l'était déjà à la date 0 (si $q_1^i \neq 0$, on a $q_0^i \neq 0$).

On peut définir relativement à l'article i trois indices élémentaires, l'un de prix, l'autre de quantité, le troisième de dépense :

$$I_{1/0}\,(p^i) = \frac{p_1^i}{p_0^i}$$

$$I_{1/0}\,(q^i) = \frac{q_1^i}{q_0^i}$$

$$I_{1/0}\,(D^i) = \frac{D_1^i}{D_0^i}$$

et ces trois indices élémentaires satisfont à la relation de composition multiplicative :

$$I_{1/0}\,(D^i) = I_{1/0}\,(p^i)\;I_{1/0}\,(q^i)$$

Au niveau de l'ensemble des articles, on peut définir l'indice de la dépense totale qui est une grandeur simple :

$$I_{1/0}\,(D) = \frac{\Sigma_i\,p_1^i\,q_1^i}{\Sigma_i\,p_0^i\,q_0^i}$$

Cette dépense totale D évolue entre les dates 0 et 1 sous l'effet de deux facteurs : la variation des prix et la variation des quantités consommées, c'est-à-dire, de façon synthétique, sous l'effet des facteurs prix et quantité. Le problème de la construction d'un indice de prix ou de quantité est celui de la recherche d'indicateurs qui, en se composant multiplicativement, fournissent l'indice de la dépense totale. Si on s'en tient à la méthode des moyennes d'indices élémentaires pondérés par les coefficients budgétaires, on obtient un indice de Laspeyres (L) pour l'un et un indice de Paasche (P) pour l'autre :

$$\mathrm{I}_{1/0}\,(\mathrm{D}) = \mathrm{L}_{1/0}\,(p)\,\mathrm{P}_{1/0}\,(q) = \mathrm{P}_{1/0}\,(p)\,\mathrm{L}_{1/0}\,(q).$$

L'indice de Laspeyres correspond à la moyenne *arithmétique* et aux coefficients budgétaires de la date 0, l'indice de Paasche correspond à la moyenne *harmonique* et aux coefficients budgétaires de la date 1.

On peut encore envisager la relation précédente sous la forme équivalente :

$$\mathrm{I}_{1/0}\,(\mathrm{D}) = \frac{\Sigma_i\, p_1^i\, q_1^i}{\Sigma_i\, p_0^i\, q_0^i} = \frac{\Sigma_i\, p_0^i\, q_0^i\, \dfrac{p_1^i}{p_0^i}}{\Sigma_i\, p_0^i\, q_0^i} \cdot \frac{\Sigma_i\, p_1^i\, q_0^i\, \dfrac{q_1^i}{q_0^i}}{\Sigma_i\, p_1^i\, q_0^i}$$

Désignons par ω^i les coefficients budgétaires à la date 0 :

$$\omega^i = \frac{p_0^i\, q_0^i}{\Sigma_i\, p_0^i\, q_0^i}$$

Le coefficient budgétaire à la date 1 est celui obtenu en tenant compte à la fois des mouvements de prix et de quantités :

$$\omega^i/p, q = \frac{p_1^i\, q_1^i}{\Sigma_i\, p_1^i\, q_1^i}$$

On peut définir des coefficients budgétaires conditionnels où on ne tient compte que des mouvements de l'un des facteurs :

$$\omega^i/p = \frac{p_1^i\, q_0^i}{\Sigma_i\, p_1^i\, q_0^i} \qquad \omega^i/q = \frac{p_0^i\, q_1^i}{\Sigma_i\, p_0^i\, q_1^i}$$

Avec ces définitions, la relation précédente devient (en ne retenant que le langage des indices de Laspeyres) :

$$\begin{aligned}\mathrm{I}_{1/0}\,(\mathrm{D}) &= \mathrm{L}_{1/0}\,(p)\quad \mathrm{L}_{1/0}\,(q/p)\\ &= \mathrm{L}_{1/0}\,(q)\quad \mathrm{L}_{1/0}\,(p/q)\end{aligned}$$

les indices de Laspeyres conditionnels étant définis par moyenne arithmétique pondérée des indices élémentaires par les cœfficients budgétaires conditionnels.

