

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

G. DUON

Trois indices économiques

Journal de la société statistique de Paris, tome 91 (1950), p. 136-157

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1950__91__136_0

© Société de statistique de Paris, 1950, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

VIII

VARIÉTÉ

Trois indices économiques.

Note de la Rédaction. — M. Duon résidant actuellement aux États-Unis n'a pas eu la possibilité de faire un exposé verbal des résultats de son étude au cours d'une séance de la Société. Il souhaite vivement que ses collègues lui fassent connaître leurs remarques et critiques.

Ces observations pourront être adressées au Secrétaire général de la Société qui les transmettra à M. Duon : elles seront publiées dans un prochain numéro du Journal en même temps que les réponses de M. Duon.

Il est sans doute superflu de rappeler une fois de plus que la solution de chaque problème économique demande la contribution d'un instrument statis-

tique spécial et, qu'à l'inverse, tout appareil technique ne répond qu'à un problème déterminé. Mais, en raison même de cette proposition, aujourd'hui évidente, on peut se demander si les énoncés suivants sont distincts ou si l'on doit y voir simplement deux expressions d'une unique réalité :

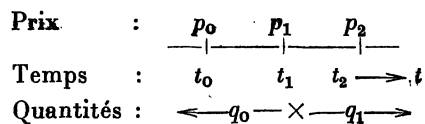
1. Quel niveau atteignent les prix?
2. Quel niveau atteint le coût de la vie?

Toute la difficulté réside évidemment dans l'interprétation des expressions « niveau des prix » et « niveau du coût de la vie ». Or, on admettra aisément qu'un niveau de prix c'est une certaine valeur représentative de l'ensemble des prix susceptibles d'être relevés à un moment donné. Par contre, le niveau du coût de la vie est déterminé par la dépense qui assure l'acquisition d'un panier de provisions d'une certaine composition, au cours d'une période déterminée, en donnant au mot « provisions » un sens très étendu.

Le temps intervient donc ici de deux façons absolument opposées : d'une part, il apparaît comme un instant sans durée, d'autre part, il s'écoule pendant un « intervalle non négligeable ». Si, parmi d'autres divergences entre les deux énoncés, on considère ce fait comme fondamental, on a, dès lors, malgré une similitude apparente, à traiter deux problèmes entièrement distincts, au moins par la nature de leur liaison avec le temps.

Qu'offre l'arsenal des instruments statistiques en face de ces deux catégories de phénomènes? Une formule unique ou, plus exactement, un lot de formules de composition voisine, indifféremment employées dans toutes les questions selon les préférences individuelles. Toutes, ou presque, font appel aux prix p et aux quantités q et s'efforcent de ménager (peut-être à la suite de Fischer), une certaine symétrie entre ces deux symboles; pourtant elles déçoivent fort lorsqu'on s'avise de constater qu'un indice de prix et un indice du quantum déduits d'un même indice de valeur du commerce extérieur n'ont pas une pondération similaire.

Or, non seulement les grandeurs p et q sont d'essence totalement distincte, mais si l'on veut bien considérer leur relation avec le temps, on peut dire qu'elles sont foncièrement opposées : tandis que sur un marché étendu, l'une existe à chaque *instant*, l'autre ne se conçoit que pendant un *intervalle* de temps. Ce fait peut être illustré par le schéma ci-dessous :



si bien que dans une formule telle que :

$$\frac{\sum p_n q_n}{\sum p_0 q_0}$$

p_n et p_0 sont bien des prix, mais q_0 est une quantité consommée, produite ou transportée, par unité de temps, c'est-à-dire un débit. La symétrie entre p et q existe seulement dans les symboles et non dans les faits. Il est probable que par la substitution de cette grandeur abstraite, le débit, à une grandeur concrète reposant sur une durée, la quantité, on a introduit de faux débats dans la métho-

dologie des indices et on s'est contraint à un choix entre les formules de Laspeyres, Paasche, Edgeworth, etc., choix étranger à la nature des choses.

1. *Prix.* — Ces indices font tous appel à des « débits » pour pondérer les prix, ils introduisent donc un élément étranger au problème proposé : lorsqu'il s'agit d'évaluer la variation du niveau des prix entre deux époques données, les seuls éléments temporels imposés sont en effet les seuls moments o et n et on n'y ajoute pas la fin de la première année ou le début du dernier mois comme le demandent les conceptions des auteurs cités ou celles qui en dérivent. Par suite, la pondération qu'il convient d'adopter pour résoudre correctement le problème doit éliminer ces éléments surabondants dont l'arbitraire est tel qu'il impose un choix entre la première ou la dernière période de l'intervalle visé. En outre, il n'y a pas de raison valable, en dehors de la commodité, pour adopter l'année plutôt que toute période de cinq mois, de sorte que la substitution d'une périodicité trimestrielle à une périodicité annuelle dans la cadence des publications statistiques, en raison de cette même commodité, conduirait à changer les poids habituellement employés dans les indices et influencerait sur la valeur calculée pour le niveau des prix en deux instants préalablement donnés, car à tout découpage du temps correspond une valeur numérique différente du résultat. Nouvel arbitraire. En outre, dans l'exemple suivant, où il n'est pas nécessaire de faire figurer les prix :

	Poids	
	Marchandise 1	Marchandise 2
Années : 0	100	2.000
1	200	1.900
2	300	1.800
3	400	1.700
4	⋮	⋮
⋮	1.000	1.000
10		

la pondération 100, 2.000 n'est pas plus logique que 1.000, 1.000.

De même, si on avait :

	Poids	
	Marchandise 1	Marchandise 2
Années : 0	100	100
1	100	1.000
2	100	1.000
3	⋮	⋮
⋮	100	1.000
9	100	100
10		

la pondération 100, 100 est anormale pour l'époque considérée; elle accorde trop de valeur à des circonstances exceptionnelles. De plus, l'indice calculé par Paasche

ou Edgeworth subit une anormale déviation, du seul fait des pondérations entre les années 9 et 10.

2. *Dépenses.* — De sorte qu'en dehors de toute considération théorique, pendant les périodes d'amples variations dans les débits les méthodes classiques paraissent impropres. Au contraire, lorsqu'on évoque la notion de dépenses, de budgets familiaux, on fait appel implicitement à une unité de temps, mois, trimestre, année, pendant laquelle ces dépenses sont comptées : les prix sont instantanés, les dépenses s'étendent sur une durée. Malgré la critique précédente, il ne s'ensuit pas que les indices classiques soient adaptés à ce nouveau problème. L'exemple suivant souligne la différence qui distingue le niveau des prix (au sens courant) du niveau des dépenses. Soit à fixer un salaire d'après la situation économique aux deux époques suivantes :

	Première denrée		Deuxième denrée	
	Prix	Débits	Prix	Débits
Première époque.	100	100	100	100
Deuxième époque	200	50	40	250

Doit-on dire que les salaires seront augmentés de 20 % d'après l'indice de Laspeyres ou diminués de 33 % selon celui de Paasche? Il paraît plus exact de calculer un indice de dépenses qui conclut à la stabilité des coûts en raison d'une adaptation des consommations aux nouveaux prix comme le veulent la théorie économique et la saine gestion d'un budget familial. Et, dans ce cas, il est indispensable qu'un indice approprié à ces questions tienne compte des déplacements de dépenses à l'intérieur du budget. La fixité des quotas est contraire à la nature du problème.

