

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

J. D'HARCOURT

## Méthodes d'études économiques employées dans l'industrie électrique

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 79 (1938), p. 5-22

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1938\\_\\_79\\_5\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1938__79_5_0)

© Société de statistique de Paris, 1938, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

III

## MÉTHODES D'ÉTUDES ÉCONOMIQUES

### EMPLOYÉES DANS L'INDUSTRIE ÉLECTRIQUE

---

Le problème économique essentiel de l'industrie électrique, comme de toutes les autres industries est celui du prix de revient. On retrouve dans l'étude du prix de revient de l'énergie électrique les mêmes principes généraux qui sont appliqués ailleurs, mais on peut ici leur donner une forme quantitative qui n'est pas, en général, aussi marquée dans les autres genres de production.

A vrai dire, il n'y a pas de différence essentielle qui sépare l'énergie électrique des autres marchandises. L'industrie électrique fabrique des kilowatts-heures (ou, en abrégé, kWhs), de même qu'ailleurs on produit des automobiles ou des machines à coudre. Seulement, le vocabulaire est un peu différent. Par exemple, la *cadence* à laquelle Renault ou Citroën produisent des automobiles s'exprime en nombre de voitures par mois : on dira que telle usine produit 10.000 voitures par mois. Dans l'industrie électrique où l'on est renseigné heure par heure et même minute par minute sur la production, on exprime la cadence de la production en kWhs par heure : c'est là ce qu'on appelle la *puissance* moyenne pendant cette heure, que l'on exprime en kilowatts (ou en abrégé kW). Définir ainsi les kW par un nombre de kWhs par heure n'est pas très orthodoxe au point de vue de l'électricité scientifique, mais c'est de l'économie que nous faisons ici et non de la physique, et nous pensons avoir le droit de définir la cadence de production comme étant le nombre d'objets produits pendant l'unité de temps.

Il y a un autre élément qui intervient dans les études économiques, que ce soit dans l'électricité ou ailleurs, c'est la cadence *maximum* de production dont est susceptible une installation ou une usine donnée. Pour reprendre l'exemple que j'avais indiqué tout à l'heure, on peut dire par exemple que telle usine produit 10.000 voitures pendant un mois donné, mais que l'outillage installé permettrait d'en produire 50 % de plus, soit 15.000 par mois. De même, dans une usine de production d'électricité, la puissance moyenne pendant une heure donnée peut être de 100.000 kW. (c'est-à-dire 100.000 kWhs par heure, comme nous l'avons dit), mais la puissance installée sera par exemple de 200.000 kW. Cela veut dire que l'usine est susceptible d'une cadence de production double de celle qui a été effectivement maintenue pendant l'heure considérée.

On voit donc la signification d'expressions qui peuvent paraître techniques, mais qui ne sont que le vocabulaire économique — un peu spécial — à la vérité, de l'industrie électrique. Nous avons l'*énergie*, exprimée en kWhs, qui mesure le tonnage, si l'on peut dire, de la marchandise immatérielle, mais cependant réelle, qui est l'objet de notre industrie; nous avons ensuite la *puissance*,

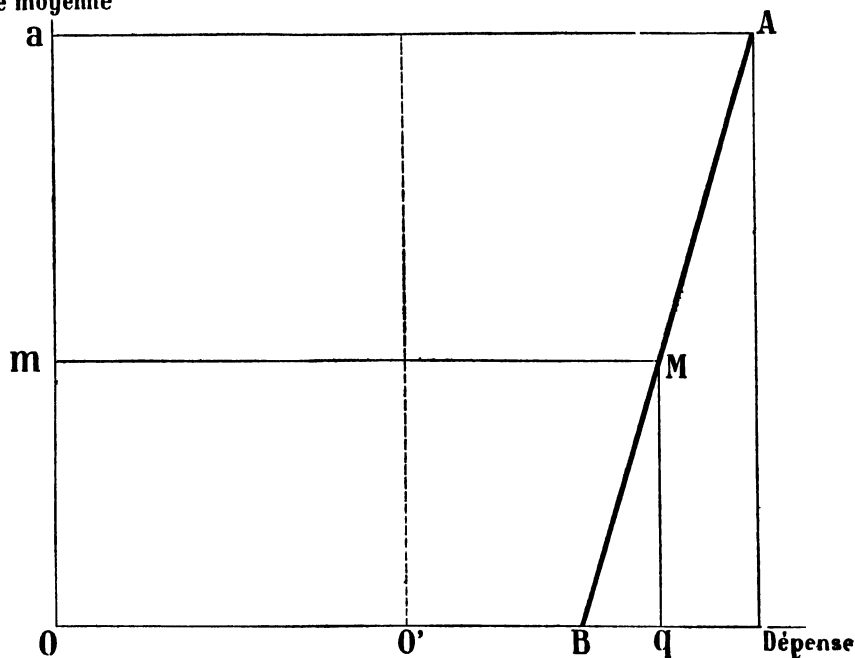
exprimée en kW, qui représente la cadence de production à un instant donné; nous avons enfin la *puissance installée*, qui représente la cadence maximum de production dont est susceptible l'installation considérée. Cette dernière grandeur caractérise l'installation elle-même : si l'on se promène, par exemple, dans une centrale électrique, on lit sur les plaques des machines leurs puissances maxima exprimées en kW; il n'y a qu'à faire le total de ces nombres pour obtenir, théoriquement du moins, la puissance installée de l'usine.

Il reste à introduire une autre notion, qui est classique dans l'industrie électrique, et qui mériterait, je crois, de l'être ailleurs, c'est celle d'*utilisation*. Nous allons définir cette notion et montrer que pour n'être pas employée dans les autres industries, elle n'en a pas moins une très grande utilité pour ceux qui veulent étudier de près comment est fait un prix de revient. Voici comment elle s'introduit : Les frais de la production sont faits de deux parts, l'une qui est directement proportionnelle à la quantité de marchandise produite; l'autre, qui est un terme fixe ne dépendant pas de la production, et qu'on désigne sous le nom de frais généraux. Dans ces conditions, le prix unitaire est la somme de deux termes : le premier est un terme constant, auquel on a donné le nom de prix partiel, le second s'obtient en répartissant les frais généraux sur le nombre total des objets fabriqués. Si une firme quelconque construit 100.000 automobiles par an et que les frais généraux s'élèvent à 200 millions de francs par an, le prix de chaque automobile sera grevé de  $\frac{300.000.000}{100.000} = 3.000$  francs en plus de la dépense de matières et de main-d'œuvre incorporée à chaque voiture, qui constitue le prix partiel. Le même calcul peut se faire dans l'industrie électrique, mais avec cette remarque, que les frais fixes y sont particulièrement élevés, par rapport aux frais proportionnels. Ils se composent des charges financières, impôts, assurances et de la main-d'œuvre; il ne reste donc pour le prix partiel que la dépense du charbon quand il s'agit d'une usine thermique, et de pratiquement rien du tout quand il s'agit d'usines hydrauliques. Dans le kWh. que vous payez 1 fr. 65 à la C. P. D. E., le prix partiel ne figure que pour moins de 10 centimes, le reste est dû aux frais fixes. Il est à remarquer que la disparition à peu près complète du prix partiel dans la production hydraulique — qui a donné lieu au préjugé courant que l'énergie hydraulique est moins coûteuse que l'énergie thermique — est compensée par l'importance plus grande des frais fixes de la production hydraulique, en sorte que les prix de revient sont absolument comparables.

