

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

KARL PEARSON

La grammaire de la science

Journal de la société statistique de Paris, tome 53 (1912), p. 196-214

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1912__53__196_0

© Société de statistique de Paris, 1912, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

IV

LA GRAMMAIRE DE LA SCIENCE

M. Lucien March vient de publier (1) une traduction de la troisième édition de *The Grammar of science* du professeur Karl Pearson, dont les travaux en statistique biométrique sont bien connus.

Nous pensons que nos lecteurs auront plaisir à lire un extrait de la « Note du traducteur » placée en tête de l'ouvrage, ainsi qu'un extrait des chapitres relatifs à la loi scientifique et à la mesure de la contingence et de la corrélation; mesure qui intéresse tout particulièrement la théorie de la statistique.

Extrait de la note du traducteur

On admet communément aujourd'hui que la science ne traite que des phénomènes : elle utilise la faculté que possède l'esprit humain de percevoir des analogies, analogies dont elle se sert pour classer et décrire les phénomènes.

Le plus souvent, peut-être, ces analogies n'apparaissent qu'en raison de l'infirmité des facultés perceptives : au surplus, grâce à son pouvoir d'abstraction, l'esprit les dépasse et les transforme d'ordinaire en identités.

(1) A la librairie Félix Alcan, 109, boulevard Saint-Germain, qui a bien voulu autoriser la publication de ces extraits

Ces identités ne demeurent point isolées ; la conscience les associe ; de là des états de conscience discernables les uns des autres. Et il semble que ces états constituent le cadre mystérieux sans lequel il serait impossible de concevoir un classement quelconque des phénomènes.

Ce n'est là que l'un des postulats de la science ; celle-ci doit admettre aussi une certaine similitude des consciences humaines, sans quoi ses résultats n'auraient point un caractère objectif.

Les résultats de la science ont d'ailleurs pour effet de permettre des prévisions auxquelles les phénomènes se conforment dans une certaine mesure. Si l'on demande d'où provient cet accord, la science confesse de nouveau son ignorance : elle ne répond pas plus à la question qu'elle n'apprend pourquoi les consciences sont semblables, pourquoi une conscience particulière est capable de discrimination et d'abstraction.

Elle remarque simplement qu'il est impossible de concevoir la vie sans un ensemble de conditions dont certaines, irréductibles, servent de fondement à la connaissance.

L'homme de science ne met donc en œuvre, pour ainsi dire, que les numéros d'un catalogue d'impressions sensibles différenciées, rapports concrets ou idées abstraites. Entre ces rapports et ces idées il établit des relations nouvelles qui s'imposent à l'esprit avec d'autant plus de force qu'elles sont mieux en harmonie avec sa propre constitution. La certitude ou l'évidence scientifique résulte de l'accord de la pensée avec elle-même, soit dans l'exercice de sa faculté d'identifier, soit dans l'exercice de son pouvoir d'abstraction et de généralisation. Il n'est de certitude scientifique que dans le monde des concepts ; non seulement le noumène, mais encore la perception sont en dehors du certain.

L'homme de science n'affirme ni ne nie la réalité du monde extérieur ; il n'affirme ni ne conteste non plus la légitimité d'idées dont l'origine serait hors du fonds commun des impressions sensibles immédiates ou accumulées. Il déclare simplement que, pour lui, l'envers des phénomènes et l'intuition spontanée, — même si celle-ci, comme on l'a supposé, est le fruit des acquisitions de l'espèce, — sont inaccessibles à l'intelligence, sont irréductibles aux rapports rationnels que peut former la pensée exercée.

Comme les modes espace, temps, mouvement, suivant lesquels nous percevons les faits naturels, ne fournissent que des rapports assez vagues, quand les impressions transmises par les sens sont uniquement rapportées au cadre que forment les états de conscience, l'esprit fait intervenir, pour la sûreté de ses démarches, les notions en quelques mesures conventionnelles du mouvement géométrique. Il dépasse ainsi l'expérience sensible, pousse à la limite des données possibles de l'expérience.

En ce point, les vues de l'auteur de la « Grammaire » s'écartent, semble-t-il, de la théorie purement idéaliste où l'être et la pensée ne forment qu'un. Que l'univers soit un ensemble ordonné ou un chaos, l'esprit ne le peut décrire avec quelque précision tel qu'il le perçoit ; il a besoin de concepts simplificateurs ; qu'il s'agisse de mesurer la durée, l'étendue ou le mouvement, il lui faut des instruments qui sont des formes géométriques. Et la chose qui se meut, la matière, n'est qu'une expression commode pour représenter un idéal géométrique en mouvement. La

simplicité de la nature, c'est, en dernière analyse, la simplification qu'introduit, par un pouvoir mystérieux, le mécanisme mental.

Cette manière de voir se rapproche beaucoup de celle des conceptualistes et elle rappelle la parole du philosophe grec : L'homme est la mesure des choses. D'ailleurs, depuis que les systèmes philosophiques tournent autour des mêmes questions, dont les abords n'ont guère varié d'aspect, ils se sont tellement pénétrés qu'il serait peut-être difficile de marquer exactement la place à assigner à la thèse de la Grammaire. On peut cependant reconnaître qu'elle rejette tout dogmatisme, quel qu'il soit : théologique, philosophique ou même scientifique. Elle est nettement adogmatique. Elle n'en offre pas moins un caractère positif capital : elle affirme que la science arme la vie pratique d'une méthode éprouvée, qui met en œuvre les facultés de l'esprit conformément à l'ordre qui lui est propre et à la continuité qui est en lui, indispensable à l'éducation commune et au jugement social, susceptible d'unir les esprits, sinon dans le fond du moins dans la forme, sur un terrain parfaitement neutre.

C'est peut-être dans le principe de causalité que le sentiment de la réalité puise le plus de force. L'auteur de la Grammaire adopte la thèse de Hume suivant laquelle il n'est, entre la cause et l'effet, aucune nécessité interne, donc aucun absolu. D'ailleurs, les successions ne se produisent jamais identiques à elles-mêmes ; la notion de causalité est encore une notion limite qui dépasse l'expérience sensible. Entre les changements de la cause et ceux de l'effet il y a simplement accord *statistique* plus ou moins étroit : le professeur Pearson a consacré d'importants travaux aux moyens de mesurer les degrés de cet accord.

Puisqu'il n'est point de nécessité hors de la sphère des conceptions, les lois naturelles n'expriment que des contingences, comme l'ont soutenu, en France, Comte et, il y a près de quarante ans, un éminent penseur contemporain. « La loi scientifique, dit Pearson, est le bref exposé qui résume les relations existant entre un groupe de phénomènes. » Plus le groupe est vaste et plus la description est concise, plus la loi est générale et féconde. La vérité d'une loi, c'est en définitive sa fécondité.