On peut se demander si la dualité de forme sous laquelle se manifeste le temps, à la fois dans les questions proposées et dans les méthodes de mesure, ne peut pas suggérer des solutions plus judicieuses que les formules classiques. Les considérations ci-dessus invitent d'ailleurs à envisager *a priori* deux catégories d'indices, qu'on nommera respectivement indices de niveaux et indices de dépenses. Les propriétés qu'on sera amené à leur conférer préciseront leur nature et fixeront leurs avantages.

A — INDICES DE NIVEAUX

1. *Définition.* — On a précédemment montré que le recours à des débits pour pondérer les indices classiques paraissait une pratique inadéquate. Cependant, on ne saurait se passer d'une pondération des prix qui répond à la nécessité de restituer à chaque produit son importance économique par un coefficient approprié. Il s'agit évidemment de l'importance économique à l'époque considérée. Dès lors, pourquoi l'usage courant en réduit-il la mesure à une seule année? A l'inverse, dans un indice portant seulement sur quatre mois, ce principe d'annuité est bien gênant et on peut se demander si c'est pour livrer le calcul immédiatement qu'on pondère en pratique d'après l'année écoulée ou pour éviter le ridicule de prendre une période de douze mois anticipant sur l'avenir...

L'importance économique paraît beaucoup plus exactement reflétée au lieu de débits annuels par les quantités comprises dans l'intervalle de temps défini

par les termes mêmes du problème. La formule de l'indice ainsi compris s'écrit alors :

$$\frac{\sum p_n \circ Q_n}{\sum p_n \circ Q_n}$$

en désignant par $\circ Q_n$ les quantités produites ou consommées de o à n , soit $\sum_0^{n-1} q_k$ en posant $q_k =$ débit entre les moments k et $k + 1$. Les prix sont alors réellement pondérés par des quantités et l'indice compare, entre les deux époques où on a observé les prix p_o et p_n , les dépenses afférentes aux quantités produites ou consommées dans cet intervalle de temps selon deux évaluations, l'une aux prix initiaux et l'autre aux prix finaux. Le choix des poids est alors parfaitement objectif et on n'a plus à se déterminer en faveur d'une formule de Paasche, de Laspeyres ou de toute autre expression plus compliquée. On évite un problème artificiellement créé par une interprétation très restrictive de la notion de pondération et par le désir d'une symétrie entre p et q qui se révèle purement formelle.

Il est aisé de juger des avantages de cette conception en soumettant l'indice aux principaux tests de Fisher.

a) *Identité*. — On a visiblement : $\circ P_n = \frac{\sum p_n \circ Q_n}{\sum p_o \circ Q_n} = 1$ pour $p_n = p_o$.

On notera que l'indice-chaîne ne jouit pas de cette propriété.

b) *Reversibilité*. — De même :

$$\circ P_n = \frac{\sum p_n \circ Q_n}{\sum p_o \circ Q_n} = \frac{1}{\frac{\sum p_o \circ Q_n}{\sum p_n \circ Q_n}} = \frac{1}{\circ P_o}$$

L'indice peut évidemment se mettre sous la forme :

$$\sum \frac{p_n}{p_o} c$$

avec

$$c = \frac{p_n \circ Q_n}{\sum p_o \circ Q_n}$$

où p_o paraît jouer un rôle privilégié; il n'en est rien car on peut aussi écrire l'indice :

$$\frac{\sum p_n \circ Q_n}{\sum \frac{p_n}{p_n} p_n \circ Q_n} = \frac{1}{\sum \frac{p_o}{p_n} c'}$$

avec

$$c' = \frac{p_n \circ Q_n}{\sum p_n \circ Q_n}$$

A l'inverse des expressions de Laspeyres (P') et de Paasche (P''), celle-ci accorde donc une parfaite symétrie aux époques o et n . On notera en effet que les indices P' et P'' ne sont pas réversibles :

$$\circ P'_n = \frac{\sum p_n q_o}{\sum p_o q_o} = \frac{1}{\frac{\sum p_o q_o}{\sum p_n q_o}} = \frac{1}{\circ P''_o}$$

et

$${}_a P'_n = \frac{\sum p_n q_n}{\sum p_o q_n} = \frac{1}{\frac{\sum p_o q_n}{\sum p_n q_n}} = \frac{1}{{}_n P'_o}$$

c) *Homogénéité*. — Si par changement d'unités de mesure, ${}_o Q_n$ devient $k {}_o Q'_n$, les prix varient en sens inverse, de sorte que $p_n {}_o Q_n$ et $p_o {}_o Q_n$ demeurent constants, Si par changement de monnaie (p_n) et (p_o) deviennent (mp'_n) et (mp'_o), l'indice ${}_o P_n$ n'en est pas affecté.

d) *Proportionnalité*. — Si les prix subissent une homothétie uniforme, $P_n = kp_o$, il vient :

$${}_o P_n = \frac{\sum k p_o {}_o Q_n}{\sum p_o {}_o Q_n} = k {}_o P_n$$

e) *Détermination*. — L'indice n'est nul ou infini que dans certains cas où l'un au moins des p_o ou p_n est nul ou infini. Ces cas sont identiques à ceux qui rendent nuls ou infinis les indices de Laspeyres et Paasche, considérés généralement comme des indices déterminés.

f) *Condition circulaire*. — Pour les époques o, n, r , on a :

$${}_o P_r = \frac{\sum p_r {}_o Q_r}{\sum p_o {}_o Q_r} \neq \frac{\sum p_n {}_o Q_n}{\sum p_o {}_o Q_n} \times \frac{\sum p_r {}_n Q_r}{\sum p_n {}_n Q_r}$$

Cette inégalité signifie que les compensations de prix admises dans l'intervalle (o, n) ne sont pas obligatoirement possibles dans l'intervalle (n, r), si les pondérations ont varié : la condition circulaire est cependant satisfaite par l'indice-chaîne.

Ainsi, l'indice est : identique, réversible, homogène, proportionnel, déterminé, et il rejette, à l'exemple de ceux de Laspeyres et de Paasche, le test circulaire. Donc, au point de vue des critères de Fisher, cet indice, par sa réversibilité, est supérieur aux formules classiques; identique, mais non circulaire, il satisfait au même nombre de critères que l'indice-chaîne défini sous sa forme la plus générale et il est susceptible d'une interprétation concrète aisée contrairement à l'indice « idéal ». Sous la forme d'une moyenne géométrique, il conserve ses avantages par rapport aux expressions classiques également transformées.

Cette nouvelle conception est historique puisqu'elle laisse place aux habitudes de production ou de consommation de toutes les époques couvertes par l'indice en assurant une synthèse des phases successives. Toutefois, elle ignore le chemin réellement suivi par le marché et laisse ainsi l'influence prépondérante aux systèmes de prix de chaque extrémité de la période : elle mesure bien, en l'isolant, la nouvelle situation des prix par rapport à l'ancienne.