On aboutit ainsi à une structure analogue à celle des probabilités. Ainsi peut-on définir l'interaction des prix sur les quantités :

$$\Gamma\,(p, q) = \Gamma\,(q, p) = \frac{\mathrm{I}\,(\mathrm{D})}{\mathrm{L}\,(p)\,\mathrm{L}\,(q)} - 1$$

c'est-à-dire encore :

$$\Gamma\,(p, q) = \frac{\mathrm{L}\,(p/q)}{\mathrm{L}\,(p)} - 1 = \frac{\mathrm{L}\,(q/p)}{\mathrm{L}\,(q)} - 1$$

et parler d'absence de corrélation entre mouvements de prix et de quantités lorsque l'interaction est nulle. On peut montrer (formule de Bortkiewicz) que l'interaction est égale à :

$$\Gamma\,(p, q) = \frac{\mathrm{Cov}\,[\mathrm{I}\,(p),\, \mathrm{I}\,(q)]}{\mathrm{L}\,(p)\,\mathrm{L}\,(q)}$$

où la covariance est calculée en affectant à chaque indice élémentaire son coefficient de la date 0 :

$$\mathrm{Cov}\,[\mathrm{I}\,(p),\ \mathrm{I}\,(q)] = \Sigma_i\, \omega^i\, [\mathrm{I}\,(p^i) - \mathrm{L}\,(p)]\, [\mathrm{I}\,(q^i) - \mathrm{L}\,(q)]$$

L'analogie avec le calcul des probabilités permet encore de généraliser à plusieurs facteurs. Ainsi si une grandeur D est la somme des produits $p^i\, q^i\, r^i$, on a :

$$\mathrm{I}\,(\mathrm{D}) = \mathrm{L}\,(p)\ \mathrm{L}\,(q/p)\ \mathrm{L}\,(r/pq)$$

et les relations analogues par permutations des facteurs. Les coefficients de pondération sont :

$$\omega^i = \frac{p_0^i\, q_0^i\, r_0^i}{\Sigma_i\, p_0^i\, q_0^i\, r_0^i} \qquad \omega^i/p = \frac{p_1^i\, q_0^i\, r_0^i}{\Sigma_i\, p_1^i\, q_0^i\, r_0^i} \qquad \omega^i/p, q = \frac{p_1^i\, q_1^i\, r_0^i}{\Sigma_i\, p_1^i\, q_1^i\, r_0^i}$$

En démographie notamment, on rencontre de tels exemples et cette méthode conduit à la notion de taux comparatifs. Ainsi le nombre d'enfants scolarisés de 15 à moins de 20 ans est :

$$\mathrm{S} = \sum_{i=15}^{20} \mathrm{P}\, a^i\, t^i$$

où P est le nombre total d'enfants de 15 à moins de 20 ans;
a^i la proportion de ceux d'entre eux qui ont l'âge i
t^i le taux de scolarisation à l'âge i.

L'indice du nombre de scolarisés entre deux dates 0 et 1 est le produit des indices des facteurs : taille de la population, structure par âge, scolarisation. On a :

$$\mathrm{I}\,(\mathrm{S}) = \mathrm{I}\,(\mathrm{P}).\ \mathrm{L}\,(\mathrm{A}).\ \mathrm{L}\,(\mathrm{T/A})$$

En effet, comme on peut s'en assurer facilement, le facteur taille de la population (P) est sans corrélation avec les facteurs structure par âge (A) et scolarisation (T) :

$$\frac{\Sigma_i\, \mathrm{P}_1\, a_1^i\, t_1^i}{\Sigma_i\, \mathrm{P}_0\, a_0^i\, t_0^i} = \underbrace{\frac{\mathrm{P}_1}{\mathrm{P}_0}}_{\mathrm{I}\,(\mathrm{P})} \cdot \underbrace{\frac{\Sigma_i\, a_1^i\, t_0^i}{\Sigma_i\, a_0^i\, t_0^i}}_{\mathrm{L}\,(\mathrm{A})} \cdot \underbrace{\frac{\Sigma_i\, a_1^i\, t_1^i}{\Sigma_i\, a_1^i\, t_0^i}}_{\mathrm{L}\,(\mathrm{T/A})}$$

L'indice I (P) représente la part de la variation du nombre de scolarisés imputable à la variation de population de 15 à moins de 20 ans. L'indice L (A) représente la part imputable à la modification de la structure par âge entre 15 et 20 ans. L'indice L (T/A) représente la part résiduelle c'est-à-dire la part imputable aux changements de taux de scolarisation par année d'âge lorsqu'on a déjà tenu compte des deux facteurs précédents. L'interaction entre la structure par âge et le taux de scolarisation Γ (A, T) mesure la façon dont ces deux facteurs ont pu se contrarier ou au contraire se renforcer mutuellement pour conduire à l'indice de variation totale I (S).