La critique ne risque point d'ailleurs de voir s'épuiser le terrain qui lui convient le mieux, puisque l'inconnu grandit en même temps que le connu. « La science, dit encore Pearson, ne trouvera probablement jamais une formule résumant toutes choses, mais la méthode qu'elle emploie pour rechercher une telle formule est la seule possible. »

Peut-être l'homme ne doit-il pas s'en tenir à cette constatation que la seule connaissance possible des choses consiste en une représentation en quelque sorte schématique. Pour réaliser le bien, ce n'est point assez que l'esprit aperçoive les conditions rationnelles du succès de ses efforts. Le savoir ne suffit pas à remplir l'âme humaine, et bien des difficultés de la vie pratique semblent dues à un certain déséquilibre entre le savoir et l'action : agir trop vite et attendre de savoir sont également périlleux. L'action se déclenche plutôt sous l'aiguillon de la croyance que sur les avis de la science. Aussi la croyance a-t-elle été souvent placée très haut : je vois, je sais, je crois, a nuancé le poète tragique. L'homme de science ne rabaisse nullement la croyance en la plaçant simplement en un autre plan que celui du

savoir, puisque, comme on le verra dans la « Grammaire », l'aperception et la prévision sont pour lui sujets de croyance. Mais il faut prendre garde que le mot croyance implique ici un accord aussi complet que possible avec le connu.

Or, de même que, pour connaître, l'esprit se forge des instruments idéaux en poussant à la limite des données de la conscience, de même il faut, pour animer sa puissance d'action, l'étincelle d'un idéal placé au delà de la connaissance positive, bien que peut-être il ait sa base dans les acquisitions des siècles. Dans la Société humaine actuelle, on ne voit point à l'œuvre l'instinct social qui gouverne la vie de certaines collectivités animales ; quelque chose doit y suppléer pour s'opposer aux forces dissolvantes.

On ne trouvera, je pense, dans la Grammaire, aucune objection décisive à ce que des raisons d'agir s'ajoutent à celles que peut suggérer la raison, pourvu qu'elles ne les contredisent pas.

Seulement ces mobiles profonds semblent hors des cadres généraux de l'intelligence et dès lors ils manquent d'objectivité. Peu importe. Que la conscience ait pour condition première l'uniformité qui est dans les êtres, l'activité est peut-être mieux garantie par la diversité que par l'unité. Les éléments ultimes des choses n'ont-ils pas eux-mêmes, probablement, une certaine individualité ? Si l'esprit de critique anime la science, l'incertain paraît nécessaire à la vie de l'esprit.

Aussi la science respecte-t-elle tout idéal d'action sincère ; elle admet que la finalité lui échappe, quel que soit d'ailleurs l'intérêt d'interprétations fragmentaires comme l'interprétation darwinienne. Sans doute, elle prétend fournir les plus sûrs moyens de préparer l'acte efficace ; elle n'entend pas qu'on limite son champ. Cependant, elle a conscience, à la fois, de la grandeur et de la modestie de son œuvre et elle reconnaît que l'homme doit être armé pour supporter avec une âme forte les éventualités qu'elle ne peut prévoir, afin qu'il ne se détourne point de son idéal.

LA GRAMMAIRE DE LA SCIENCE

PAR KARL PEARSON

(Extraits)

DU MOT LOI ET DE SES SIGNIFICATIONS (1)

En premier lieu, le mot *loi* rappelle probablement au lecteur les règles de conduite édictées par l'État, et appuyées sur des peines plus ou moins sévères dirigées contre certaines catégories de citoyens. Austin, l'auteur anglais le plus lumineux qui ait écrit sur la jurisprudence, et dont l'ouvrage bien connu (2) renferme une longue discussion de la signification du mot loi, remarque :

« Une loi, dans la plus générale et la plus compréhensive acception où le terme

(1) Extrait du chapitre III : *La Loi scientifique*.

(2) *Lectures on Jurisprudence*, 4^e édition, Londres, 1879.

soit employé avec son sens littéral, peut se définir ainsi : c'est une règle établie pour qu'un être intelligent soit guidé par un être intelligent ayant pouvoir sur lui. »

Puis il observe que là où une telle règle existe, il y a un commandement et que là où il y a *commandement*, il existe un *devoir* correspondant. De ce point de vue, Austin procède à la discussion des divers types de lois, telles que la loi civile, la loi morale et la loi divine. On remarquera de suite que, dans la définition d'Austin, aucune place n'est laissée au sens scientifique. Il le reconnaît lui-même, car il écrit :

« A côté des diverses sortes de règles qui sont comprises sous l'acception littérale du mot loi, et de celles qui, bien qu'improprement, sont appelées lois en raison d'une analogie étroite et frappante, il y a de nombreuses applications de ce mot qui reposent sur une analogie assez frêle et qui sont simplement métaphoriques ou figuratives. Tel est le cas lorsque nous parlons des *lois* observées chez les animaux inférieurs ; des *lois* qui régulent la croissance ou le dépérissement des végétaux ; des *lois* qui déterminent les mouvements des corps inanimés ou des masses. Car là où il n'y a pas d'*intelligence*, ou bien là où celle-ci est trop limitée pour prendre le nom de *raison*, trop limitée, par conséquent, pour concevoir le projet d'une loi, il n'y a pas de *volonté* sur laquelle la loi puisse agir, que le devoir puisse stimuler ou contenir. Cependant, par suite des fausses applications, brillantes comme les métaphores, d'un terme de signification limitée, le domaine de la jurisprudence et de la morale a été envahi par la fange de la spéculation. »

Austin avait tout à fait le droit d'insister sur l'immense distance qui sépare l'emploi du terme *loi* dans la science et son emploi dans la jurisprudence. Il n'y a aucun doute que l'usage du même mot pour désigner deux conceptions totalement différentes ait entraîné une grande confusion. Mais, d'une part, si l'application évidemment fautive du sens scientifique du mot loi aux domaines de la jurisprudence et de la morale a inondé ceux-ci d'une « spéculation fangeuse », d'autre part, il n'est pas moins certain que la fautive application du sens légal et moral du terme a été également désavantageuse à la netteté de la pensée, dans le domaine de la science. Lorsqu'il écrivit le passage ci-dessus, Austin pensait probablement à des ouvrages tels que la *Philosophie de la Loi* de Hegel, où nous trouvons l'idée du caractère permanent et absolu de la loi scientifique, appliquée à la construction d'un système de loi civile et morale absolue qui, d'une manière ou de l'autre, se réalise dans les institutions humaines. Pour l'esprit qui a bien saisi le principe de l'évolution et son facteur spécial, la sélection naturelle, les lois civiles et morales d'une société donnée, à une certaine époque, doivent apparaître comme les résultats ultimes de la lutte pour l'existence entre cette société et les sociétés voisines. A un moment donné, les codes civils et moraux d'une communauté sont ceux qui, en moyenne, sont le mieux adaptés à ses besoins courants, et sont le mieux calculés pour maintenir sa stabilité. Ils sont très plastiques, et changent à chaque époque, suivant le développement et le changement des conditions sociales. Ce qui est légal est ce qui n'est pas défendu par les lois d'une société particulière à une époque déterminée ; ce qui est moral est ce qui tend au bien-être d'une certaine société à un moment déterminé. Nous connaissons bien les changements continuels de la vie civile ; en fait, nous maintenons un corps politique important, le Parlement, dont la principale fonction est de modifier et d'adopter nos lois, afin qu'à chaque époque celles-ci soient le mieux capables d'aider la communauté dans sa lutte pour l'existence. Nous sommes, peut-