Cependant, cette formule qui généralise déjà les indices classiques, se prête elle-même à une nouvelle extension. En effet, sous la forme :

$$\frac{\sum p_n p_o {}_o Q_n}{p_o \sum p_o {}_o Q_n}$$

il est clair que les facteurs :

$$p_o {}_o Q_n = p_o (q_o + q_1 + \dots + q_{n-1})$$

prendraient un caractère plus concret en écrivant :

$$p_0 q_0 + p_1 q_1 + \dots = {}_o\nu_n$$

et on aurait :

$$\frac{\sum p_n {}_o\nu_n}{p_0 \sum {}_o\nu_n}$$

Pour revenir à la forme habituelle, il est nécessaire de poser :

$${}_oK_n = \frac{1}{p_0} {}_o\nu_n = \frac{1}{p_0} \sum_0^{n-1} p_k q_k = \sum_0^{n-1} \frac{p_k}{p_0} q_k$$

car l'indice s'écrit alors :

$$\frac{\sum p_n {}_oK_n}{\sum p_0 {}_oK_n}$$

où ${}_oK_n$ apparaît comme une somme pondérée des débits au lieu que ${}_oQ_n$ est une somme simple.

Mais il est évident que l'emploi de la pondération K donne aux prix une double influence : à leur effet dans les quotients $\frac{p_n}{p_0}$ s'ajoute un effet dans les coefficients ν . Dès lors, l'indice est fonction de tous les prix précédents et on doit écrire :

$$\begin{aligned} I(Q) &= f(p_0, p_n) \\ I(K) &= f(p_0, p_1, \dots, p_{n-1}, p_n) \end{aligned}$$

La dernière forme possède donc certaines propriétés de l'indice en chaîne, mais elle répond en outre avec succès au test d'identité de Fisher, car chaque fois que les quotients $\frac{p_n}{p_0}$ ont tous même valeur, l'indice ne dépend plus des prix intermédiaires.

Toutefois, malgré l'attrait de faire apparaître des valeurs effectives dans la pondération, il ne semble pas actuellement souhaitable de recommander, en vue de la mesure d'un niveau de prix, un indice qui puisse prendre une infinité de valeurs pour des ensembles (p_0) et (p_n) donnés. On s'en tiendra donc à une moindre généralisation dans la suite et on adoptera l'indice :

$$\frac{\sum p_n {}_oQ_n}{\sum p_0 {}_oQ_n}$$

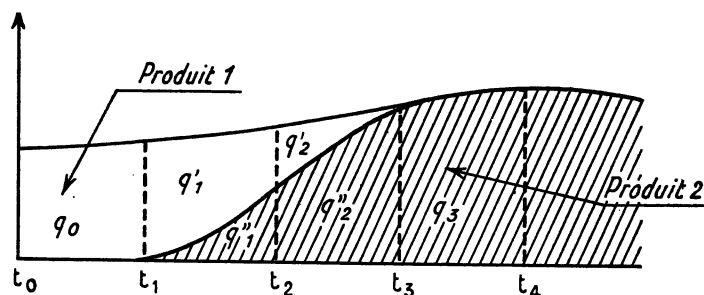
2. *Adaptation à des problèmes actuels.* — Avant de montrer par quelques exemples l'intérêt de cette conception dans le domaine des statistiques nationales et surtout dans les problèmes internationaux, il importe de souligner que la solution proposée ici est une généralisation des méthodes classiques plutôt qu'un concept nouveau qui risquerait de s'y opposer. Dans une période de stabilité économique, il est indifférent d'employer l'indice de Laspeyres, l'indice de Paasche, ou celui qui fait état de la « pondération progressive » : les premiers sont des approximations souvent suffisantes pour les besoins de la pratique.

Il n'en va pas de même lorsque de larges perturbations viennent modifier les conditions des échanges et que les q_1, q_2, \dots, q_n sont notablement différents les uns des autres. A ce moment, on ne peut hésiter sur la solution à choisir.

Or, l'époque actuelle étant pour la plupart des pays un temps de transition, il semble qu'on ait intérêt à adopter ce système de pondération. D'ailleurs, il est toujours possible d'arrêter l'addition de nouveaux débits dans le calcul annuel des poids lorsque, la stabilité étant atteinte, on ne modifie plus la pondération par la considération de nouveaux éléments.

Ce caractère de généralisation établi, il est bon de donner quelques aperçus des autres avantages qu'on peut tirer, de l'indice, même en période stable; en effet, dans de telles conditions un produit incorporé dans le calcul peut toujours passer de mode, tandis que les progrès de la technique imposent parfois de nouveaux articles. L'indice permet de résoudre ces difficultés.

La disparition et l'apparition de marchandises supposent un marché dans lequel l'élimination ou l'introduction d'un produit n'a pas d'influence directe sur les autres. Au contraire, on désignera par substitution soit l'apparition d'un



produit qui chasse peu à peu un produit concurrent, soit l'apparition d'un substitut provoquée par une disparition préalable.

Il est commode pour l'exposé d'imaginer le flux d'un produit n° 1 s'écoulant dans le temps et, peu à peu, remplacé par un produit n° 2.

On distinguera cinq époques $t_0, t_1 \dots t_4$, qui correspondent aux divers problèmes envisagés.

Les prix tels que p'_2 et p''_2 s'appliquent aux marchandises 1 et 2 au temps t_2 .

a) *Disparition de certaines marchandises.* — Lorsqu'un produit diminue progressivement d'importance, tant qu'il subsiste sur le marché, même en quantités infimes, son prix peut être relevé et la valeur correspondante ${}_0Q_n p_n$ figure dans la valeur totale prise en compte par l'indice. C'est le phénomène qui prend place entre t_2 et t_3 pour le produit n° 1. L'indice s'écrit :

$$\frac{\Sigma (q'_2 p'_3 + q''_2 p''_3)}{\Sigma (q'_2 p'_2 + q''_2 p''_2)}$$

On n'a plus à se poser le problème de la pondération de la marchandise en q_0 ou q_n : l'indice tient systématiquement compte de l'intérêt décroissant de la marchandise parmi les autres et se modèle sur les transformations économiques que les conceptions classiques déforment par une pondération annuelle. Au moment où la denrée a complètement disparu, le problème de la pondération ne se pose toujours pas, il s'agit seulement — l'obstacle est identique avec les formules habituelles — de trouver un prix convenable. On peut avoir



certaines raisons de calculer un prix fictif qui donne à cette marchandise le même prix relatif qu'à l'ensemble des autres, ou bien on peut lui attribuer la dernière cote connue ou bien on peut déduire un cours de ceux pratiqués à l'étranger, etc. Si un prix fictif ne se justifie pas, dès qu'on dépasse l'instant t_3 , la quantité $q'_3 = 0$ et le prix p'_4 n'ont plus d'existence. Le problème est dénué de signification et enlève tout intérêt au calcul de quelque indice que ce soit, fondé sur un nombre déterminé de marchandises.

b) *Apparition de certaines marchandises.* — Le phénomène se situe entre t_1 et t_2 . On a :

$$\frac{\Sigma (q'_1 p'_2 + q''_1 p''_2)}{\Sigma (q'_1 p'_1 + q''_1 p''_1)}$$

Les mêmes marques s'appliquent ici. Le calcul est mené sans difficulté chaque fois que les prix existent; toute question de pondération est éliminée et on notera que l'indice réserve systématiquement une place croissante aux produits dont l'importance relative augmente. Dans le cas où le prix de référence fait complètement défaut, le problème n'a plus de sens.

c) *Substitution de certains articles.* — Dans la mesure où on peut considérer qu'un produit en remplace un autre au sens économique du terme, tels le nylon et la soie, les boîtes de fer-blanc et les récipients de verre, le gramophone électrique et le phonographe à manivelle, le cocktail et l'apéritif, c'est-à-dire lorsque les fonctions économiques sont identiques, on peut alors parler de substitution. Dans ce cas seulement, on peut calculer un indice doué de signification; autrement, il faut se référer à l'un des deux alinéas précédents.