Nous avons utilisé ce type de décomposition pour la projection régionale du nombre de ménages de la façon suivante. Le nombre de chefs de ménage est égal à :

$$\mathrm{M} = \Sigma_{i,\,j,\,k}\ \mathrm{P}\ s_i\ a_{ij}\ m_{ijk}\ t_{ijk}$$

où P est la population totale,
s_i est la proportion de personnes de sexe i dans la population totale,
a_{ij} est la proportion des personnes d'âge j parmi les personnes de sexe i,
m_{ijk} est la proportion de personnes d'état matrimonial k parmi les personnes de sexe i et d'âge j,
t_{ijk} est la proportion de chefs de ménage parmi les personnes de sexe i, d'âge j et d'état matrimonial k.

Entre deux dates passées (1954 et 1962 en l'occurrence), on a calculé pour la France entière et pour chaque zone prise isolément l'indice de ces différents facteurs :

$$I\,(M) = I\,(P) \cdot L\,(S) \cdot L\,(A/S) \cdot L\,(M/S, A) \cdot L\,(T/S, A, M)$$

On a procédé à des projections nationales de population et de ménage pour le futur (1970) et on en a déduit pour la France entière les valeurs de ces indices sur la période 1962-1970. Lorsque pour une zone donnée on avait effectué par exemple la projection de population 1970 par sexe et âge (permettant de calculer I (P), L (S) et L (A/S)), on a projeté le nombre de ménages 1970 en évaluant les indices L (M/S, A) et L (T/S, A, M) par règle de 3 :

$$L\,{}^{(\text{région})}_{1962\text{-}1970} = \frac{L\,{}^{(\text{région})}_{1954\text{-}1962} \times L\,{}^{(\text{France})}_{1962\text{-}1970}}{L\,{}^{(\text{France})}_{1962\text{-}1970}}$$

Si on n'avait pour la zone effectué qu'une projection de population totale sans distinction de sexe ou d'âge, on estimait de la même façon les indices manquants par règle de 3 et on en déduisait une estimation du nombre de ménages 1970.

Pour plus de détails sur cette méthode le lecteur pourra se reporter à :

G. Calot, *Cours de Statistique descriptive* (chapitre 9), Dunod édit.

F. Bamas, *L'évolution du nombre de ménages entre 1954 et 1962 et ses perspectives*, Études et Conjoncture n° 4 d'avril 1966.

INTERVENTION DE M. F. Chartier

Ma contribution à l'étude des indices de prix ne pourra être que très modeste, surtout après les exposés des deux proches collaborateurs de M. Fourastié, résumant un travail auquel il convient de rendre hommage, ou les commentaires de notre collègue Lécôlle qui connaît bien cette question des indices de prix pour la pratiquer journellement depuis plusieurs années déjà.

Le but des indices de prix est de comparer le niveau des prix à deux époques (on pourrait envisager des comparaisons dans l'espace, mais ce serait encore plus difficile !) Les travaux entrepris par M. Fourastié et ses collaborateurs, montrent que pour deux périodes éloignées la formule d'indice utilisée peut avoir une influence très importante. Je rejoindrai le propos de M. Lécolle en faisant remarquer que, à cette incertitude due à la formule utilisée, s'ajoute une imprécision due à une évolution des articles suivis, qui peut les rendre tout à fait différents du point de vue qualités et usages, même si l'appellation reste la même. Qu'y a-t-il de commun entre un pneu de bicyclette de 1920 et de 1965, en dehors du nom? L'évolution étant le plus souvent progressive, il sera mal aisé, quoique indispensable, d'en tenir compte.

Une autre source d'incertitude dans le résultat du calcul d'indices pondérés tient à la composition du « panier » dont on suit les prix. Il n'est pas rare de trouver dans les ouvrages d'économistes pourtant sérieux des paniers de composition très variable. En voici quelques exemples :

Quantité en kg par an

Articles	Le Play 1860	Simiand 1890-1900	13 art. S. G. F. 1907
Pain	1 460	600	700
Viande [1]	113	200	220
Sel	24	20	0
Sucre	30	24	20

1. Y compris viande de porc.

Il est vrai que le panier observé par Le Play correspond à une famille nombreuse (onze personnes). Prenons prétexte de ces quelques données pour encourager chaleureusement les statisticiens de nos jours à amasser une documentation plus riche et plus précise sur le comportement de nos contemporains.