être, moins conscients des changements de la loi morale, mais ils n'en sont pas moins réels. Il y a très peu d'actes qui n'ont pas été moraux à une époque quelconque du développement de telle ou telle société, et, en fait, il y a beaucoup de questions à l'égard desquelles notre jugement moral est complètement différent de celui de nos grands-pères. C'est la relativité, ou la variabilité suivant l'âge et la communauté, de la loi civile et morale, qui, je crois, a conduit Austin à parler quelque peu rudement de la spéculation qui confond cette loi avec la loi entendue au sens absolu de la science. Une loi au sens légal ou moral ne vaut que pour les individus et les communautés individuelles, et elle peut être abrogée ou modifiée. Nous verrons par la suite qu'une loi scientifique est valable pour tous les êtres humains, aussi longtemps que leurs facultés de perception et de raisonnement demeurent sans modification matérielle. La confusion des deux idées produit cette « spéculation fangeuse » qui trouve des analogies entre les lois naturelles et celles du monde spirituel et moral.

Et comme ces deux idées tout à fait distinctes sont malheureusement désignées sous le même nom, nous devons, pour éviter toute confusion, rebaptiser l'une d'elles, ou, à défaut, nous devons à toute occasion être absolument sûrs de celui des deux sens avec lequel nous employons le mot. D'après cela, dans le premier chapitre, afin de ne pas perdre de vue le double sens du mot loi, j'ai essayé de le remplacer, lorsque j'avais à l'employer dans le sens scientifique, par une phrase telle que la suivante : « le bref exposé ou la formule qui résume les relations existant entre un groupe de faits. » En vérité il serait bon, si cela était possible, d'adopter le terme *formule*, tel qu'il a déjà été utilisé par les théologiens et les mathématiciens, et de le substituer au mot loi scientifique ou naturelle. Mais ce dernier terme a pris si fortement racine dans notre langage que vraiment il serait difficile maintenant de le remplacer. En outre, si le mot loi ne doit être employé que dans un seul sens, nous pourrions demander pourquoi ce serait plutôt l'homme de science que le juriste qui devrait renoncer à son droit sur le mot ? Les juristes disent que, historiquement, ils ont une prétention plus ancienne, que la loi civile existait longtemps avant la loi scientifique. C'est parfaitement vrai (1), dans un certain sens, parce que les premiers essais de codification des lois relatives à la conduite des hommes vivant en communautés précédèrent toute reconnaissance consciente de lois scientifiques. Nous sommes alors directement conduits à une distinction très importante qui, lorsqu'on la néglige, est la source de beaucoup de confusions. La loi existe-t-elle avant d'être exprimée et d'être reconnue. D'après Austin, au sens juridique, la loi n'existe certainement pas, car une telle loi implique un « commandement » et un « devoir correspondant » — c'est-à-dire une expression et sa reconnaissance. Que disons-nous alors, quant à la loi scientifique : — existe-t-elle réellement avant que l'homme lui ait donné son expression ? Ce mot a-t-il quelque signification quand il n'est point associé à l'esprit de l'homme ? Je pense que nous devons définitivement répondre non à ces deux questions, et je crois que le lecteur qui a lu soigneusement le second chapitre apercevra les fondements de cette affirmation. Une loi scientifique est relative aux perceptions et aux conceptions formées par les facultés de perception et de raisonnement de l'homme ; elle n'a de signification que si elle est en relation avec ces facultés ; c'est le *résumé* ou la *brève expression* des relations et

(1) Pour les conclusions définitives concernant le droit historique au mot, voyez plus loin.

des consécutives de certains groupes de ces perceptions et des conceptions ; elle n'existe que lorsqu'elle est formulée par l'homme.

L'HOMME CONSIDÉRÉ COMME FACTEUR DE LA LOI NATURELLE

L'autre problème dont nous nous occupons est l'existence ou la non-existence d'une loi scientifique avant qu'elle ait été formulée. Peut-être ici le lecteur se sentira-t-il porté à remarquer : « Admettons que la « Nature » soit conditionnée par la faculté perceptive de l'homme, sûrement la suite des perceptions de l'homme obéit à la même loi, que l'homme ait ou non formulé cette loi ? La loi de la gravitation réglait le mouvement des planètes longtemps avant que Newton ne fût né. » Oui et non, lecteur ; la réponse dépendra de la façon dont nous définirons nos termes. — Les séquences qui se développent dans la perception humaine du mouvement des corps pesants étaient sans doute exactement les mêmes pour Ptolémée et pour Newton ; pour l'homme primitif comme pour nous-même, le mouvement du soleil est une perception commune, mais une succession d'impressions n'est pas en elle-même une loi. Que les planètes se meuvent, qu'un poussin naisse d'un œuf, ce peuvent être des suites d'impressions sensorielles, ce peuvent être des faits dont s'occupe la science, mais ce ne sont point des lois en soi, tout au moins si l'on donne au mot loi une signification utile. On peut percevoir les changements de tout le système planétaire, et même on peut traduire en mots ces perceptions avec une perfection surpassant celle de l'observateur moderne le plus expérimenté, et cependant ni la suite régulière des perceptions en elle-même, ni la description n'impliquent l'existence d'une loi quelconque. La suite des perceptions doit être comparée aux autres suites, il doit en découler une classification et une généralisation, les conceptions et les idées, purs produits de l'esprit, doivent être formées, avant que l'on puisse donner d'une suite de faits une description qui, par sa concision et sa compréhension, soit digne du nom de loi scientifique.