S'il y a vraiment substitution, rien ne s'oppose au calcul d'un quotient correct. Pour plus de clarté, éliminons toutes les marchandises qui ne sont pas intéressées par l'opération. Au cours de la substitution, dans l'intervalle (t_1 , t_2), on a :

$$\frac{(q'_1 p'_2 + q''_1 p''_2)}{(q'_1 p'_1 + q''_1 p''_1)}$$

qu'on peut écrire aussi, en multipliant et divisant par : $q'_1 + q''_1 = {}_1Q_2$.

$$\frac{\frac{q'_1 p'_2 + q''_1 p''_2}{{}_1Q_2}}{\frac{q'_1 p'_1 + q''_1 p''_1}{{}_1Q_2}}$$

Puisque, dans le cas envisagé, il s'agit de deux produits ayant même usage, on peut faire apparaître la moyenne $M(p)$ des prix, soit :

$$\frac{M(p_2) {}_1Q_2}{M(p_1) {}_1Q_2}$$

Et en passant de l'époque 0, pour laquelle $M(p_0) = p_0$, à l'époque 2, on a en définitive :

$$\frac{M(p_2) {}_0Q_2}{p_0 {}_0Q_2}$$

où la relation ${}_0Q_2 = q_0 + q'_1 + q''_1$ est justifiée, eu égard à l'équivalence des marchandises.

On notera que, en passant à l'époque n , les deux termes du quotient se rap-

portent alors à des marchandises entièrement distinctes, dont les quantités sont bloquées ensemble, au prix actuel d'une part, au prix ancien d'autre part.

$${}_oP_n = \frac{P_n \cdot {}_oQ_n}{P_o \cdot {}_oQ_n}$$

Néanmoins, on peut soutenir que le calcul demeure significatif tant qu'il y a réellement substitution, toute question de constance de satisfaction étant réservée.

d) *Marché noir. — Subventions.* — L'analogie du marché noir et des substitutions est évidente, mais il s'agit alors de produits qui se substituent à eux-mêmes avec un autre prix. Leur fonction économique est assurément la même et une solution identique peut être proposée. En pratique, dans bien des pays, l'inclusion des prix du marché noir a souvent été jugée impossible, à la fois pour des raisons techniques et pour des raisons politiques. Dans certains autres cependant, la possibilité d'un marché parallèle parfaitement légal a replacé ce problème sur le plan purement technique. C'est le cas de l'Italie qui a adopté dans son indice, la solution préconisée ici : chaque prix retenu pour l'indice est une moyenne grossièrement pondérée entre les cotes officielles et effectives. Bien entendu, l'époque de référence étant antérieure à l'apparition du double marché, le prix moyen correspondant est le prix unique coté normalement. L'indice prend la forme :

$$\frac{M (P_2) \cdot {}_oQ_2}{P_o \cdot {}_oQ_2}$$

Le cas des produits jouissant de subventions gouvernementales est identique et rien n'empêche de comparer deux prix de vente au consommateur, l'un avant l'entrée en vigueur de la politique de soutien, l'autre après l'application de cette mesure. Toutefois, il serait nécessaire de restreindre l'usage d'un tel indice aux questions intéressant les ventes et, par conséquent, de construire un second indice en vue des problèmes touchant aux coûts de revient dans lequel les subventions seraient éliminées.

Ces points ne soulèvent aucune difficulté spéciale.

3. *Servitudes des calculs pratiques.* — Il reste à examiner deux problèmes fréquemment posés au cours de l'utilisation d'indices de prix : le calcul d'une série continue homogène et le raccord statistique de deux séries.

a) *Série homogène.* — L'indice proposé ci-dessus ne comporte pas la propriété circulaire. Autrement dit, on n'a pas :

$${}_oP_n = {}_oP_k \times {}_kP_n;$$

par conséquent, on ne peut diviser l'indice de 1948 par l'indice de 1946, tous deux calculés sur l'année de base 1938, pour en déduire l'indice :

$${}_{46}P_{48}$$

On doit souligner que cette pratique, pourtant courante avec les indices habituellement calculés, n'est pas plus justifiée. En effet, quand on écrit :

$$\frac{\sum P_{48} Q_{38}}{\sum P_{46} Q_{38}} = \frac{\sum P_{48} Q_{38}}{\sum P_{38} Q_{38}} : \frac{\sum P_{46} Q_{38}}{\sum P_{38} Q_{38}}$$

on n'obtient pas, par division, un indice de même nature que les précédents; ce résultat ne serait atteint que par l'expression :

$$\frac{\sum P_{48} q_{48}}{\sum P_{46} q_{46}}$$

Le procédé des quotients est donc très généralement à proscrire.

Si l'on est cependant disposé à négliger ces sérieux inconvénients, le procédé sommaire courant est tout aussi bien applicable à la conception proposée dans cette note, et on pourrait écrire :

$$\frac{\sum_{38} Q_{48} P_{48}}{\sum_{38} Q_{48} P_{46}} = \frac{\sum_{38} Q_{48} P_{48}}{\sum_{38} Q_{48} P_{38}} : \frac{\sum_{38} Q_{48} P_{46}}{\sum_{38} Q_{48} P_{38}}$$

au lieu de :

$$\frac{\sum_{46} Q_{48} P_{48}}{\sum_{46} Q_{48} P_{46}}$$

Mais il semble préférable de recourir à une méthode plus exacte. En fait, pour toute année n , il faudrait entreprendre, que ce soit avec l'indice Laspeyres, l'indice Paasche ou l'indice ci-dessus, le calcul rétrospectif relatif à chaque année antérieure, afin de constituer une série parfaitement homogène, savoir :

$$\frac{\sum_{n-1} Q_n P_n}{\sum_{n-1} Q_n P_{n-1}} : \frac{\sum_{n-2} Q_n P_n}{\sum_{n-2} Q_n P_{n-2}}, \dots, \frac{\sum_0 Q_n P_n}{\sum_0 Q_n P_0}$$

En effet, les valeurs habituellement publiées dans le Bulletin et les Annuaire ne permettent de comparaison rigoureuse qu'entre la base et l'année courante, soit quand on possède la totalité de la série entre toute année et celle qui est prise pour origine. Tandis que par le calcul proposé on peut comparer chaque année courante à toute année antérieure; de plus, la série des publications (supposées annuelles) permet, grâce à la réversibilité des indices, d'effectuer le rapprochement de l'année de base avec toute année postérieure. Toutes les combinaisons sont satisfaites.

Pourtant, dans le cas où les variations entre les divers poids ${}_k Q_n$ et ${}_{k-1} Q_n$ sont, comme on peut s'y attendre, assez faibles, il n'est pas impossible de penser en pratique à un calcul direct tous les cinq ans, ou pour toutes les années dont le millésime se termine par 0 et 5 par exemple; les indices des années intermédiaires s'établiraient par un ajustement des données antérieures conduisant à un résultat indirect approché. On aurait ainsi un tableau analogue au suivant :

Indice 100 pour l'année 0.