Le montant des frais fixes dépend en général de la puissance installée; il est évident que pour une usine dont la puissance installée est de 100.000 kW, il faudra environ le double de capitaux, de personnel, d'impôts, etc... correspondant à une installation de 50.000 kW. On le rapporte donc généralement à la puissance installée et l'on dira par exemple, qu'il y a dans une entreprise donnée, 2.000 francs de charge annuelle par kW installé. Dans quelle mesure cet élément interviendra-t-il dans le prix du kWh? Cela dépend évidemment du nombre de kWhs que produit un kilowatt de machine. S'il en produit 1.000, on voit que les 2.000 francs de charge annuelle se répartissent sur 1.000 unités, soit 2 francs par kWh, à ajouter au prix partiel; si celui-ci est de 0 fr. 10, le prix total sera donc de 2 fr. 10. S'il y a 2.000 kWhs produits par kW installé, la majoration

ne sera plus que de 1 franc et s'il y en a 4.000, elle ne sera plus que de 0 fr. 50, de sorte que le prix total sera 1 fr. 10 dans le premier cas et 0 fr. 60 dans le

Puissance moyenne  
horaire



Produit fabriqué pendant l'unité  
de temps

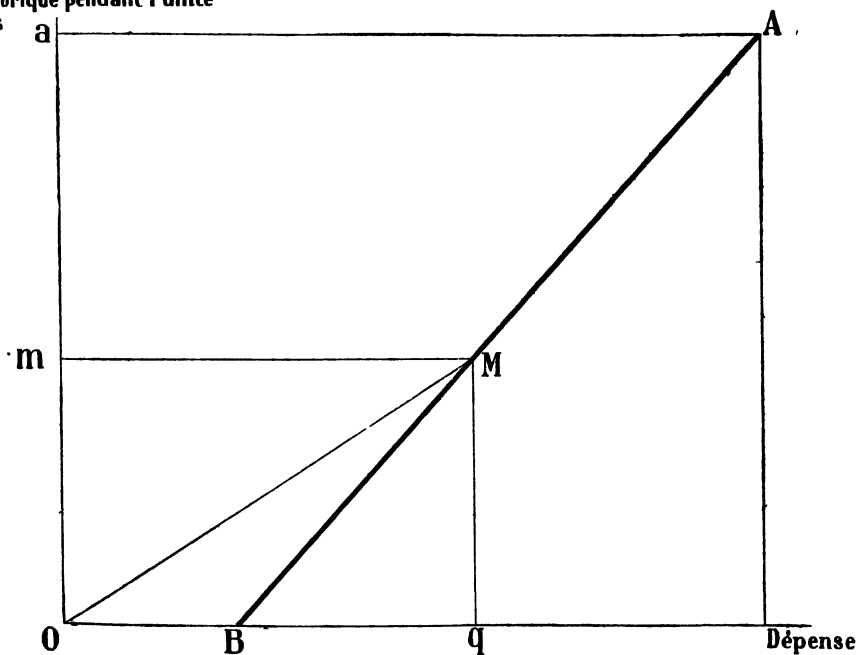


Fig. 1

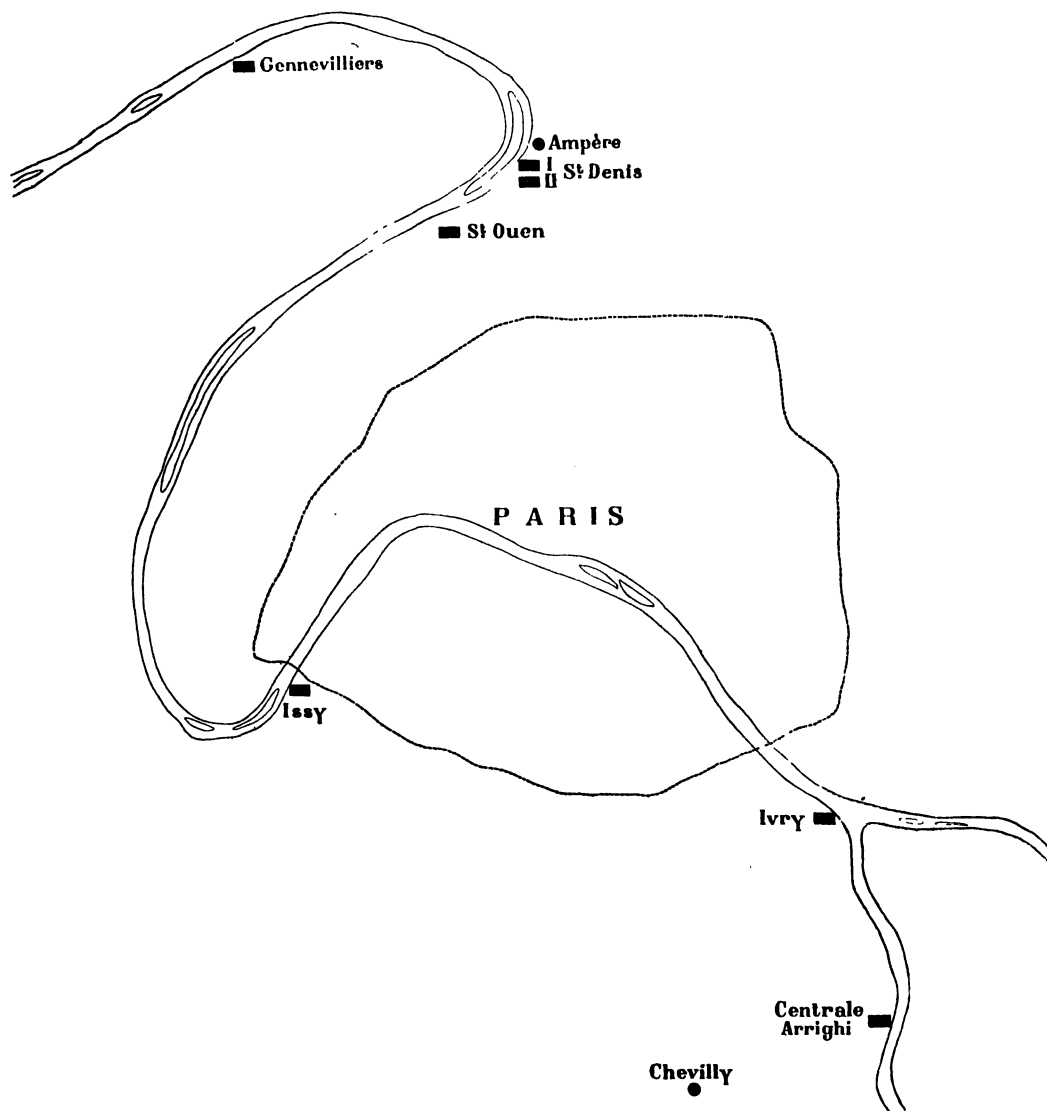
second. On voit donc que le prix unitaire dépend essentiellement du nombre de kWhs produit par kW installé et que plus ce chiffre est élevé, plus le prix de revient du kWh est faible. Ceci montre bien l'intérêt qui s'attache à ce chiffre,

auquel on a donné le nom d'*utilisation*, et qui s'exprime en heures puisqu'il est le quotient de l'énergie produite (exprimée en kilo-watts-heures) par la puissance installée (exprimée en kilowatts). On voit aisément que l'utilisation ainsi définie représente le nombre d'heures de l'année pendant lesquelles il faudrait qu'une usine donnée travaillât à plein pour abattre la même besogne annuelle. Par exemple, une usine qui travaille en moyenne à la moitié de sa capacité de production pourrait faire la même besogne annuelle en travaillant à plein pendant seulement la moitié de l'année, soit 4.380 heures. On dira donc que son utilisation est de 4.380 heures. Les utilisations des réseaux français sont en général comprises entre 2.000 et 4.000 heures, celle de Paris est d'environ 2.500 heures. Il semble donc que l'intérêt de cette notion n'est pas limité à l'industrie électrique, et qu'elle mériterait d'entrer dans le vocabulaire courant. Cela permettrait de donner plus de précision au langage et peut-être, par là, à la pensée. Quand on dit, par exemple, qu'une usine qui produit beaucoup, produit à meilleur compte qu'une usine qui produit peu, on sous-entend, en fait, que les utilisations des deux usines envisagées sont les mêmes, c'est-à-dire, que, implicitement, l'on rapporte le nombre d'objets produits à la capacité de production. Il est bien évident, en effet, que si les usines Citroën, avec leur énorme capacité de production, sortaient 10 voitures par jour, elles seraient placées dans de bien moins bonnes conditions de prix de revient que telle petite usine qui n'en produirait que 5. Au fond, le problème primordial pour l'industriel quel qu'il soit n'est pas de produire beaucoup, mais de faire une évaluation juste de ses possibilités de vente afin d'y adapter ses installations. Il faut qu'il cherche à avoir une bonne utilisation, c'est-à-dire à ne pas traîner des frais généraux surabondants par rapport à ses débouchés. C'est un peu une idée du même genre qui a été exprimée par M. Spinasse l'an dernier, quand il disait que « l'accroissement du volume des affaires répartira sur une fabrication plus étendue les charges fixes des entreprises et réduira les prix de revient unitaires ». En style d'électricien, M. Spinasse aurait dit simplement « qu'il faut s'efforcer d'améliorer l'utilisation des entreprises ».