Me plaçant sur un plan plus théorique, j'avais suggéré que l'écart systématique observé par M^lle^ Fourastié dans le calcul d'indices chaînes en parcourant la même période 1840-1954, mais en « descendant » le temps ou en le « remontant », pouvait être expliqué par la propriété bien connue des rapports : la moyenne (ou espérance mathématique) d'un rapport diffère du rapport des moyennes; la différence, peu sensible sur un indice à base fixe, devenant considérable par sa répétition dans un indice chaîne. Il semble résulter d'une discussion postérieure à la « Table Ronde » entre M^lle^ Fourastié, M. Calot et moi-même, que cette différence tiendrait à ce que le calcul en « descendant » le temps ferait intervenir la moyenne arithmétique des indices élémentaires, tandis que celui en « remontant » le temps ferait intervenir leur moyenne harmonique, systématiquement inférieure à la moyenne arithmétique, pourvu que l'un des prix au moins ait évolué. En réduisant le nombre des chaînons par augmentation de leur durée, on réduirait l'écart entre les deux méthodes. Au contraire, en accroissant leur nombre par réduction de leur durée, on accroîtrait l'écart. Ces divers points sont développés dans la thèse que prépare actuellement M^lle^ Fourastié.

DISCUSSION

M. M. Dumas. — Le problème débattu est celui du choix « au mieux » d'une valeur typique d'une série d'indices de prix.

Ma première remarque est que le choix « au mieux » dépend de l'emploi que l'on veut faire de cette valeur typique. S'il s'agit de comparer les prix à des époques différentes de 2 000 calories de légumes alimentaires à partir d'indices relatifs à différents légumes, je pense que c'est une moyenne pondérée plutôt qu'une moyenne géométrique (ou autre) qu'il conviendrait de considérer.

Ma seconde remarque est que lorsque le problème est très général il ne convient pas de masquer sous une apparence de précision ce qui ne peut faire l'objet que d'ordres de grandeur. Ainsi, l'économiste pourra montrer le sérieux de son étude en notant les différents indices moyens (moyenne arithmétique, géométrique, harmonique...) extraits de la thèse de M^lle^ Fourastié, après quoi il lui appartient de choisir un nombre assez rond comme valeur typique et de montrer les conséquences de ce choix. Et pour un tel usage, si l'on élimine les résultats aberrants $\frac{n}{n-1}$ et $\frac{n-1}{n}$ les valeurs citées par M^lle^ Fourastié orientent bien pour chaque année vers un ordre de grandeur.

M. R. Joly. — Mlle Jacqueline Fourastié a montré les grandes différences auxquelles on aboutit dans une étude de l'évolution du coût de la vie en France sur la période 1840-1954 selon la technique et les pondérations utilisées. Un indice synthétique ne peut, en effet, convenir qu'à un groupe d'individus bien déterminé et les modifications de structure de consommation sur une si longue période n'ont pas besoin d'être soulignées.

Toutes ces remarques de prudence en ce qui concerne les comparaisons de longue période s'appliquent dans un domaine voisin dont je m'occupe, mais qui sort peut-être de l'objet de la présente Table Ronde. Il s'agit de la comparaison du coût de la vie entre deux ou plusieurs pays soit à un instant donné, soit en évolution sur une période même relativement courte. Les différences de technique d'observations des prix et des méthodes d'établissement des indices synthétiques posent des problèmes auxquels s'ajoutent la non-comparabilité des groupes sociaux concernés ainsi que les différences de structure des consommations dues au climat ou aux habitudes. Les pondérations ne sont pas établies d'après un optimum (difficile à déterminer) mais d'après les structures observées : pour un produit, une pondération partielle dépend de la dépense et celle-ci peut être relativement plus faible dans un pays que dans un autre malgré un prix plus élevé si la quantité ou la qualité effectivement consommée est inférieure.

M. J. Bonneau. — Je souscris entièrement aux remarques de M. Chartier. Sur une longue période, le principe de l'*identité* des produits comparés est quelquefois difficile à respecter.

M. le président Fourastié l'a fort bien montré dans ses recherches sur la productivité. Le charbon de 1941 par exemple, n'a guère de rapport avec celui de 1960. Au temps de l'occupation, pierres, poussières, déchets de toute sorte étaient pesés avec la houille. Les calculs sur la productivité s'en sont trouvés donc affectés.

Il en va de même à l'heure actuelle, dans le calcul des *indices de bois sur pied*, donnés par les Eaux et Forêts. La baisse des cours que l'on attribue hâtivement au ralentissement de la demande (manque de liquidité, renchérissement du crédit) provient souvent *d'un changement de nature* de produits offerts : bois gercés ou coupes d'accès très difficile.

Réponse de M. Lévy à l'objection sur la non-continuité des variations de prix

Cette objection me confirme dans mon idée du calcul en deux temps, indices de grands groupes d'abord, indice d'ensemble ensuite par une formule appropriée. Car si le prix d'une cafetière particulière varie par sauts, on peut penser que l'indice des prix des biens d'équipement des ménages par exemple a une variation à peu près continue. Ce mode de calcul vaudrait également pour les indices-chaînes, ce qui laisse sa justification à ma première remarque.

*
* *