Années	Calcul établi l'année n	Calcul direct l'année $n + 1$ (poids ${}_0 Q_{n+1}$)	Calcul indirect l'année $n + 1$ (interpolation)
$n + 1$. . .	—	763	
n	751	752	
$n - 1$	735		784
$n - 2$	734		782
$n - 3$	740		789
$n - 4$	731	729	.
$n - 5$	720		718
$n - 6$	702		701
.
$n - 9$	651	654

On obtient ainsi une série à peu près homogène dans laquelle les comparaisons entre années lointaines aussi bien que contiguës sont également justifiées.

b) *Raccords*. — C'est encore une question d'homogénéité que celle des raccords statistiques qui s'efforcent de prolonger une série ancienne par une série nouvelle. On procède habituellement (à l'inverse du problème précédent) au calcul d'une proportion fondée sur les valeurs des deux séries en une année commune. Il est clair que cette méthode approchée n'est pas toujours justifiée. Avant d'examiner comment on peut opérer avec les indices à pondération progressive proposés ici, observons que l'usage de tels indices limiterait considérablement le nombre des cas où un changement de série devient nécessaire puisque le vieillissement de la pondération est éliminé et qu'on peut, le plus souvent, tenir compte de l'apparition de nouveaux produits ou de la disparition de marchandises périmées. Néanmoins, cette éventualité demeure.

Soit une première série chronologique dont la dernière valeur (année n) est :

$$I_A = \frac{\Sigma Q p_n}{\Sigma Q p_o}$$

et une seconde série, dont la valeur, année r , est :

$$I_N = \frac{\Sigma' Q' p_r}{\Sigma' Q' p_n}$$

Σ' s'applique à un autre lot de marchandises et Q' s'applique, entre n et r , à ce nouvel échantillon. On a en vue le calcul de :

$$\frac{\Sigma' (Q' + Q) p_r}{\Sigma' (Q' + Q) p_o}$$

Le passage de la première à la dernière formule peut suivre le cheminement suivant, à l'aide de coefficients de correction a, b, \dots :

$$\begin{aligned} \frac{\Sigma Q p_n}{E Q p_o} \times a &= \frac{E' Q p_n}{E Q p_o} \\ \frac{\Sigma' Q p_n}{\Sigma' Q p_o} \times b &= \frac{\Sigma' Q p_r}{\Sigma' Q p_o} \\ \frac{\Sigma' Q p_r}{\Sigma' Q p_o} \times c &= \frac{\Sigma' Q' p_r}{\Sigma' Q' p_o} \\ \frac{\Sigma' Q' p_r}{\Sigma' Q' p_o} \times d &= \frac{\Sigma' (Q' + Q) p_r}{\Sigma' (Q' + Q) p_o}; \end{aligned}$$

observons que :

$$\frac{\Sigma' Q' p_r}{\Sigma' Q' p_o} \times e = \frac{\Sigma' Q' p_r}{\Sigma' Q' p_n}$$

On a :

$$I_A \times a, b, c, e = I_N$$

et la valeur cherchée R est :

$$R = I_A \times a, b, c, d = I_N \times \frac{d}{e}$$

alors qu'on calcule habituellement le produit.

$$R' = I_A \times I_N$$

Dans le cas général ce procédé se trouve justifié sous deux conditions :

- 1) a voisin de 1,
- 2) c, d , voisins de 1.

En effet, on a bien alors une approximation de R par :

$$R' = I_A \times b = I_A \times \frac{\sum' Q p_r}{\sum' Q p_n} = I_A \times \frac{\sum' Q' p_r}{\sum' Q' p_n} = I_A \times I_N.$$

En second lieu, dans le cas particulier où l'intervalle (n, r) est court par rapport à (o, n) , les quantités Q' sont faibles par rapport à Q ou à $Q' + Q$ et alors :

$$d = \frac{\sum' \left(\frac{Q'}{Q} + 1 \right) Q p_r}{\sum' \left(\frac{Q'}{Q} + 1 \right) Q p_o} \times \frac{\sum' Q' p_o}{\sum' Q' p_r}$$

est voisin de :

$$\frac{\sum' Q p_r}{\sum' Q p_o} \times \frac{\sum' Q' p_o}{\sum' Q' p_r}$$

de sorte qu'on a une approximation de R par :

$$R'' = \frac{I_N}{e} \times d = \frac{\sum' Q' p_r}{\sum' Q' p_o} \times \frac{\sum' Q p_r}{\sum' Q p_o} \times \frac{\sum' Q' p_o}{\sum' Q' p_r} = \frac{\sum' Q p_r}{\sum' Q p_o}$$

c'est-à-dire par un indice admettant la nouvelle composition mais les anciens poids.

Ce calcul met en lumière les conditions sous lesquelles le procédé habituel de raccord est acceptable, savoir :

1^o Le changement de la composition de l'indice ne modifie pas notablement la valeur finale de la série primitive (année n);

2^o La pondération de la nouvelle série pour une année donnée (r) est très sensiblement proportionnelle à la pondération de la série ancienne pour l'année finale (n).

Or, il convient de noter que c'est précisément lorsque ces deux conditions ne sont pas réalisées qu'on cherche à établir une nouvelle série. On peut donc en déduire qu'un raccord par règle proportionnelle est rarement justifié. Pour obtenir un résultat se référant à l'ancienne base, il semble préférable *dans les premières périodes* de la nouvelle série, de calculer directement un indice selon la nouvelle composition mais avec des poids correspondant à la période ancienne. Ce procédé est avantageux et rapide, car il conserve des poids fixes pendant quelque temps et il est précisément valable au moment où le raccord est le plus nécessaire. Lorsqu'on s'éloigne de la nouvelle époque de référence, il devient indispensable de faire, par exemple tous les cinq ans, un calcul rigoureux sur l'ancienne base.

B — INDICES DES DÉPENSES

Des poids identiques placés aux deux termes d'un indice s'adaptent mal à l'étude des budgets familiaux, comme un exemple l'a déjà montré. Aussi l'indice de niveau doit-il coexister avec un indice de dépenses, particulièrement utile dans les questions relatives au coût de la vie et au pouvoir d'achat.

C'est par une exagération de la fluctuation des quantités qu'on a mis en lumière un moyen propre à surmonter les difficultés soulevées par les formules classiques appliquées à la mesure des niveaux de prix. On répétera ce procédé en ce qui concerne l'estimation du coût de la vie et, au lieu de s'appliquer à une étude des dépenses familiales dans un même pays, on considérera d'emblée le problème des comparaisons internationales où les obstacles, largement amplifiés, se dessineront avec plus de clarté.

1. *Niveaux de vie.* — Aussi proposons-nous d'estimer le niveau de vie comparé des ouvriers italiens et français. Sous cette forme, le problème n'est pas encore déterminé car on peut imaginer qu'il s'agit d'apprécier soit les conditions de l'immigration italienne en France, soit les conditions de vie dans chaque pays sans supposer un échange de population.

Ne rejetons aucune de ces hypothèses et examinons tout d'abord le cas de l'Italien séjournant en France, l'immigration étant réalisée. Tous les prix s'expriment en francs et le rapport des niveaux de vie dépend uniquement des différences de consommation; si on admet qu'un exilé conserve les coutumes de son pays d'origine, la donnée des prix français et des consommations moyennes en France et en Italie permet le calcul. L'indice obtenu, comparant des débits à des prix constants, donne la mesure cherchée. Si, au contraire, il s'était agi d'apprécier les possibilités d'attrait de la migration, il aurait fallu rapprocher les niveaux de vie de l'Italien, respectivement dans son pays et en France; pour un taux de change donné, on aurait calculé un quotient à débits constants des dépenses en francs et en liras converties. Cette fois, le rapport devenait un indice de prix.