En résumé, nous voyons qu'en tenant pour bonnes les hypothèses un peu simplistes que nous avons faites, on peut admettre que le problème du prix de revient est assez simple : le prix de revient est égal au prix partiel majoré d'un terme qui s'obtient en divisant la charge annuelle par kW. installé, par l'*utilisation* telle que nous l'avons définie plus haut. Cette règle s'applique aussi bien à l'énergie livrée à la sortie de l'usine qu'à l'énergie rendue et distribuée chez le consommateur; il y a cependant une différence importante entre ces deux cas, c'est que le kWh. distribué est grevé de charges fixes qui sont d'un ordre de grandeur trois fois supérieur aux charges fixes de la production. Cela tient notamment au prix élevé du matériel de distribution, câbles, transformateurs, abaisseurs, convertisseurs, branchements, etc..., et des effectifs beaucoup plus considérables qu'il faut employer pour la distribution d'un kWh. que pour sa production.

Réduit à cet aspect élémentaire, que nous lui avons volontairement donné, le problème est relativement simple, et les quelques renseignements que nous venons de fournir permettent de faire justice d'erreurs extrêmement répandues dans le public et même chez des gens éclairés. L'on pourrait former avec des

opinions exprimées à ce sujet dans la presse et à la tribune un recueil extrêmement suggestif de théories fausses et d'opinions erronées. Je ne voudrais pas apporter ici un florilège de ce genre, et je me contente de choisir, parmi cent



autres, un extrait du *Journal officiel*, où un orateur a résumé une somme d'erreurs et de confusions qu'il pouvait paraître difficile de condenser en un texte aussi court. Le voici :

Le désordre des prix? Je pourrais en citer de multiples exemples. Je me contenterai de vous en donner un seul.

Il y a longtemps qu'il ne devrait plus y avoir de centrales thermiques pour la production de l'électricité. Elles coûtent beaucoup plus cher que les centrales hydrauliques. On les a cependant maintenues, parce que les Compagnies d'électricité sont liées aux Sociétés qui construisent les machines thermiques.....

C'est pourquoi l'électricité, qui est produite hydrauliquement dans des centrales modernes, et qui est transportée à grande distance, du Massif central à Paris, par exemple, est vendue 2 francs à 2 fr. 25 le kilowatt, alors qu'elle revient à 5 centimes, plus 8 centimes, c'est-à-dire à 13 centimes le kilowatt.

Voilà un exemple typique de ce que deviennent les prix hors de la concurrence.

Confusion entre le prix à la production et le prix de l'énergie distribuée; confusion entre le prix partiel et le prix total; croyance naïve à la collusion entre le producteur et le fournisseur de matériel thermique, sans réfléchir que si collusion il y a, elle peut s'exercer aussi bien au profit des fabricants de matériel hydraulique (qui sont du reste en général les mêmes que ceux du matériel thermique); tout cela se retrouve dans cet extrait. Si véritablement, l'auteur de ce texte a fondé sa doctrine politique sur des considérations de ce genre, on frémit de penser que, comme beaucoup d'autres d'ailleurs, il n'a pas cru devoir consacrer une heure de sa vie à étudier un problème qu'il proclame lui-même comme étant parmi les plus typiques. Je ne puis m'empêcher de penser, en évoquant tout ceci, à l'étude statistique qui nous a été faite, il y a quelques années, par notre Secrétaire général sur les professions représentées à notre Société. Il constatait, non sans quelque mélancolie, que le nombre d'hommes publics que nous comptons parmi nos collègues est d'environ la moitié de ce qu'il était au siècle dernier : je ne puis que m'associer à son regret et j'exprime cette idée que si les hommes politiques fréquentaient un peu plus les débats de notre Société, ils y acquerraient peut-être un certain respect pour le chiffre exact, le fait précis, qui, sans doute, n'éveille aucun écho dans une réunion publique, mais que l'on devrait avoir à cœur de connaître et de respecter quand on a la charge de diriger les affaires publiques.

Nous allons maintenant aller d'un pas plus loin dans notre étude, et serrer la réalité de plus près. Nous admettrons que les frais fixes sont bien définis et c'est sur l'autre élément du prix de revient, à savoir le prix partiel, que nous porterons ce soir toute notre attention. Pour une étude de ce genre, il est commode d'utiliser un schéma figuratif tel que celui qui est indiqué à la figure 1.

La figure supérieure représente un schéma où nous avons porté en ordonnée la quantité de produit fabriquée pendant l'unité de temps et en abscisse la dépense correspondante. Par exemple, puisqu'il s'agit d'énergie électrique, nous porterons en ordonnée la quantité d'énergie produite pendant une heure, soit  $O m$ , c'est-à-dire la puissance moyenne de cette heure, et en abscisse, soit  $O q$  la dépense qu'a exigée la production de cette énergie. L'hypothèse que nous avons admise jusqu'à présent, à savoir que le prix partiel est constant, se traduit par le fait que la courbe AB se réduit à une droite, dont la pente, par rapport à  $O a$  est précisément égale au prix partiel. Nous retrouvons, par ailleurs, tous les éléments essentiels du prix de revient : OB représente la part des frais généraux, B q représente la dépense proportionnelle, et la pente de la droite OM par rapport à  $O a$  représente le prix unitaire. Si nous supposons que le point A correspond à la capacité maximum de l'installation considérée, on voit que l'utilisation, exprimée en fraction de l'unité, est égale au rapport  $\frac{O m}{O a}$ ; elle est maximum quand  $m$  se trouve en  $a$ , c'est-à-dire quand l'installation a fourni sa pleine puissance pendant l'heure considérée; elle est nulle lorsque  $m$  vient en  $O a$ . On vérifie bien que le prix unitaire, c'est-à-dire la pente de  $O m$  par rapport à  $O a$ , est d'autant plus faible que l'utilisation est meilleure. La figure inférieure montre à peu près les proportions que prend le schéma quand il s'applique au prix de revient de l'énergie électrique. Il s'agit ici de l'énergie distribuée, c'est-à-dire vendue au détail. S'il s'agissait du prix de gros (prix de

vente à la sortie de l'usine productrice), les frais fixes seraient réduits des deux tiers, c'est-à-dire que l'origine serait en O'. La présentation graphique met bien en évidence l'influence prépondérante des frais fixes sur le prix de revient de l'énergie, surtout pour la vente en détail.

Puisque nous voulons étudier de près le prix partiel, c'est-à-dire la dépense de charbon, nous devons examiner un peu en détail les conditions de la pro-