Notez que, dans tout ceci, ce n'est pas seulement le processus de la formation de la loi scientifique qui est mental ; la loi elle-même, lorsqu'elle est posée, comprend une association de faits naturels ou de phénomènes et de conceptions mentales, qui sont entièrement hors du domaine particulier de ces phénomènes. La loi ne pouvait exister sans les conceptions mentales ; elle ne vient au jour que lorsque ces conceptions mentales sont dès l'abord associées aux phénomènes. La loi de la gravitation n'est pas tant la découverte par Newton d'une règle fixant le mouvement des planètes que l'invention qu'on lui doit d'une méthode permettant de décrire brièvement les suites d'impressions que nous appelons mouvement planétaire. Il le fit en exprimant une conception purement mentale, à savoir, l'accélération mutuelle. En premier lieu, Newton associa l'idée de l'accélération mutuelle d'un certain type avec un ensemble de phénomènes, et put ainsi établir une formule, qui résume un grand nombre de suites d'observations, à l'aide de ce que nous pourrions appeler une sténographie mentale. L'établissement de cette formule fut moins la découverte que la *création* de la loi de gravitation. Ainsi l'expression : loi de la science, c'est-à-dire « loi de nature », signifie pour nous un résumé en sténographie mentale qui remplace une assez longue description des suites d'impressions des sens. Au sens scientifique, la loi est donc essentiellement un produit de l'esprit humain et ne possède

aucune signification en dehors de l'homme. Elle doit son existence au pouvoir créateur de l'intelligence humaine. Il est beaucoup plus significatif de dire que l'homme donne des lois à la Nature que d'énoncer la proposition inverse en disant que la Nature donne des lois à l'homme.

LA ROUTINE DES PERCEPTIONS EST RELATIVE PLUTÔT QU'ABSOLUE (1)

Dans le chapitre précédent nous avons vu que le fondement de l'idée de cause est dans la routine des perceptions. Il n'y a pas de nécessité interne dans la nature de cette routine même, mais, sans elle, l'existence d'êtres raisonnables capables de se conduire serait pratiquement impossible. Penser est peut-être une preuve de l'existence, mais agir, conduire sa vie et ses affaires, témoignent de la nécessité d'une *routine* de perceptions. C'est cette nécessité pratique que nous avons cristallisée en une nécessité existant dans les « choses en soi », et que nous avons prise comme base de notre conception de cause et d'effet. Cette routine est d'une telle importance pour la conduite d'êtres raisonnables, que nous avons peine à comprendre un monde où la notion de cause et effet ne s'appliquerait pas. Nous avons fait de cette notion le facteur dominant des phénomènes, et la plupart d'entre nous sont fermement convaincus, non seulement de son absolue vérité, mais de sa correspondance avec quelque réalité existant derrière les phénomènes et à l'origine de toute existence. Cependant, comme nous l'avons vu, même dans la plupart des phénomènes purement physiques, la routine est une donnée de l'expérience, et notre croyance en cette routine est une conviction basée sur une probabilité ; mais si nous pouvons décrire l'expérience, nous n'atteindrons jamais une « explication », impliquant nécessité. Si bizarre que cela paraisse, quand nous en venons à analyser cette catégorie de cause et d'effet comme nous le faisons actuellement, nous la voyons fuir hors de nous dans le domaine intangible des concepts plutôt que de se réaliser dans notre expérience actuelle des phénomènes. C'est une limite conceptuelle fixée d'après notre expérience, plutôt qu'un facteur des phénomènes tels que nous les connaissons.

Pour des êtres raisonnables, vivant dans le temps et dans l'espace, une certaine routine de perceptions est essentielle ; sans cela toute prévision, et par conséquent toute conduite rationnelle devient impossible. Mais routine est un mot dont l'« atmosphère » a plus d'importance que la définition. Routine indique une certaine uniformité, mais non pas nécessairement une identité absolue. Une identité absolue est-elle nécessaire à la conduite d'un être raisonnable ? Une identité absolue est-elle toujours atteinte dans la répétition des phénomènes ? Si l'on répond négativement à ces questions, comme nous croyons qu'on doit le faire, nous voyons alors que notre routine de perceptions est devenue une idée relative, qui marque un certain degré de ressemblance dans la répétition, dont la limite, — identité absolue — est un pur concept. Ce concept n'est pas dans l'expérience humaine, il a été tiré de cette expérience de la même manière que d'autres concepts limites, tels que les surfaces géométriques ou les infiniment petits. Notre être pensant exige pour son exis-

(1) Ce paragraphe et les suivants sont extraits du chapitre V : *Contingence et Corrélation, insuffisance de l'idée de causation.*

tence active un certain degré d'uniformité des perceptions, il n'exige pas, pour sa conduite, une identité *absolue*. S'il suit exactement la même marche aujourd'hui, il attend fermement le même résultat qu'hier ; si la préparation de ce qui formait sa nourriture, quand on la recommence aujourd'hui, produit relativement la même nourriture et non un poison ; si la conduite qui tendait au bien-être dans le passé, quand on la tient de nouveau, tend en grande partie au même degré de bien-être dans le présent, alors le degré d'identité est pratiquement suffisant pour l'être raisonnable. C'est ce degré relativement grossier de la routine de nos perceptions qui a conduit finalement le genre humain au concept limite de causation. Cependant, ceux qui n'ont pas réfléchi très soigneusement sur ce sujet s'écrient : « Mais avec des causes exactement pareilles nous aurons exactement les mêmes effets ». Peut-être que oui, et peut-être que non. Aussi loin que s'étend notre expérience, rien dans l'univers ne s'est jamais répété et ne se répétera jamais exactement. Vous ne pouvez avoir exactement les mêmes causes, parce que toute chose qui est arrivée antérieurement ou qui arrive en même temps dans l'univers est, dans une mesure plus ou moins grande, une cause de quelque autre chose. Ce fait est une des raisons pour lesquelles la définition de la cause et de l'effet est en réalité si vague. L'uniformité de la « routine » familière à l'homme qui passe peut être beaucoup plus flottante que celle de la routine d'une expérience que le physicien ou le chimiste idéalise comme identité absolue ; mais, dans les deux cas, l'uniformité est une question de degré. L'homme qui passe ne fait peut-être pas attention qu'il n'y a pas deux échantillons auxquels les physiciens et les chimistes donnent le même nom, qui soient toujours absolument identiques ; les constantes numériques qu'ils obtiennent diffèrent toujours si les mesures ou les déterminations sont faites avec une extrême précision. Sans doute, le physicien dira que si ses matériaux étaient les mêmes, son appareil le même, son entourage le même, et lui-même le même, l'identité absolue de la loi de causalité serait démontrée. C'est possible, mais cela revient en somme à admettre que cette loi de causalité ne réside pas dans les phénomènes tels que nous les observons, mais est simplement une limite mentale tracée idéalement, comme toute autre limite, à l'aide de l'expérience réelle ; c'est une conception utile, mais nullement une réalité agissant comme une assise placée sous les phénomènes. Les conclusions des physiciens et des chimistes sont basées sur des expériences *moyennes*, il n'y en a pas deux qui concordent exactement ; à tout le moins ce sont des routines de perceptions qui possèdent une certaine variabilité. Cette variabilité, ils peuvent l'attribuer à des erreurs d'observation, à des impuretés de leurs échantillons, aux facteurs physiques de l'entourage, mais elle n'en existe pas moins. Si on l'élimine à l'aide de moyennes, on passe aussitôt du domaine des perceptions au domaine des conceptions, et l'on construit un univers modèle, non l'univers réel.