Enfin, l'éventualité d'un transfert de population étant exclue, il reste à examiner la situation de chaque individu dans son pays. Prix et quantités sont différents. La « méthode croisée », vraisemblablement inspirée par les travaux de Fisher, est généralement proposée dans ce cas; mais on admettra qu'elle est d'une interprétation concrète difficile : l'artifice mathématique fait illusion sur la véritable signification de la formule. Or, il est possible de supposer une voie fictive qui mène du coût de la vie en France au coût de la vie en Italie, précisément par l'intermédiaire des deux exemples précédents : un Italien vient en France sans changer ses consommations, puis il adopte les habitudes françaises. La synthèse peut en être réalisée par un indice de dépenses semblable à celui déjà proposé au chapitre I, sous le nom d'indice de valeurs. Cet indice, à répartitions budgétaires indépendantes, s'adapte, sans aucun doute, aux termes mêmes dans lesquels le problème est énoncé. Mais, affranchi du cadre rigide de la pondération commune, on ne peut espérer garder une liberté totale qui ne conserverait au quotient des dépenses que la valeur d'une simple division. Il faut rechercher, à la place des poids identiques au numérateur et au dénominateur, un nouvel invariant.

2. *Recherche d'un invariant.* — La théorie économétrique des choix conduit à proposer un indice fonctionnel de prix ayant la même forme que celui-ci et elle fait appel à une égalité de satisfaction entre les deux termes. Cette égalité parfaitement définie en théorie, ne peut être atteinte que par des procédés approximatifs en pratique. Bien que la voie suivie ici soit indépendante de toute théorie économique et qu'on ne songe pas à mesurer des niveaux de prix, mais

à estimer les coûts de la vie, la difficulté rencontrée dans l'application est identique; si le chapitre précédent avait surtout soulevé les obstacles conceptuels, on se trouve dans ce second chapitre principalement en butte à des obstacles pratiques. Pour les surmonter, on ne peut proposer qu'un certain nombre de règles afin de limiter l'arbitraire d'un nombre immense de possibilités. La « satisfaction » étant difficile à atteindre, il est probablement plus efficace de s'en référer à d'autres caractères qui, sans se substituer à celui-ci, sont mieux adaptés à certains problèmes.

En particulier, il peut être très instructif de comparer les dépenses correspondant au budget d'une famille moyenne de chaque pays. L'égalité de satisfaction est alors abandonnée, mais on peut parvenir à une comparaison des niveaux de vie par ce moyen, si on dispose d'une parité correcte des monnaies. A l'inverse, on peut admettre *a priori* que le niveau moyen de vie dans deux pays donnés est identique et en tirer une parité des monnaies, fondée sur ces consommations moyennes. Bien entendu, la parité sera différente de celle que calculent les financiers ou les exportateurs-importateurs : pour les premiers jouent la spéculation des cambistes, les effets psychologiques de la conjoncture internationale, la balance des comptes avec l'étranger, etc. tandis que les seconds s'intéressent plutôt aux cours des marchandises qu'ils peuvent échanger, chacun dans le domaine de sa spécialité.

Dans d'autres cas, on préférera comparer deux situations parfaitement définies de part et d'autre de la frontière, sans égard à la moyenne de chaque nation. Ainsi, on s'efforcera de rapprocher le budget de deux maçons mariés, ayant deux enfants à charge et vivant dans de petites localités ou bien on considérera le budget de deux fonctionnaires de position hiérarchique identique. Le taux de conversion monétaire déduit de la considération des « familles moyennes » permet alors d'apprécier la position relative des ouvriers ou fonctionnaires intéressés, en accordant l'équivalence aux situations moyennes des deux pays. L'emploi d'un autre taux, celui des financiers par exemple, signifierait que l'un des deux intéressés passe la frontière mais continue à vivre strictement comme autrefois, recevant de son pays d'origine toutes les denrées dont il a besoin et les payant, franchises de port, au cours du change indiqué; de même, il ne s'adresserait pour le loyer et les services, qu'à des compatriotes opérant au tarif de leur pays d'origine et acceptant la monnaie convertie comme ci-dessus. Mais il ne saurait être question d'examiner tous les cas possibles. Pour chacun, on trouverait une interprétation similaire, la seule qui convienne à un énoncé donné. Inversement, à tout problème clairement et complètement posé correspond vraisemblablement une solution, praticable ou non.

3. *Substitutions.* — On examinera tout spécialement la situation de l'individu transplanté qui, avec un salaire donné, s'adapte plus ou moins à de nouvelles conditions de vie. Est-il plus avantageux qu'en restant dans son pays? A supposer que les prix des articles de même qualité puissent être aisément relevés dans les deux résidences, il reste à ménager les adaptations inévitables dans la nouvelle répartition budgétaire. Il ne s'agit d'ailleurs pas là d'une nouveauté, puisqu'on y a parfois recouru dans les formules classiques et la Hongrie en a donné l'exemple encore récemment dans son indice du coût de la vie.

On peut être assuré qu'au nouveau domicile de l'exilé, tout produit plus

cher qu'un produit identique originaire de la première contrée de résidence sera délaissé et même le consommateur consentira souvent une perte, à condition qu'elle ne soit pas trop élevée; en outre, les substitutions ne pourront généralement porter que sur des denrées ou services groupés sous le même chapitre budgétaire. Eu égard à ces principes qui tiennent compte de l'inertie opposée par la coutume à toute modification brusque et de l'élasticité des biens, on propose les règles suivantes :

1° On n'admettra que des substitutions internes dans chacun des chapitres : alimentation, habillement, loyer, divers;

2° Les substitutions s'inspireront de la comparaison avec les dépenses familiales d'un indigène de même condition sociale;

3° Des substitutions seront en général proposées si, pour une marchandise déterminée, le prix relatif dépasse de 50 % ou 100 % l'indice général du groupe; la dispersion des différents prix relatifs fixera le choix entre 50 % ou 100 %.

En pratique, ces suggestions peuvent jouer selon les modalités ci-après. Soient trois produits (n^{os} 1, 2 et 3) dans les pays A et B; les données se présentent comme ci-dessous :

Marchandises	Pays A		Pays B		
	Prix	Débits	Prix	Débits	
				de l'exilé	de l'indigène
N ^o 1	p'_A	q'_A	p'_B	q'_B	Q'_B
N ^o 2	p''_A	q''_A	p''_B	q''_B	Q''_B
N ^o 3	—	—	p'''_B	q'''_B	Q'''_B

Les quantités q'_B , q''_B , q'''_B , sont celles du budget (à déterminer) de la personne transplantée; on suppose que p'_B est très élevé et Q'_B (des indigènes) faible.

1. Le produit n^o 1 n'a pas de substitut; s'il est de première nécessité, il faut prendre :

$$q'_B = q'_A$$

- s'il n'est pas de première nécessité :

$$q'_B = 0.$$

2. Le produit 1 admet le produit 2 comme substitut; on prendra :

$$Q'_B + q''_B = q'_A + q''_A,$$

qui déterminent q''_B .

3. Le produit 1 n'a pas d'utilité en B :

$$q'_B = 0.$$

4. Le produit 3, qui n'existe pas en A, est indispensable en B :

$$q'''_B = Q'''_B$$

5. Le produit 3, qui n'existe pas en A, n'est pas indispensable en B :

$$q'''_B = 0.$$

L'inverse des cas 4 et 5 n'est pas envisagé ici car l'importation est toujours possible et on reviendrait au cas 1.