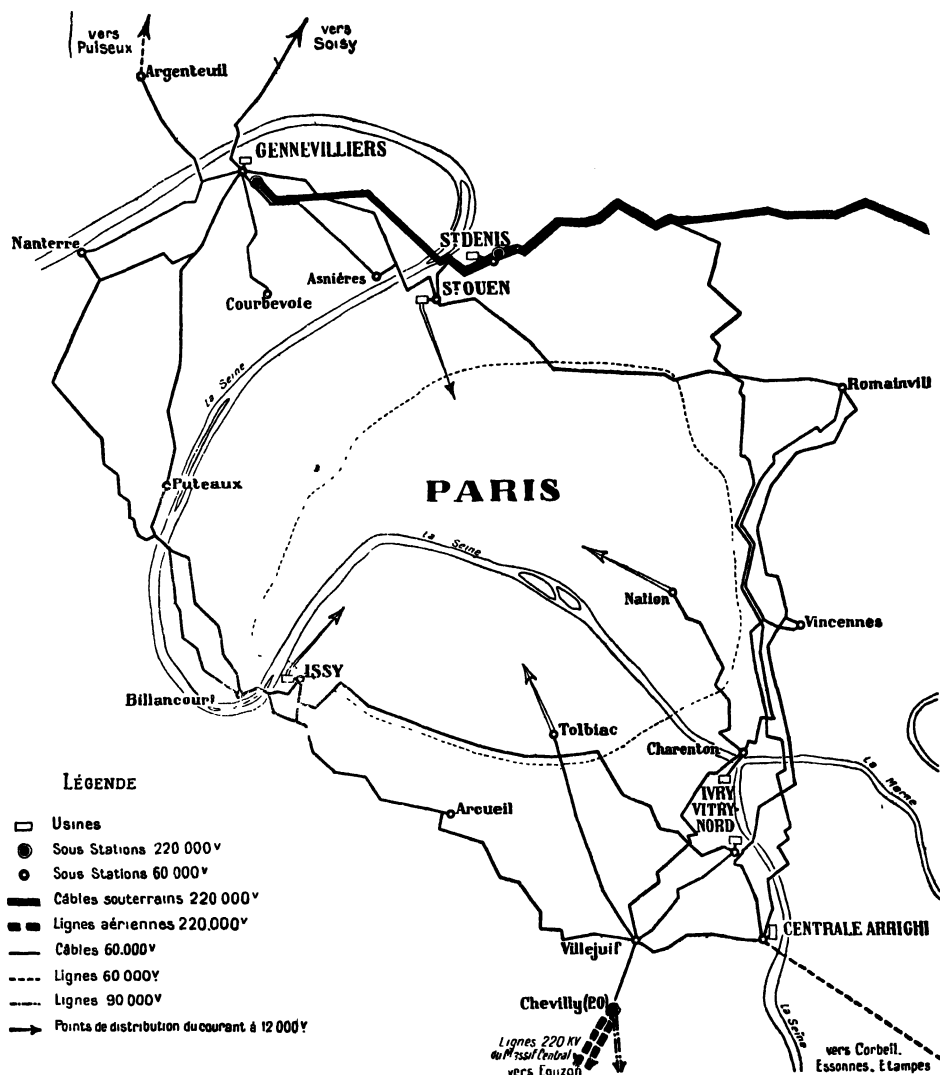


Fig. 3

duction dans un grand réseau comme l'est par exemple celui de la région parisienne, que nous prendrons pour type.

La région parisienne est alimentée par un groupe de six centrales situées dans le voisinage de Paris et dont la position est indiquée sur la figure 2.

Toutes ces centrales déversent leur production dans un collecteur général sur lequel sont branchées en plusieurs points les canalisations d'alimentation de Paris et de la banlieue. Ce collecteur général constitué par des câbles souterrains de forte section (fig. 3) est raccordé au reste de la France en deux points,



l'un au sud, à Chevilly; l'autre à l'est, au poste Ampère, à Saint-Denis; il reçoit par là l'apport des centrales hydrauliques en particulier celles des Alpes, du Rhin et du Massif central. Les usines thermiques de la région parisienne constituent un ensemble extrêmement panaché; elles varient considérablement en dimension et en qualité. Les puissances installées de ces usines varient de 60.000 à 250.000 kW; elles contiennent un nombre d'unités qui s'étage entre 4 et 16 par usine; enfin les plus anciennes machines datent de 1919 et les plus modernes de 1935. Quant aux puissances individuelles des machines, elles sont réparties entre 12.000 kW et 55.000 kW. Il y a en tout environ une quarantaine de machines qui collaborent à l'alimentation parisienne et il existe presque autant de prototypes que de machines, présentant tous des rendements différents : il faut presque deux fois plus de charbon pour produire un kWh avec la machine la moins économique du réseau qu'avec la meilleure. Vous voyez que le tout forme un ensemble extrêmement hybride, et que ce n'est pas une petite tâche que d'essayer de caractériser d'une manière simple tout cet ensemble hétéroclite.

Voyons comment va être réglée la marche du réseau ainsi constitué. Comme toutes ces machines sont reliées entre elles, on peut concevoir le réseau parisien comme une vaste usine, marchant sous les ordres d'un organisme central relié téléphoniquement à chacune des usines individuelles. Puisque les considérations géographiques n'interviennent pas, on n'est guidé que par le souci de l'économie; il faut donc procéder de la façon suivante : on numérote les machines dans l'ordre de rendement décroissant, et l'on s'arrange pour faire marcher d'abord les premières, c'est-à-dire les plus économiques. Puis, au fur et à mesure que la demande de puissance s'accroît, on met en route les machines de rang plus élevé; enfin, lorsque dans certains cas exceptionnels la charge continue de s'accroître, l'on fait flèche de tout bois, c'est-à-dire que l'on se résigne à mettre en route les machines les plus antiques et démodées du réseau. Inversement, lorsque la puissance baisse, on arrête les machines en commençant par les plus médiocres et en s'élevant ensuite dans l'échelle des rangs d'ordre des machines classée comme nous l'avons indiqué. On voit donc qu'avec cette méthode, les machines les plus économiques resteront presque tout le temps en service; celles qui ont un rendement moins bon, trouveront moins longtemps à s'employer; enfin les vieilles machines pourront n'être attelées à la besogne commune que pendant quelques jours ou même quelques heures par an. Dans ces conditions, la dépense du charbon, loin d'être uniforme, est fonction de la puissance, sous laquelle l'énergie est fournie à chaque instant : elle sera faible quand la puissance est faible, c'est-à-dire quand on n'aura que peu de machines en route, puisque ce seront de très bonnes machines; au contraire, elle sera relativement élevée quand l'importance de la puissance en jeu aura obligé à appeler au secours toutes les vieilles « bécane » du réseau, comme on les appelle peu respectueusement. Connaissant ainsi la séquence normale de mise en marche des machines, il semble que l'on puisse tracer la courbe de la dépense horaire de charbon en fonction de la puissance fournie sur le réseau, ce qui nous donnerait la solution du problème. Malheureusement, la réalité n'est pas aussi simple, notamment parce que les sujétions de l'exploitation imposent ou prohibent suivant les cas certaines combinaisons de matériel, de sorte que l'on devrait tracer

autant de courbes qu'il y a de combinaisons possibles. C'est bien ce que l'on ait, et le premier devoir du service d'exploitation est de constituer le recueil des courbes donnant la puissance moyenne en fonction de la dépense horaire de charbon, et cela pour chaque combinaison de chaudière et de machine. Mais, pour nous qui voulons essayer de dégager une loi générale, ce recueil ne saurait nous donner satisfaction. Pour trouver une solution simple, il nous faut recourir