SUBSTITUTION DE LA CATÉGORIE DE L'ASSOCIATION
A CELLE DE LA CAUSATION

Si nous regardons l'individualité comme la condition de toute existence, et l'uniformité comme un terme relatif dépendant de la finesse de la classification, nous voyons que le lien de cause à effet, mesuré par la routine des perceptions, implique seulement un certain degré de ressemblance, non une répétition absolue. La loi de

causalité est une fiction conceptuelle des phénomènes, elle ne réside véritablement pas dans leur essence. Le problème actuellement posé devant l'homme est un problème beaucoup plus vaste que celui de « causation », et peut se résumer comme il suit : Si les « causes » ont tel ou tel degré de ressemblance, dans quelle mesure les « effets » seront-ils semblables ? Ici, au sens le plus général, une cause est quelque chose qui précède ou accompagne un phénomène, et la question est de savoir, si nous faisons varier cette cause, dans quelle mesure variera ou changera le phénomène. Si la variation de la cause ne produit aucun effet sur le phénomène, nous sommes dans le cas d'indépendance absolue ; si nous constatons que la cause a fait varier complètement et seule le phénomène, nous dirons qu'il y avait dépendance absolue. Une pareille dépendance absolue à l'égard d'une cause mesurable unique est certainement l'exception, si même elle se présente jamais quand l'observation est suffisamment précise. Elle correspondrait à la limite conceptuelle — dont l'existence réelle est très douteuse. Mais, entre ces deux limites : indépendance absolue et dépendance absolue, tous les degrés d'association peuvent se rencontrer. Quand nous faisons varier la cause, le phénomène change, mais pas toujours dans la même mesure ; il change, mais son changement comporte une variation. Plus faible est la variation de ce changement, plus la cause définit étroitement le phénomène, plus exactement nous pouvons affirmer qu'il y a association ou corrélation. Ce concept de corrélation entre deux événements embrassant toute relation, depuis l'indépendance absolue jusqu'à la dépendance complète, forme la catégorie la plus vaste par laquelle nous ayons à remplacer la vieille idée de causation. Toute chose ne se produit qu'une fois dans l'univers, il n'y a pas d'identité absolue, ni de répétition. Les phénomènes individuels ne peuvent être qu'ordonnées ; le problème que nous avons en vue revient à chercher jusqu'à quel point un groupe de choses semblables, mais non absolument les mêmes, choses que nous appellerons « causes », sera accompagné ou suivi par un autre groupe de choses semblables, mais non absolument les mêmes, choses que nous appellerons effets.

Appelons ces deux groupes A et B, et voyons combien le nouveau concept de corrélation est plus vaste et pourtant mieux défini que le vieux concept de causalité. Dans le groupe A nous plaçons un certain nombre de choses, A_1, A_2, A_3, \dots , définies comme ayant un certain degré de ressemblance.

Elles ne sont pas absolument les mêmes, parce qu'elles dépendent, en réalité, quant à leur ressemblance, d'une infinité de caractères, dont un très petit nombre sont ou peuvent être, pour le moment, examinés et identifiés. Le degré de ressemblance peut être faible, par exemple si A désigne un homme, ou il peut être grand, par exemple si A est un échantillon chimiquement pur d'hydrogène ; dans les deux cas pourtant, il n'y a uniformité absolue, ni dans la chose même, ni dans son milieu ; le milieu est d'ailleurs un facteur qui n'est pas, comme certains le supposent, absolument distinct ni indépendant de la chose.

Observons maintenant notre second groupe B, il contient des choses B_1, B_2, B_3, \dots , choses qui peuvent être des phénomènes, ou des qualités, ou des attributs des choses du groupe A. Si, à un certain degré de précision de l'observation ou de la mesure, nous ne distinguons pas, ou ne pouvons pas distinguer, A_1 de A_2 ou A_3 , etc., et si nous ne distinguons pas ou ne pouvons pas distinguer B_1 de B_2 ou B_3 etc., nous dirons que A produit B, ou est la cause de B, et nous sommes dans le cas de la causation idéale du physicien. Mais dans la plupart des cas, même si nous faisons

tous nos efforts pour arriver à l'uniformité des A, nous trouvons des différences observables et mesurables des B. Pour un A donné, nous obtenons une file, un groupe de valeurs de B. Par exemple pour un A_p particulier — que nous ne pouvons distinguer d'un autre de la sous-classe p de A — nous trouvons une série de B visiblement différents, soit B_1 se présentant n_{p1} fois, B_2 se présentant n_{p2} fois, et ainsi de suite. Ce groupe d'objets B comporte une *variation*.

Plus les B se rassemblent exactement dans un même groupe, plus faible est la variation; mais l'étendue de la variation est une question de degré: plus nos instruments d'observation et de mesure sont fins, plus on est loin de l'accord avec le principe de causation, plus le résultat de l'observation diffère de l'uniformité que suppose ce principe.

Si au lieu de A_p , nous partons d'un A_q distinct de A_p , nous constatons que B_1 se présente n_{q1} fois, B_2 se présente n_{q2} fois, et ainsi de suite. Nous pouvons ainsi obtenir une distribution générale des B pour chaque classe de A. Si nous passons successivement à tous les individus A, en nombre N, nous obtenons une table telle que la suivante:

Types de A observés

	A_1	A_2	A_3	A_p	Total
B_1	n_{11}	n_{21}	n_{31}	n_{p1}	n_{a1}
B_2	n_{12}	n_{22}	n_{32}	n_{p2}	n_{a2}
B_3	n_{13}	n_{23}	n_{33}	n_{p3}	n_{a3}
...
...
B_s	n_{1s}	n_{2s}	n_{3s}	n_{ps}	n_{as}
...
...
Total. . .	n_{1b}	n_{2b}	n_{3b}	n_{pb}	N

Une table de ce genre s'appelle une table de *contingence*. Le résumé scientifique définitif, ou la description de la relation entre deux choses, peut toujours être présenté ainsi sous forme d'une table de contingence. Si nous considérons la population « N », où la relation entre A et B a été observée ou mesurée, nous remarquons alors que la chose, le phénomène ou la qualité A se présente n_{pb} fois sous la forme A_p . En classant les manières dont A_p est associé avec B, sous ses différentes formes, nous notons, en lisant la colonne verticale dont l'entête est A_p , que A_p se présente avec B_1 n_{p1} fois, avec B_2 n_{p2} fois, avec B_s n_{ps} fois. En d'autres termes, n_{ps} indique le nombre de fois que A_p est associé avec B_s ; le nombre noté dans chaque « case » est le nombre de fois que se présente l'association de l'A placé en tête de la colonne, avec le B placé à la gauche de la rangée, dans laquelle se trouve la case. Quand le lecteur aura bien pénétré la nature de cette table, il aura saisi l'essence du concept d'association entre la cause et l'effet et la nature de la limite idéale qui constitue la causation (1).