On doit noter que cet essai de codification des possibilités de substitutions ne

résout pas entièrement la difficulté; il canalise et réduit seulement l'arbitraire. En outre, les règles proposées ne sont pas dictées par le souci de parer aux erreurs de relevés, mais elles impliquent qu'une dépense exagérée pour un produit pousse à la substitution chaque fois qu'elle est possible.

4. *Marchandises saisonnières.* — Le calculateur est souvent arrêté dans son entreprise par les difficultés inhérentes aux fruits et légumes, marchandises de caractère essentiellement saisonnier. S'il s'agit d'une mesure annuelle, il n'y a vraiment, dans un *indice de dépenses*, aucun obstacle à compter les fraises ou les épinards pour le poids qu'ils ont réellement dans l'ensemble. S'il s'agit d'un indice mensuel, il est évident que, durant un mois donné, on ne comptera que les fruits de saison. On ne peut envisager de rapporter cette dépense à une moyenne mensuelle calculée sur l'année de base entière : cela reviendrait à compter en décembre une fraction du prix d'achat des fruits d'été. Il paraît beaucoup plus sage de se référer pour chaque mois courant au même mois de l'époque de base, de telle sorte que la nature des dépenses soit à peu près semblable dans les deux termes du quotient. On néglige bien ainsi le léger décalage des saisons d'une année à l'autre, mais on se ménage cependant une comparaison de meilleure qualité, en accord avec le caractère mensuel de l'indice.

5. *Pratique des calculs.* — Il n'est pas sans intérêt d'examiner maintenant quelques conséquences des conceptions proposées et, en particulier, d'étudier comment niveau de prix et dépenses réagissent l'un sur l'autre. En second lieu, on s'efforcera d'indiquer la méthode pratique la plus sûre pour le calcul de l'indice.

a) *Ancien et nouveau budget.* — L'indice de dépenses proposé s'écrit ainsi :

$$D = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \sum \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \sum \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} k$$

où k représente la part de chaque marchandise dans le budget d'origine. On met ainsi en relief les modifications de dépenses dues respectivement aux prix et aux quantités. On a évidemment :

$$\sum k = 1$$

En séparant les dépenses selon quelques grands postes budgétaires, on écrit :

$$D = \frac{\sum p_1 q_1}{A} \alpha + \frac{\sum p_1 q_1}{B} \beta + \sum_c \dots$$

où A, B, C expriment l'alimentation, l'habillement, le loyer, etc., pour lesquels la série de coefficients détaillés est représentée respectivement par α , β , γ etc. Si on admet qu'à l'intérieur de chacune de ces subdivisions les prix relatifs ne sont pas trop dispersés, c'est-à-dire que,

$$\text{pour A : } \frac{p_1}{p_0} \propto P_A$$

$$\text{pour B : } \frac{p_1}{p_0} \propto P_B$$

on peut alors écrire :

$$D = P_A \frac{\sum q_1}{A} \alpha + P_B \frac{\sum q_1}{B} \beta + P_C \sum \dots$$

Dans un secteur,
s'il n'y a pas eu de substitution ni de distorsion,
ou bien si on manque d'information sur q_1 ,
on peut alors poser :

$$\frac{q_1}{q_0} = 1$$

soit pour A :

$$D = a P_A + P_B \frac{\sum q_1}{B q_0} \beta + P_C \sum \dots$$

avec :

$$a = \sum \alpha = \frac{\sum p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$$

Lorsque cette hypothèse, implicitement admise par l'expression de D selon une formule de Laspeyres, n'est pas vérifiée on peut néanmoins calculer :

$$a = \frac{\sum q_1}{A q_0} \alpha, b = \dots$$

et il vient alors :

$$D = a P_A + b P_B + \dots$$

où $a P_A, b P_B, \dots$, constituent les nouveaux postes budgétaires dont la répartition est donc :

$$\frac{a P_A}{D}, \frac{b P_B}{D}$$

Il est alors possible de comparer la répartition budgétaire déduite de l'application de cette formule avec les renseignements directs donnant les budgets familiaux. Inversement, on peut déduire de ces éléments les indices de prix correspondants et recouper l'un par l'autre les résultats d'enquêtes sur les prix et les budgets.

b) *Erreurs.* — En raison de la décomposition précédente, deux méthodes peuvent être suivies pour le calcul de l'indice :

$$D_1 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$$

ou :

$$D_2 = a P_A + b P_B + \dots$$

Il est utile de connaître celle qui entraîne la moindre erreur sur le résultat définitif.

On supposera que l'erreur relative sur chaque p_1 et chaque p_0 est égale à e .

Dans le calcul direct, l'erreur sur le numérateur est la moyenne des erreurs sur chaque terme, soit :

$$E(p_1 q_1)$$

En admettant que l'erreur sur q_1 est également e et que q_0 est une quantité donnée, on a :

$$A(D_1) = E(p_1 q_1) + E(p_0 q_0) = e + e + e + 0 = 3e$$

dans les conditions les plus favorables.

Dans le calcul indirect, si les erreurs relatives de chaque terme sont du même ordre :

$$E (D_2) = E (aP_A) = E (a) + (P_A)$$

On doit prendre $E (a) = 0$ car a est donné directement, en dehors des présents relevés de prix; d'autre part :

$$E (P_A) = \frac{1}{\sqrt{n}} 2 e$$

si n , nombre des articles compris dans A , est assez grand. Mais il faut faire une mention spéciale pour le loyer sur lequel l'erreur est généralement plus élevée, à cause de la difficulté des comparaisons dans le confort, la surface, les dépendances, l'équipement, les circonstances locales. Quelles que soient les précautions prises dans ce domaine, il n'est pas absurde d'admettre sur le loyer dans chaque résidence, une erreur de l'ordre de $2e$.

Alors, l'erreur totale $E (D_2)$ est une moyenne entre celle des termes tels que $a P_A$ et le loyer.

En pratique, ces termes sont au nombre de 3 et si on suppose $n = 36$, on a :

$$E (D_2) = \frac{3}{4} 3 \frac{2e}{\sqrt{36}} + \frac{1}{4} 4e = 1,75 e ;$$

sans le loyer, on aurait seulement :

$$E' (D_2) = e$$

Ce calcul très grossier conduit à deux conclusions :

1° L'intervention du loyer est une cause majeure de l'imprécision des résultats;

2° $E (D)$ compté au minimum étant supérieur à $E (D_2)$ compté au maximum, il en résulte que le calcul pratique doit emprunter le second procédé d'estimation. Si sur chaque prix l'erreur est de 10 %, le résultat peut, cependant, être entaché d'une erreur de 17,5 %, en plus ou en moins.

C — LIAISON ENTRE LES DEUX CATÉGORIES D'INDICES

Ces considérations touchent seulement aux indices de prix. Elles sont également utiles dans des domaines connexes et il n'est pas douteux qu'on puisse en tirer profit dans diverses questions.