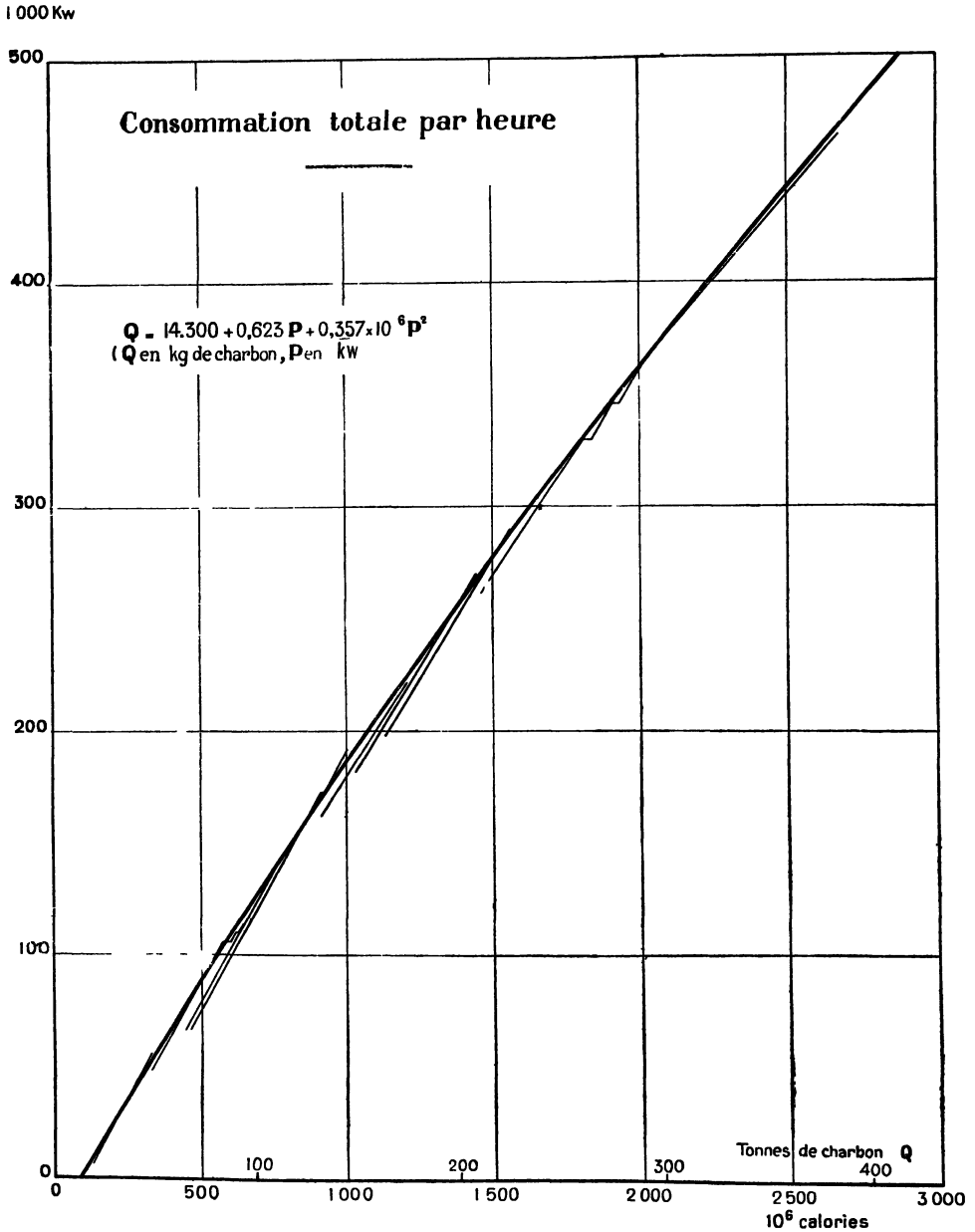


Fig. 4

aux lois statistiques. Nous remplacerons la série des courbes individuelles par une courbe moyenne qui ne s'en écarte pas énormément; ceci est légitime, à condition que l'étude porte sur une assez grande durée et que les quan-

tités d'énergie produites soient considérables, de façon que joue la loi des grands nombres. Si, par surcroît, on parvient à donner au tracé cherché la forme d'une courbe algébrique on pourra caractériser la production par un nombre de paramètres limité. C'est ce que l'on a fait pour le réseau parisien et la courbe que nous donnons à la figure 4

. On a représenté en traits fins les courbes réelles et en trait fort la courbe

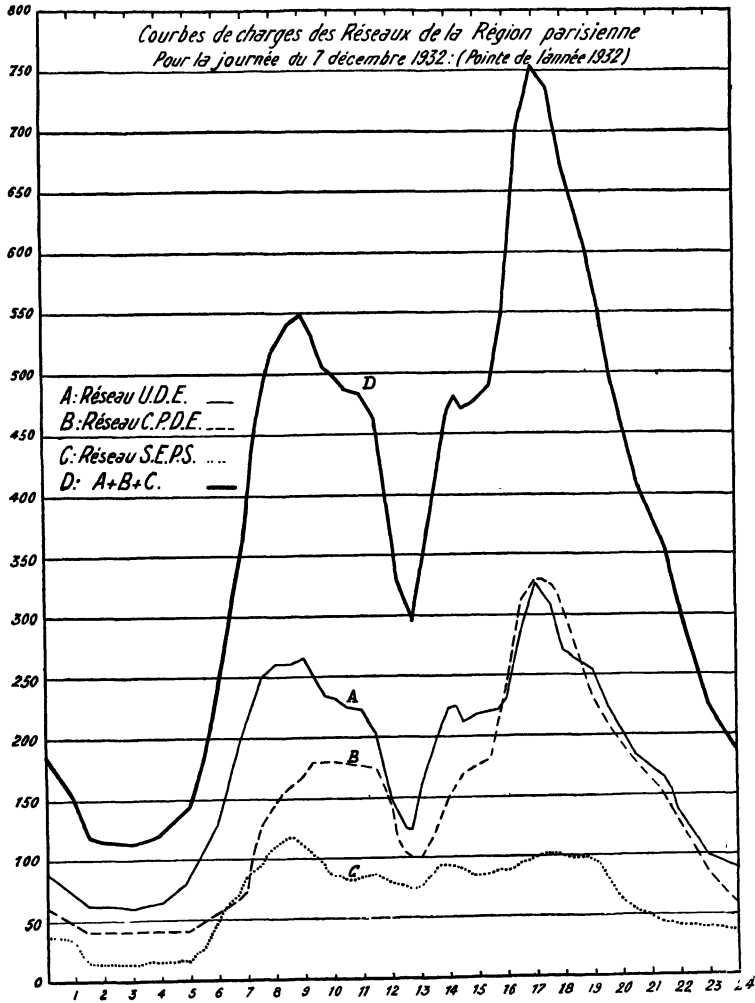


Fig. 5

théorique moyenne, qui est ici du second degré et qui ne dépend, par conséquent, que de trois paramètres

C'est là un résultat intéressant, et ceci d'autant plus qu'il ne s'agit pas là d'une vue purement théorique : une courbe analogue à celle que vous avez devant les yeux a été utilisée pratiquement pour certains calculs dont le degré de précision a été mis en évidence par des vérifications réelles. Il est intéressant d'examiner cette courbe d'un peu près : vous remarquerez, d'abord, qu'elle ne passe pas par l'origine, c'est-à-dire que la dépense du charbon n'est pas uniquement un prix partiel, mais qu'elle comprend un petit terme fixe OB qui représente une dépense indépendante de la production.

La pente de la tangente à cette courbe, laquelle n'est plus une droite comme dans notre hypothèse initiale (Voir fig. 1), mais une parabole, représente ce que les économistes appellent le prix marginal, ou encore le prix du kWh en sus, puisque c'est le prix supplémentaire auquel, à un certain régime de puissance, on devra payer la fourniture d'un kWh supplémentaire. Quant au prix unitaire exprimé ici en grammes de charbon, il est donné par la pente par rapport à l'axe des ordonnées de la droite OH, si H est le point courant de la courbe. On voit qu'ici ce prix commence par être très élevé pour une puissance faible, du fait de l'influence de la dépense fixe; il décroît ensuite lorsque la puissance horaire monte, mais passe par un maximum après lequel il croît à nouveau, du fait de l'influence des vieilles machines auxquelles on a dû avoir recours pour faire l'appoint. On reconnaît immédiatement que la pente de la tangente B représente la consommation de la machine la plus économique et en A celle de la moins économique du réseau. La figure montre bien que la production électrique rentre dans le cadre des productions à prix partiel croissant.

Les paramètres de la production étant déterminés, tournons-nous vers la

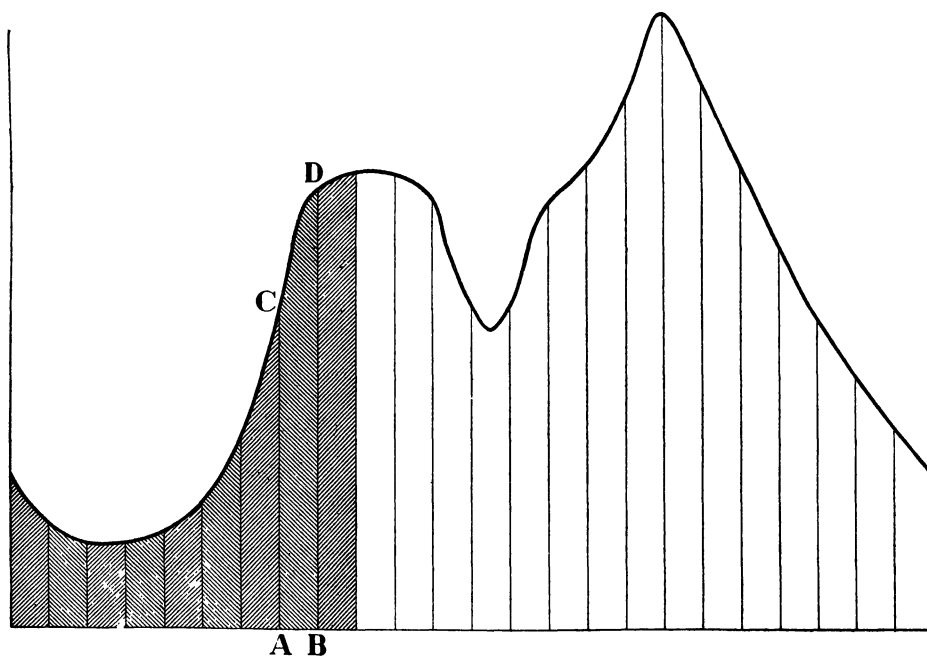


Fig. 6

consommation et voyons de quelle façon l'énergie produite est absorbée par la clientèle. Rappelons-nous d'abord que l'énergie ne peut pas être stockée et que, par conséquent, on doit produire à chaque instant la quantité d'énergie qu'il plait à la population parisienne d'absorber. Ses besoins sont caractérisés par ce qu'on appelle la courbe des puissances en fonction des heures de la journée, et c'est cette courbe qui fixe la cadence de marche de l'appareil producteur que nous venons d'analyser.