(1) Un « solide » forme de cellules analogues, dans un espace à plusieurs dimensions, constitue le point de départ des théories logistiques modernes.

MESURE SYMBOLIQUE DE L'INTENSITÉ DE L'ASSOCIATION
OU DE LA CONTINGENCE

Qu'entendons-nous maintenant, quand nous disons que B est indépendant de A ? Évidemment ceci : quel que soit l'A que nous choisissons, nous ne changerons pas la proportion des B observés.

En d'autres termes, la distribution proportionnelle des B, sous chaque Ap, doit être la même que la distribution totale des B, dans la population ou l'univers en question, c'est-à-dire que la distribution donnée dans la colonne des totaux à droite. Exprimons-le symboliquement :

$$\frac{n_{ps}}{n_{pb}} \text{ doit être égal à } \frac{n_{as}}{N},$$

ou :

$$n_{ps} = \frac{n_{pb} \times n_{as}}{N}.$$

Si n_{ps} n'est pas égal à cette fraction, B n'est pas indépendant de A mais lui est *contingent* (1). L'écart

$$n_{ps} = \frac{n_{pb} \times n_{as}}{N}$$

est appelé la contingence de la case $p_1 s$; c'est l'écart entre, d'une part; le nombre observé des A_p et B_s associés, et, d'autre part, le nombre qu'on obtiendrait dans le cas d'indépendance absolue. Une table de contingence telle que nous en avons figuré le schéma ci-dessus, représente le syllogisme quantifié de la science d'observation, lequel remplace dans toutes les applications le syllogisme stérile de la vieille logique d'Aristote. Nous ne disons pas, « quelque B est A », mais nous indiquons numériquement combien des B de chaque classe sont associés avec chaque catégorie des A.

Pratiquement, d'ailleurs, il est impossible de former un tableau de toute la population et de tout l'univers des choses A et B. Comme dans bien d'autres cas, nous prenons ici un échantillon pour représenter cet univers, et nous devons prendre de grandes précautions non seulement pour que notre échantillon soit une véritable éprouvette, mais encore pour que nos conclusions basées sur l'échantillon soient appréciables à l'univers en question. La théorie des épreuves — leurs erreurs probables et leur emploi légitime — forme le sujet principal de la statistique scientifique moderne; on ne peut s'en occuper ici, mais on peut développer la notion de contingence, notion fondamentale et facile à saisir. C'est la base du vaste concept d'association, qui se substitue aux anciennes notions trop limitées de cause et effet.

Éprouvons et fouillons cette notion de contingence. Soit v_{ps} le contenu de la case ps si A et B étaient indépendants; n_{ps} — v_{ps} mesure alors, pour cette case, l'écart à partir de la grandeur correspondant à l'indépendance. Il est clair qu'un tel écart

(1) Puisque évidemment on peut remplacer N par n_{ab} , l'algèbre des variables non contingentes entre elles peut se développer en partant de $(ab) \times (ps) = (pb) \times (as)$, expression qui fournit une définition symbolique de la multiplication.

doit être rapporté au nombre total des unités contenues dans cette case, c'est dire que le rapport $\frac{n_{ps} - v_{ps}}{v_{ps}}$ constitue une mesure convenable de la contingence de la case.

Cet écart peut être, soit par excès, soit par défaut, en plus ou en moins : comme, dans les deux cas, sa signification est la même, élevons-le au carré pour le mesurer, soit : $\left(\frac{n_{ps} - v_{ps}}{v_{ps}}\right)^2$. Enfin il faut rapporter cette mesure à la population totale, c'est-à-dire la multiplier par le facteur $\frac{v_{ps}}{N}$ qui mesure le rapport du contenu de la case particulière à l'univers observé. En sommant les qualités, telles que

$$\frac{(n_{ps} - v_{ps})^2}{v_{ps} N}$$

ainsi obtenues, pour toutes les cases, on obtient ce qu'on appelle le *moyen carré de contingence*, pour l'ensemble du tableau. Comme une somme de carrés multipliés par des facteurs numériques positifs ne peut être nulle que si chaque carré est nul, c'est-à-dire, dans le cas présent, si $n_{ps} = v_{ps}$ pour chaque case, la condition essentielle de l'indépendance de deux caractères est que le moyen carré de contingence soit nul.

Passons au cas extrême opposé, et supposons que la classe des B soit rigoureusement définie par la classe des A. Notre tableau prend alors la forme typique suivante, une catégorie seulement des B correspondant à chaque catégorie des A :

Type des A

	A ₁	A ₂	A ₃	A _p	Total
<i>Type des B</i>	B ₁	n ₁₁	0	0	0	n ₁₁
	B ₂	0	n ₂₂	0	0	n ₂₂
	B ₃	0	0	n ₃₃	0	n ₃₃

	B _p	0	0	0	n _{pp}	n _{pp}
	0
	0
	0
	0
	Total . . .	n ₁₁	n ₂₂	n ₃₃	n _{pp}

Ici B₁ est rigoureusement associé avec A₁, B₂ avec A₂, etc. On peut toujours le supposer puisqu'il n'y a pas d'ordre spécial pour chaque genre des A et des B ; ce sont de simples groupes de classification. Cherchons maintenant le moyen carré de contingence pour une distribution telle que celle du tableau ci-dessus, qui comprend, sur une ligne diagonale, des cases comportant les fréquences finies, n₁₁, n₂₂, n₃₃... n_{pp}... les fréquences étant nulles dans toutes les autres cases.

Considérons, par exemple, la première colonne : la valeur de $v_{1,1}$ est $n_{1,1} \times \frac{n_{1,1}}{N}$, et en substituant à $v_{1,1}$, cette valeur dans l'expression $\frac{(n_{1,1} - v_{1,1})^2}{v_{1,1} N}$ nous avons :

$$\frac{(n_{1,1} - v_{1,1})^2}{v_{1,1} N} = \left(1 - \frac{n_{1,1}}{N}\right)^2 = 1 - \frac{2n_{1,1}}{N} + \frac{n_{1,1}^2}{N^2}.$$

Pour l'ensemble des cases vides de la première colonne, on obtient la somme :

$$\frac{\left(0 - \frac{n_{1,1} n_{22}}{N}\right)^2}{\frac{n_{1,1} n_{22}}{N} N} + \frac{\left(0 - \frac{n_{1,1} n_{32}}{N}\right)^2}{\frac{n_{1,1} n_{32}}{N} N} + \dots = \frac{n_{1,1}}{N} \left(\frac{n_{22}}{N} + \frac{n_{32}}{N} + \dots\right) = \frac{n_{1,1}}{N} \left(1 - \frac{n_{11}}{N}\right).$$

Ajoutant cette valeur à celle qui correspond à la première case nous obtenons le moyen carré de contingence de la première colonne, soit, après réduction, $1 - \frac{n_{11}}{N}$.