1. *Commerce extérieur.* — Examinons d'abord les statistiques du commerce extérieur où les prix jouent un grand rôle. Un indice des prix peut être calculé selon les principes déjà exposés. Il reste à établir un « indice du volume ou du quantum ». Rappelons qu'il s'agit plutôt, à proprement parler, d'un indice du débit du commerce, étant entendu que le débit est une quantité mesurée pendant l'unité du temps. L'étroite dépendance des quantités et du temps conduit à utiliser au maximum cette liaison en rapportant un débit instantané à un débit moyen résultant des observations faites sur une période assez longue. Avec les notations habituelles, on peut proposer le débit relatif :

$${}_oD_n = \frac{\sum q_n p_n}{\frac{1}{n} \sum_o Q_n p_n}$$

qui, utilisant la pondération des prix p_n , rapporte les débits q_n au débit moyen $\frac{1}{n} {}_oQ_n$ de la période (o, n) . Ainsi, on élimine les fluctuations possibles des q_o, q_1, \dots, q_n et on facilite l'appréciation à porter sur q_n en se fondant sur une longue période antérieure. D'ailleurs, le facteur $\frac{1}{n}$ peut être remplacé par toute autre fonction de n , plus appropriée à l'évolution particulière de l'économie étudiée et tenant compte de la tendance antérieure, par exemple une progression arithmétique ou géométrique, une oscillation cyclique, etc.

De plus, la comparaison envers les débits extrêmes de la période d'observation reste parfaitement significative et traduit bien l'idée recherchée par un indice du quantum (C). On a donc, par définition :

$${}_oC_n = \frac{{}_oD_n}{{}_nD_o}$$

Cette proposition présente encore l'avantage de faire apparaître entre les indices du quantum (C), des prix (P), et des valeurs annuelles (V), la relation attendue :

$${}_oC_n \times {}_oP_n = {}_oV_n$$

Cette équation est vérifiée quelle que soit la fonction choisie pour n en vue d'analyser l'évolution durant la période (o, n) . En outre, elle ne présente plus l'anomalie de calculer les indices C et P à partir de pondérations différentes. En effet, dans la conception courante on avait :

$$\frac{\sum q_n p_n}{\sum q_n p_o} \times \frac{\sum q_n p_o}{\sum q_o p_o} = \frac{\sum q_n p_n}{\sum q_o p_o},$$

où les formules de Paasche et de Laspeyres sont simultanément en usage. Cette dualité n'est résolue que dans le cas particulier où tous les q_n sont proportionnels aux q_o . Au contraire, l'asymétrie disparaît par l'emploi des quantités totales ${}_oQ_n$, dans ${}_oC_n$ et ${}_oP_n$.

2. *Revenu national*. — Il y a un certain parallélisme entre l'étude du revenu national (toute difficulté d'estimation mise à part) et celle du commerce extérieur telles qu'elles sont pratiquées aujourd'hui. En effet, si dans la seconde on s'efforce de distinguer l'évolution des prix et l'évolution des quantités qui interfèrent dans l'évolution des valeurs, de même les recherches sur le revenu national profiteraient également de l'établissement d'un indice correct des prix en vue de parvenir à l'estimation de revenus débarrassés des influences monétaires, ou, en d'autres termes, de revenus réels ou du quantum des revenus.

Dans le « *National Income and expenditure of the United Kingdom, 1946 to 1948* », on souligne fortement (page 30) que l'expression :

$$\frac{\sum p_{38} q_{48}}{\sum p_{38} q_{38}}$$

est impropre au calcul d'un indice du quantum des revenus :

« Si la valeur totale en 1948 surpasse celle de 1938, ce fait ne signifie pas en lui-même que les consommations soient revenues en 1948 à leur niveau d'avant guerre. Il signifie simplement que l'ensemble particulier de biens ou services réellement achetés en 1948 aurait, s'il avait été acheté en 1938, coûté davan-

tage que l'ensemble de biens et services sur lesquels les consommateurs ont véritablement porté leur préférence cette année-là. »

En effet, des produits nouveaux (ou de remplacement), dont l'importance est devenue considérable, pouvaient être très chers en 1938 et l'indice en subit une distorsion appréciable. Il est donc préférable de substituer à cet indice l'expression suggérée ci-dessus :

$${}_{38}C_{48} = \frac{\sum p_{48} q_{48}}{\sum p_{38} q_{38}} : \frac{\sum {}_{38}Q_{48} p_{48}}{\sum {}_{38}Q_{48} p_{38}}$$

car les inconvénients signalés dans la publication anglaise ne jouent pas dans $p_{48} q_{48}$; ils sont très atténués dans ${}_{38}Q_{48} p_{48}$ et ${}_{38}Q_{48} p_{38}$ et, de plus, ils sont compensés par le quotient de ces deux derniers ensembles. Si on était passé par l'intermédiaire d'un indice de prix pour estimer le quantum du revenu national, les mêmes critiques seraient encore justifiées.

3. *Production.* — On imagine aisément par ailleurs que la solution des problèmes posés par l'estimation de la production industrielle s'appuie sur les principes précédents : il est facile d'obtenir la valeur de la production, particulièrement la valeur brute; si on dispose de plus d'un indice correct des prix dans chacune des branches étudiées, on a un indice des débits qui traduit bien l'idée de volume de la production rapporté à un volume de référence. On peut en déduire le débit relatif, plus significatif encore.

Rien n'empêche de franchir définitivement le cadre des prix et, partant par exemple du volume de la production, d'utiliser un indice de l'emploi fondé sur les mêmes caractéristiques que les débits relatifs pour arriver à une évaluation de la productivité.

4. *Indices de niveau et de dépense.* — Le champ d'application des diverses expressions définies ici paraît ainsi très vaste et l'extension de leur emploi donnerait de la cohérence aux baromètres économiques en favorisant la construction d'un système logique aux divers échelons duquel on retrouverait la relation synthétique :

$$\text{quantum} \times \text{prix} = \text{valeur}$$

(ou une équivalente) définissant les liens entre les deux catégories d'indices spécialement utiles à l'étude des prix. Ainsi se trouve confirmée, entre autres, la possibilité de coexistence d'un indice de prix de détail et d'un indice du coût de la vie qu'on rencontre simultanément dans un petit nombre de pays.

En raison même de l'agrément de cette synthèse, il paraît nécessaire de souligner une dernière fois la différence essentielle entre indice de niveaux et indice de valeurs ou de dépenses : le premier est seulement applicable à des comparaisons temporelles tandis que le second est aussi bien valable dans les rapprochements entre deux époques qu'entre deux contrées. En effet, l'indice de niveaux utilisé entre deux pays implique la simultanéité des observations : si cette simultanéité ne dure qu'un instant, elle est compatible avec la notion de prix, mais elle supprime la possibilité d'atteindre la pondération; si elle dure pendant un certain temps, le prix, variable instantanée, disparaît et on rejoint alors l'indice de valeurs. Par conséquent, qu'il s'agisse d'une tentative de mesure des niveaux de prix d'après les seuls échanges mutuels de deux pays ou d'après le

commerce interne de chacun d'eux, cet essai méconnaît la dualité de nature des quantités et des prix. Au contraire, l'indice des dépenses, qui met en jeu une période de temps, peut fort bien comparer deux situations à partir du même instant (analyse spatiale) ou en deux époques différentes (analyse temporelle).

Si donc on a essayé de réduire la multiplicité des indices utilisables dans les questions de prix à deux types très nettement caractérisés, on a en même temps restreint le champ d'application du plus maniable d'entre eux, celui qui vise les niveaux. La tâche du calculateur n'en reste que plus ardue avec le second et il semble que des recherches plus approfondies seraient bien accueillies si elles s'efforçaient de clarifier les concepts impliqués par les indices de dépenses de telle sorte qu'une méthode de calcul aisée puisse être mise en lumière. On parviendrait alors à rendre plus adéquats à leurs objets toute une classe d'instruments de mesure économique.

G. DŪON.