La courbe de la charge de la figure 5 est celle de la région parisienne pour une journée d'hiver de l'année 1932. Cette courbe reflète d'une manière du reste

intéressante et pour le statisticien et pour l'économiste, la vie quotidienne du Parisien moyen. Parlant de l'heure zéro, c'est-à-dire minuit, où l'activité de la ville est assez faible et se réduit encore dans le courant de la nuit, pour atteindre un minimum vers 4 heures du matin, on assiste vers 7 heures à un accroissement de la cadence de production correspondant d'abord à l'éclairage des particu-

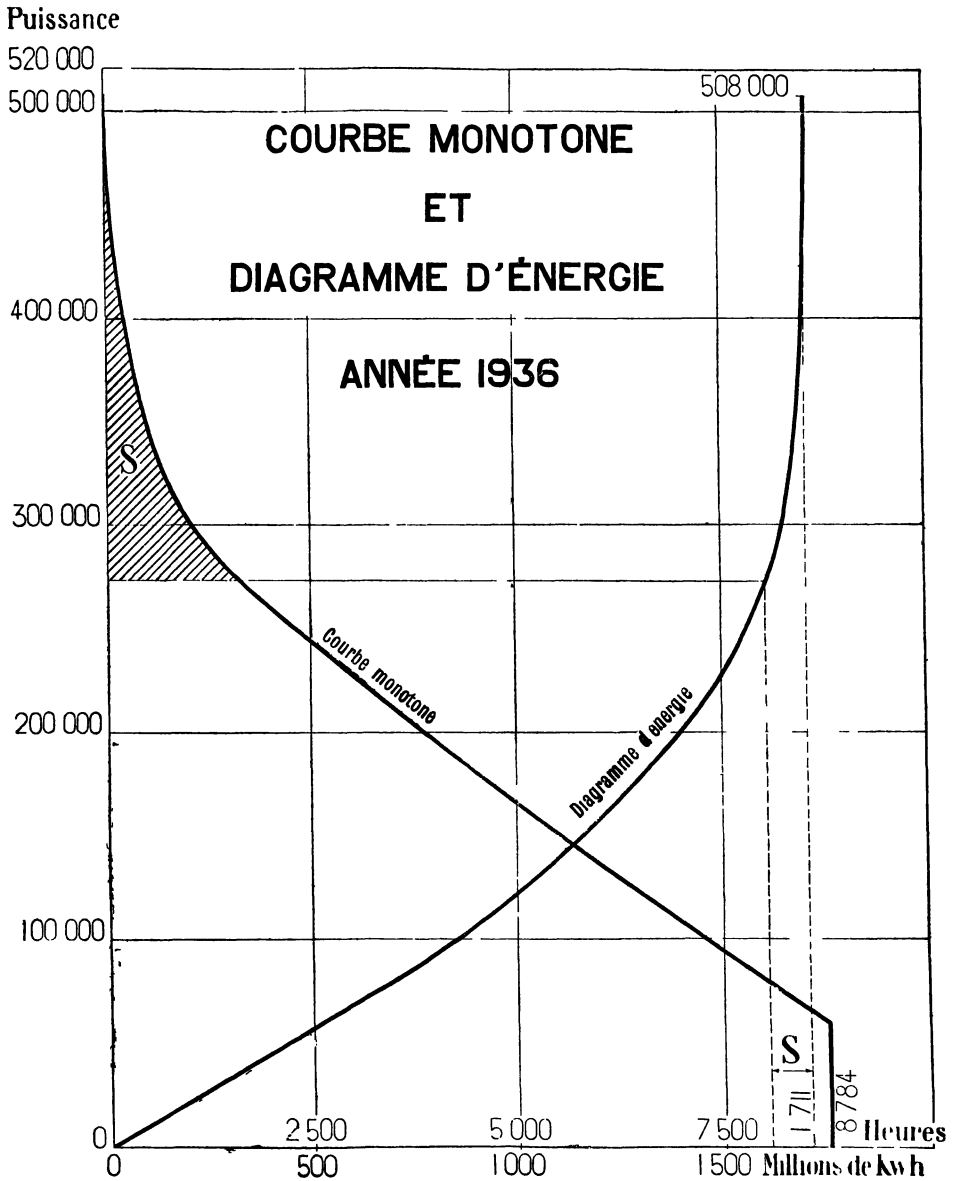


Fig. 7

liers, puis à l'ouverture des bureaux et des ateliers. L'activité reste en décroissance légère jusque vers 11 h. 30, où les gens rentrent chez eux pour déjeuner, puis reprend à partir de 13 h 30, pour arriver à un nouveau palier. Lorsque le jour baisse, le Parisien moyen allume sa lampe, et l'on assiste à la montée de la « pointe » arrêtée vers 18 heures par la sortie des ateliers et des bureaux

on arrive ainsi à 24 heures (ou minuit) et le cycle recommence. En été, la courbe, est différente : le jour ne tombe qu'après la sortie des ateliers, de sorte que la pointe d'éclairage ne coïncide pas avec l'activité des ateliers ; la puissance maximum de la journée en est considérablement réduite : à Paris, la puissance maxi-

## COURBE MONOTONE DE L'ENSEMBLE DES CONTRIBUABLES AUX ETATS-UNIS ANNÉE 1926

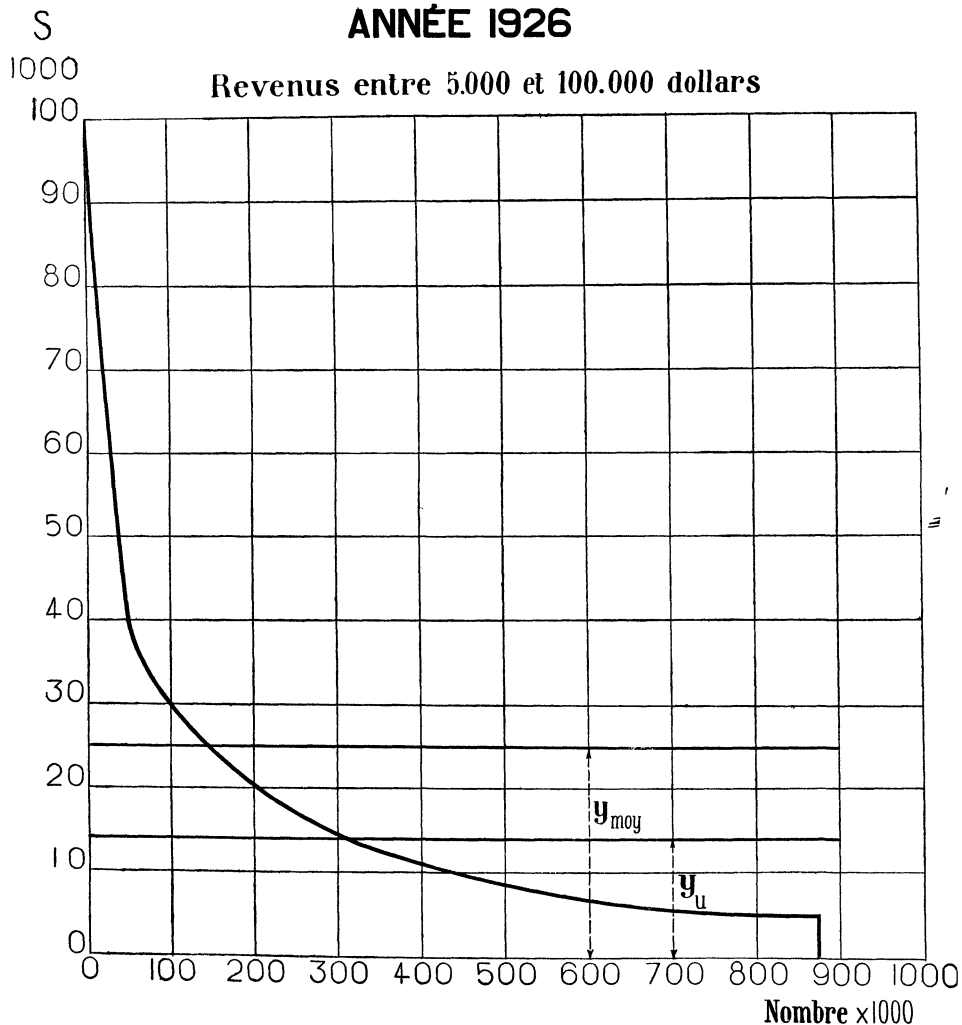


Fig. 8

mum d'une journée d'été est environ trois fois plus faible que celle d'une journée de décembre ou janvier.