Opérant de même pour les autres colonnes et formant la somme pour les m colonnes s'il y a m valeurs de A , le moyen carré de contingence pour l'ensemble du tableau est égal à $m - \frac{n_{11} + n_{22} + n_{32} + \dots}{N} = m - 1$, valeur qui ne dépend que du nombre

des classes que l'on peut distinguer parmi les A . Ce résultat peut se traduire en disant que si une classe A particulière détermine rigoureusement une classe B particulière, le moyen carré de contingence ne dépend que du nombre des classes susceptibles de différenciation, sa grandeur est d'une unité inférieure à ce nombre.

En langage mathématique, quand A détermine rigoureusement B , B est dit une fonction de A . Si, pour toute variation de A , il y a une variation de B , et s'il n'y a pas deux B correspondant à des A différents qui soient semblables, il est clair qu'alors m devient infini. Ce qui revient à dire que, si une quantité est fonction d'une autre, le moyen carré de contingence tend vers l'infini. Nous avons ainsi obtenu une certaine quantité, le moyen carré de contingence qui, dans le cas d'indépendance absolue, prend la valeur 0, dans le cas de dépendance absolue, c'est-à-dire quand il existe une relation fonctionnelle, prend une valeur infinie. Ce sont les deux limites extrêmes des modes de relations, limites que, sous l'influence dominante des idées physiques, nous sommes trop enclins à considérer comme les deux seules catégories possibles, celle de l'indépendance et celle de la causation absolue. En fait, ce sont les limites extrêmes de la table de contingence à l'aide de laquelle nous pouvons résumer toute notre expérience de l'association de couples de phénomènes. Ces limites extrêmes, nous le soupçonnons fortement, ne sont que les limites conceptuelles de l'expérience réelle. A tout le moins, beaucoup de choses passent, dans l'univers, pour absolument indépendantes, dont, par une analyse plus fine ou une observation plus délicate, l'on démontrerait l'association. Beaucoup d'autres sont considérées comme unies par des liens de causalité parce que nous ne pouvons encore percevoir la variation qui existe dans la file des B associés à un A donné, tandis que nous pouvons percevoir la différence entre cette file et la file qui correspond à un second A . Dans le premier cas, le moyen carré de contingence est si petit que nous ne pouvons déter-

miner sa valeur ; dans l'autre cas il est si grand que pratiquement on le regarde comme infini.

Cependant, dans la présente étude, nous ne ferons pas usage du moyen carré de contingence pour mesurer l'interdépendance de deux choses. Si S représente le moyen carré de contingence, nous emploierons comme mesure de l'interdépendance

un coefficient de contingence C (1) lié à S par la formule $C = \sqrt{\frac{S}{1+S}}$. La raison

qui nous conduit à choisir cette expression est que, sous certaines restrictions, la grandeur C est la même que celle dont on se sert pour mesurer les relations réciproques et que l'on appelle coefficient de corrélation : celle-ci est très utile quand les deux choses à comparer sont des quantités qui varient d'une manière continue. On voit immédiatement que le coefficient de contingence dépend rigoureusement du moyen carré de contingence ; il est nul si les phénomènes en question sont absolument indépendants, il devient égal à l'unité si, pour toute altération de l'un, il se produit un changement correspondant dans l'autre ; c'est-à-dire si l'un des phénomènes est fonction de l'autre. Entre ces valeurs, zéro et un, le coefficient peut prendre une valeur quelconque ; chaque valeur mesure l'écart à partir de l'indépendance, c'est-à-dire apprend de combien le lien entre les phénomènes se rapproche de la limite conceptuelle de causation, du lien fonctionnel qui limite le domaine étroit dans lequel les physiciens ont travaillé jusqu'à présent. Les brillants résultats acquis dans ce domaine ont conduit l'homme de science et le philosophe à s'apercevoir qu'aucune expérience ne démontre de causation ; toute expérience révèle une association plus ou moins étroite, à un degré variable. La véritable démonstration de la loi de causalité implique des antécédents — c'est-à-dire des causes — qui sont purement conceptuels et jamais réels. La permanence et l'absence d'individualité des éléments de l'univers physique apparaissent seulement de la même façon que la conformité des briques d'un bâtiment, dans nombre de cas où l'on ne les regarde que d'un point de vue statistique. La répétition exacte de tous les antécédents n'est jamais possible ; tout ce que nous pouvons faire est de classer les choses en catégories semblables, à un certain degré de précision, et de noter si les choses que nous observons comme dérivant des premières leur sont semblables à un autre degré de précision. Que nous opérions en physique, en zoologie, en botanique, en sociologie, en médecine, ou en toute autre science, nous formons en réalité une table de contingence. La causalité du physicien résulte uniquement — non du fait que le coefficient de contingence de tout ce qui est physique soit égal à l'unité — mais de ce qu'il a pénétré profondément, pour son plus grand profit, dans le domaine où la contingence est très voisine de l'unité et où on a pu idéaliser les rapports sous forme de fonctions mathématiques. Que des effets *analogues* dérivent de causes analogues (ici le mot *analogue* est employé en opposition avec le mot *même* de la loi conceptuelle de causalité), ou que pour beaucoup de phénomènes le degré de contingence soit élevé, c'est là la source de la routine que nous avons constatée dans les perceptions. D'ailleurs, faire entrer tous les phénomènes de l'univers dans

(1) Le moyen carré de contingence et de coefficient de contingence sont sujets à des corrections qui dépendent du nombre des groupes de classification des A et des B, de la grandeur de « l'échantillon », qui dépendent aussi d'autres questions d'une grande importance pratique, mais qu'on laissera de côté ici ; il suffit d'insister sur les concepts logiques fondamentaux.

la catégorie de contingence plutôt que dans celle de causalité, c'est là une opération qui fait époque dans l'histoire des idées.

LA CAUSALITÉ ET LA CONTINGENCE DE L'UNIVERS

Presque toutes les traditions qui ont embarrassé la marche de la pensée humaine ont été le produit, non de l'expérience directe, mais d'une déduction mentale fondée sur une trop petite série d'expériences. Il suffit de considérer les systèmes préco-perniciens de l'univers ou les notions étroites telles que « matière » et « force », « atome » et « éther », pour voir comment le concept mental domine l'expérience, et parvient même souvent à être accepté comme un fait d'expérience. C'est dans une telle enceinte idéale qu'on finira par établir la loi de causalité entendue au sens sec et absolu.