Il y a dans l'année 365 courbes de ce genre, toutes différentes, puisqu'elles varient non seulement suivant les saisons, mais aussi suivant la température, la luminosité et suivant les jours de la semaine. Les courbes du samedi et du dimanche ne ressemblent pas à celles des autres jours de la semaine ; le lundi est également un peu différent. Nous voici donc à nouveau devant une situation

confuse; il est essentiel cependant, si nous voulons dégager une loi générale, de caractériser la consommation par un nombre limite de paramètres, comme nous l'avons fait pour la production.

Pour mettre un peu d'ordre dans tout cela, nous aurons encore une fois recours aux ressources de la statistique. Divisons la courbe de charge d'une journée donnée en éléments horaires (fig. 6), et admettons que la puissance reste constante pendant l'heure envisagée. Nous savons, grâce à la courbe de la figure 4, déterminer la dépense qu'entraîne la production de l'un de ces éléments horaires. Ce n'est donc qu'un travail de patience de prendre successivement ces 8.760 petites surfaces que nous assimilons à des rectangles et de mesurer la dépense correspondant à chacun d'eux. Mais ceci prendrait beaucoup de temps, et il est préférable d'employer une méthode plus synthétique. Pour cela, on pourra dénombrer ces rectangles élémentaires et les classer d'après leur hauteur c'est-à-dire leur puissance moyenne. On dresse un tableau des fréquences suivant les méthodes habituelles, et l'on obtient ainsi un polygone des fréquences qui présente la forme d'une courbe irrégulière caractérisée par deux *modes*, l'un très aigu qui correspond à la puissance de nuit, laquelle reste constante pendant un grand nombre d'heures de l'année; l'autre, plus étalé, qui correspond au palier du matin et de l'après-midi. Mais ce n'est pas du reste sous cette forme que la courbe est habituellement utilisée. En général, l'on construit la courbe des fréquences cumulées : c'est « la monotone » des électriciens ou courbe d'utilisation, qui est établie en fin d'année dans la plupart des réseaux producteurs importants. La monotone peut se concevoir en somme comme la courbe résultant de la juxtaposition de tous les 8.760 éléments horaires rangés par ordre de grandeur décroissante. On peut donc raisonner comme si la monotone était effectivement la courbe de charge de l'année, si l'on admet que la dépense de charbon pour chaque élément horaire est indépendante de l'ordre dans lequel ils sont produits. Le problème est donc largement simplifié, nous n'avons plus qu'à raisonner sur une seule courbe, au lieu de 365.

Voici, à titre d'exemple (fig. 7), la monotone d'une certaine partie de la région parisienne pour 1936. Ses particularités essentielles sont les suivantes : la surface totale délimitée par la monotone et les deux axes est égale à l'énergie totale fournie : l'abscisse moyenne, c'est-à-dire le petit côté du rectangle d'aire égale dont le grand côté serait la puissance installée, représente l'utilisation exprimée en heures, l'ordonnée moyenne représente la *puissance moyenne* de l'année. On se sert souvent dans les problèmes usuels de la courbe intégrée de la monotone qui a reçu le nom de diagramme d'énergie et que nous avons également tracée sur la figure 7 : elle jouit de propriétés intéressantes et a l'avantage de mettre en jeu des longueurs au lieu de surfaces à planimétrer. Par exemple, sur la figure 7, la partie hachurée représente la part de l'énergie annuelle qui est produite par les vieilles machines du réseau : celles qui n'interviennent que lorsque la puissance dépasse 275.000 kW. Le diagramme d'énergie fournit le même renseignement en S : il n'y a donc qu'à mesurer cette longueur au lieu de faire un planimétrage.

La monotone nous donne tous les éléments du calcul du prix de revient et elle est évidemment d'un maniement beaucoup plus simple que la collection complète des courbes de charges de l'année. Mais il y a plus : en appliquant à

la courbe monotone les données que nous avons dégagées du réseau producteur et qui sont au nombre de trois (les trois coefficients de l'équation de la courbe de la production, fig. 4 un calcul assez simple dont nous ne donnerons pas ici le détail (1) montre que le prix de revient cherché ne fait intervenir que deux

**Puissance**

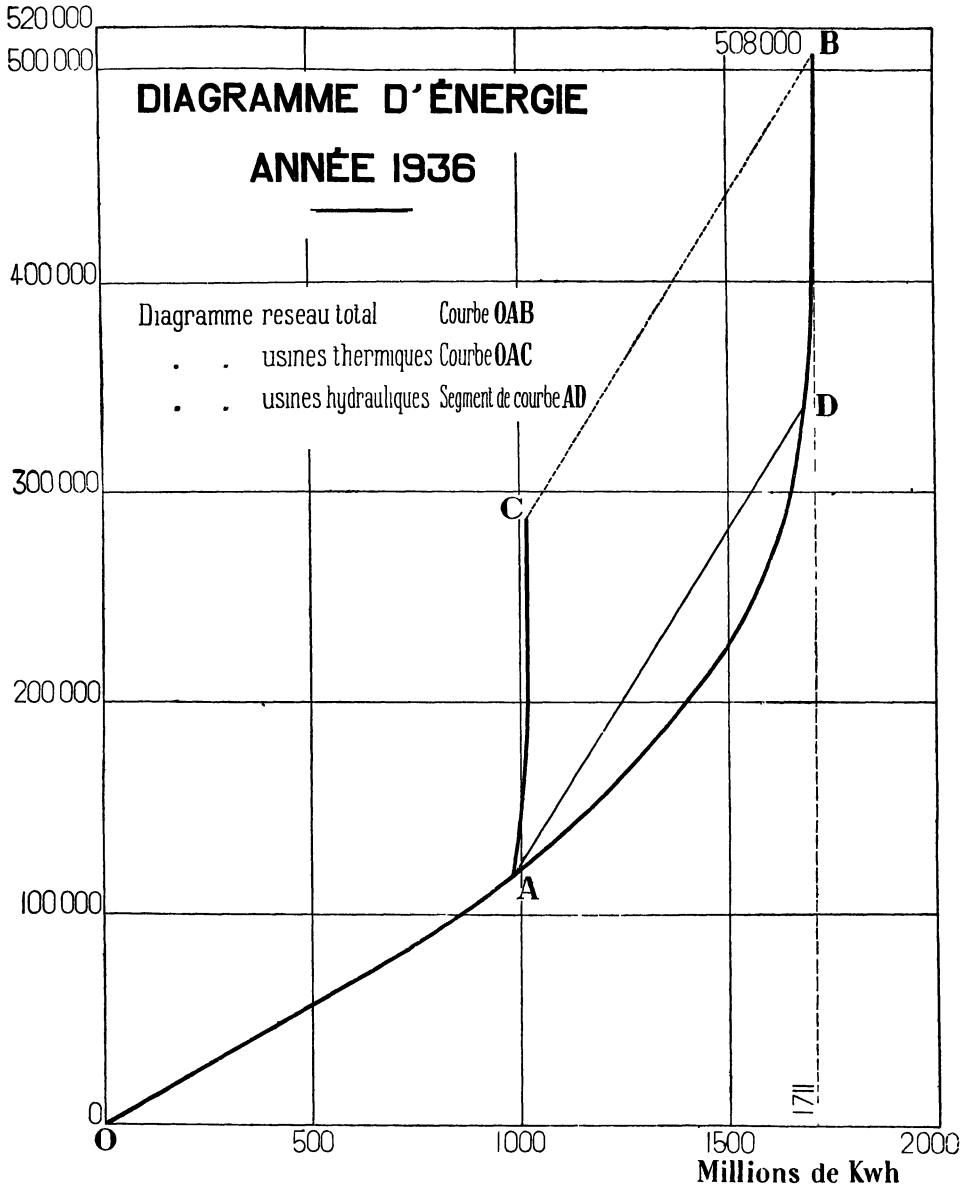


Fig. 9

éléments de la monotone. Le premier c'est l'ordonnée moyenne Y, c'est-à-dire, à un facteur près la *quantité totale d'énergie fournie* ; le second est l'ordonnée M

(1) Ceux que la question interesse pourront se reporter avec fruit à l'article intitulé : « Influence de la forme des diagrammes de charge sur l'exploitation des réseaux », publié dans le *Bulletin de la Société Française des Électriciens*, de septembre 1935, sous la signature de M. FALLOU.



du centre de *gravité de l'aire délimitée par la monotone et les axes de coordonnées* (1) D'une façon générale, on peut dire que cette grandeur M caractérise l'*inégalité* des éléments horaires dont la juxtaposition constitue la monotone. Il est intéressant de le rapprocher du coefficient t d'inégalité introduit par M. Gibrat dans son étude sur la loi des inégalités proportionnelles.

Voilà donc les deux paramètres de la consommation par lesquels nous arrivons à caractériser la fourniture d'un réseau donné, sans avoir à entrer dans le détail de l'étude analytique. Connaissant par ailleurs les paramètres de la production qui sont au nombre de trois, comme nous l'avons indiqué, nous pouvons calculer à partir de ces cinq éléments la dépense moyenne de charbon par kWh pour un réseau donné. Ce n'est plus que de la besogne mathématique, dont je vous épargnerai le détail pour ne vous donner que le résultat final qui peut s'exprimer ainsi : Le prix unitaire exprimé en charbon, c'est-à-dire la dépense moyenne de charbon par kWh pour le réseau considéré s'exprime par l'expression :

$$(1) \quad \frac{a}{Y} + b + 2c' M.$$

Telle est la formule cherchée, où Y et M représentent respectivement l'ordonnée moyenne et l'ordonnée du centre de gravité de la monotone : a, b, c, sont les coefficients de l'expression Puissance horaire/charbon consommé, c' est-à-dire les coefficients de la parabole de la figure 4. On peut indiquer d'une façon précise le rôle de chacun de ces coefficients : a représente l'élément fixe, c'est-à-dire la *dépense de charbon indépendante de la production* ou perte à vide; b qui est la pente de la tangente en B représente la *consommation marginale de base*, celle qui correspond à la machine la plus économique du réseau; enfin c représente le taux d'accroissement de la consommation marginale en fonction de la puissance. C'est ce qu'on peut appeler le *taux de progression de la consommation marginale*.

Pour donner un exemple d'application concret de cette formule, prenons par exemple un réseau comme celui qui est caractérisé par la courbe de production de la figure 4, c'est-à-dire où :

$$a = 13.400 \quad b = 0,625 \quad c = 0,357 \times 10^{-6}.$$

les unités employées étant le kilogramme, le kilowatt et le kilowattheure.

Appliquons ces constantes au calcul de la consommation moyenne du réseau dont les caractéristiques sont indiquées à la figure 7, c'est-à-dire :

$$Y = 195.000 \text{ kW.} \quad M = 118.000 \text{ kW.}$$

La consommation moyenne est égale à :

$$\frac{14.300}{195.000} + 0,623 + 2 \times 0,357 \times 10^{-6} \times 118.000$$

ou

$$0,073 + 0,623 + 0,070 = 0 \text{ kg. } 766 \text{ de charbon par kWh produit.}$$

---

(1) On peut facilement établir que cette dernière quantité est égale à l'aire délimitée par le diagramme d'énergie et ses axes de coordonnées, c'est-à-dire l'axe des abscisses et la tangente verticale.

On voit donc que le terme dû à l'existence de la dépense à vide qui s'élève à 73 grammes de charbon est du même ordre que le terme dû à la progression de la consommation marginale ou « différentielle » comme l'appellent à présent les électriciens) soit 70 grammes. Ce dernier terme représente la différence entre la consommation réelle et la consommation que l'on obtiendrait si le rendement marginal était constant et égal à celui de la machine la plus économique.

L'intérêt de cette formule n'est pas seulement de donner des résultats numériques satisfaisants, mais elle permet aussi de raisonner *sur des ensembles* et de savoir quels sont les facteurs qui doivent intervenir réellement dans le raisonnement. Quant à l'intérêt d'ordre général de cette étude, il est souligné par le fait que le genre de raisonnements que nous avons employé ici peut s'appliquer à des ordres d'études extrêmement différents. Nous en avons fait une application au problème suivant :

Étant donné un ensemble de contribuables caractérisés par la distribution de leurs revenus, calculer le produit d'un impôt progressif sur le revenu, caractérisé par le taux initial et le taux de progression en fonction du revenu.

Nous avons représenté à la figure 8 la monotone des revenus des contribuables américains en 1926 en ne retenant que la tranche comprise entre 5.000 et 100.000 dollars. Nous avons fait le calcul en prenant le taux progressif de la surtaxe américaine de l'époque qui, partant de 1 % pour un revenu de 5.000 à 6.000 dollars, s'élevait linéairement à raison de 0,5 % pour chaque tranche de 1.000 dollars supplémentaire de façon à atteindre 48 % (= 1 + 94 × 0,5) lorsque le revenu s'élève à 100.000 dollars. On a ainsi ce que l'on pourrait appeler le taux marginal d'imposition pour chaque revenu, et nous nous proposons d'en déduire le taux moyen. Nous avons calculé pour cela les caractéristiques de la monotone :  $Y$  l'ordonnée moyenne, qui n'est autre que le revenu moyen, soit 25.000 dollars et l'ordonnée du centre de gravité  $Y_u = M$  qui est égal à 14.000 dollars.

On a donc :

$$a = 0 \qquad b = 1 \qquad c = \frac{0,5}{1.000}$$

$b$  étant le taux marginal de base et  $c$  la progression du taux marginal par 1.000 dollars de revenu.

La formule (1) montre donc que le taux moyen de l'impôt pour la part imposable est :

$$1 \times 2 \times 14.000 + \frac{0,5}{1.000} = 15 \text{ \%}.$$

On voit que l'on a pu ainsi obtenir le taux moyen cherché sans avoir à connaître le tableau complet de la distribution de revenus; il a suffi de connaître un seul paramètre, à savoir l'ordonnée  $M$  du centre de gravité de l'aire de la monotone. Il n'y a qu'à appliquer ce taux à la somme des revenus imposables pour connaître le produit de l'impôt.

■ Messieurs, après cette digression, je voudrais, pour terminer, revenir au cas de l'industrie électrique et insister sur le rôle qu'y joue le diagramme d'énergie que j'ai à peine mentionné. C'est un instrument de travail très commode, et malheureusement trop peu connu des électriciens français, et dont je veux

seulement vous indiquer à titre d'exemple une application. Le problème général que j'ai traité tout à l'heure supposait que l'alimentation de la région parisienne se faisait uniquement avec les usines thermiques. En fait, il y a une certaine fourniture hydraulique qui vient troubler le calcul et qui fait que la monotone du réseau n'est pas la même que la monotone des usines. J'ai escamoté cette difficulté, pour simplifier le problème, mais je veux donner une idée de la façon dont on peut le résoudre. La figure 9 montre la manière dont on peut calculer le diagramme d'énergie thermique. On part du diagramme d'énergie de l'ensemble du réseau et l'on caractérise la fourniture hydraulique par l'énergie hydraulique fournie sous une *puissance Maximum* qui est également connue. Une étude approfondie montre alors que le problème se réduit à un problème géométrique qui consiste à placer sur le diagramme d'énergie un segment de droite dont les projections sur les deux axes sont respectivement l'énergie et la puissance de la fourniture hydraulique. Le diagramme d'énergie cherché se compose de deux éléments extérieurs que l'on « raboute » au point A. Sans vouloir insister davantage, il m'a paru intéressant de vous donner une idée de ce genre d'« épures économiques » dont on trouvera des applications dans l'article précité de M. Fallou, et qui, utilisées avec discernement, peuvent rendre de grands services.

J. D'HARCOURT.

---