L'univers est formé d'entités innombrables, chacune probablement individuelle, chacune probablement non permanente ; tout ce dont l'homme peut venir à bout, c'est de classer ces entités par la mesure, ou par l'observation de caractéristiques, en classes d'individus analogues. Grâce à cette classification, on peut noter des variations dans les classes, et le problème fondamental de la science est de découvrir comment la variation dans une classe est corrélative ou contingente à la variation dans une seconde classe. Consciemment, plus souvent inconsciemment, l'homme de science forme toujours des tables de contingence. Si, pour tout individu défini dans une classe A, le savant trouvait un unique individu défini associé avec le premier dans la classe B, il dirait que B est une fonction A ; mais en fait, si ses instruments d'observation et de mesure sont assez précis, il trouve invariablement, pour chaque A choisi, une série — concentrée ou non — d'individus B. De cette série il passe, par un processus purement conceptuel, à une limite où B est conçu mentalement comme une fonction de A. A est considéré comme définissant absolument B ; nous sommes passés des faits d'expérience à la limite conceptuelle de fonction, ou à la loi de causalité. D'après les vues les plus nouvelles, et je pense les plus vraies, sur l'univers, toutes les choses existantes sont, à quelque degré, plus ou moins fortement associées. Les êtres sont individuels ; on les classe par un processus humain, rationnel, pour économiser la pensée. Toute variation dans les êtres d'une classe doit être associée à une variation correspondante dans les êtres d'une seconde classe. La science détermine à quel degré le lien qui unit ces variations concomitantes est serré ou lâche. Avec les anciennes notions de cause et d'effet on tentait de faire tenir l'univers dans ces deux limites conceptuelles de l'expérience — et cela ne pouvait qu'échouer ; dans notre expérience les choses ne sont pas, soit indépendantes, soit cause et effet. Toutes les classes de phénomènes sont liées ensemble, et, dans chaque cas, le problème est de voir à quel degré l'association est étroite. La similitude des causes produit la similitude des effets ; nous pouvons mesurer le degré de similitude, soit qu'il s'agisse d'une réaction chimique ou de la ressemblance d'une aptitude entre parent et enfant. Il n'est question d'identité absolue en aucun cas ; il y a une grande marge de différence dans la ressemblance, mais les deux problèmes ne sont que des variantes d'un seul et même problème logique : le problème de la contingence placé à la base de la science moderne.

L'attitude intellectuelle par laquelle on assigne à tous les êtres des degrés divers

d'association, et non pas les seuls états de dépendance ou d'indépendance, idéalise l'univers sous une nouvelle catégorie. Elle se libère définitivement des anciennes distinctions entravantes entre les phénomènes vitaux et les phénomènes physiques, distinctions qui n'existent pas dans ces phénomènes mêmes, mais dans les limites conceptuelles que l'intelligence en a tirées, que l'homme — selon son habitude — oublieux de sa propre facilité créatrice, a converties en une réalité qui domine au delà de ses perceptions et est extérieure à lui. Tout l'univers dont l'homme est pourvu est ressemblance et variation; l'homme y a introduit l'idée de fonction, parce qu'il désirait économiser son énergie intellectuelle, laquelle est limitée.

L'UNIVERS COMME ENSEMBLE COMPLEXE
DE PHÉNOMÈNES CONTINGENTS, NON LIÉS PAR DES CAUSES

L'univers est une somme de phénomènes dont certains sont plus contingents, d'autres moins, à chacun des autres : telle est la conception, plus vaste que celle de causalité, que nous pouvons à présent tirer de notre expérience élargie. Le but de la science cesse d'être la découverte des « causes » et des « effets ». Pour prédire l'expérience future, la science recherche les phénomènes qui sont liés au plus haut degré, les cas dans lesquels la variation de B pour un A donné, ou pour un complexe donné de A, C, D, E, etc., est la plus petite possible. De ce point de vue elle ne constate pas de distinction de genre, mais seulement des distinctions de degré, entre les données, entre les méthodes appliquées, ou entre les « lois » qui en découlent, dans les recherches physiques, biologiques ou sociales. Toutes ces recherches fournissent, ou doivent fournir : 1° une routine conceptuelle, expression fonctionnelle de l'expérience moyenne; 2° une mesure des déviations probables à partir de cette routine, laquelle serve de guide pour apprécier la somme de variation constatée. Comme, dans certaines expériences physiques, cette variation est faible, on l'a souvent négligée comme une chose de peu de valeur pratique — une routine peut varier même considérablement sans que son allure soit bouleversée. Mais cette négligence ne justifie pas la supposition que notre routine conceptuelle, produit du traitement statistique de l'expérience, représente une relation fonctionnelle réellement présente derrière les phénomènes. Cette projection du concept mental dans l'au-delà des perceptions n'est justifiée par aucune expérience. Il y a toujours dans les phénomènes non organiques comme dans les phénomènes organiques une variation résiduelle. Les répétitions sont semblables dans certaines limites, mais elles ne sont pas les mêmes, car les antécédents ne sont que semblables, ils ne sont jamais les mêmes. De ce point de vue l'univers apparaît comme un univers de variation plutôt que comme un univers régi par la loi de causalité au sens le plus strict. Aucun phénomène n'est cause; tous les phénomènes sont contingents, et le problème qui se pose devant nous est de mesurer le degré de cette contingence qui, nous l'avons vu, est compris entre le zéro de l'indépendance et l'unité de la causation. Telle est, brièvement indiquée, d'après notre expérience, la vue plus large que nous devons désormais emporter de l'univers.

LA MESURE DE LA CORRÉLATION ET SA RELATION
AVEC LA CONTINGENCE

Il y a association complète, relation fonctionnelle ou causale, entre A et B, s'il n'existe aucune variation dans aucun groupe quel qu'il soit, s'il n'y a qu'une valeur de B pour chaque valeur de A. Comme auparavant, supposons que le nombre total des B qui se rencontrent avec A_p soit n_{pb}, et soit $\bar{\beta}_p$ la valeur moyenne de B dans la colonne A_p; soit β_p une valeur particulière quelconque de B dans cette colonne, considérons l'expression $(\bar{\beta}_p - \beta_p)^2$. Il est évident que sa valeur ne peut s'annuler que si $\beta_p = \bar{\beta}_p$, ou si la valeur particulière de B coïncide avec la moyenne de la série. Il en résulte que si nous additionnons ensemble toutes les expressions semblables, pour la colonne considérée, ou, en employant l'expression technique, si nous *sommons* $(\beta_p - \bar{\beta}_p)^2$ pour la colonne, cette somme de carrés ne peut s'annuler que si tous les points des groupes se confondent. Cette somme s'écrit $S(\beta_p - \bar{\beta}_p)^2$; en la divisant par le nombre n_{pb} des éléments de la série on obtient la moyenne des carrés des écarts des points de la série, soit σ_p^2 dont la racine carrée σ_p s'appelle l'écart type de la série. L'écart type est évidemment une bonne mesure de la variation dans la série. Supposons maintenant que nous formions une quantité u, qui soit la moyenne de la somme des carrés des différences entre chaque valeur et la valeur moyenne de la colonne à laquelle elle appartient, on aura

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{N} \{ S(\beta_1 - \bar{\beta}_1)^2 + S(\beta_2 - \bar{\beta}_2)^2 + \dots + S(\beta_p - \bar{\beta}_p)^2 + \dots \} = S \left(\frac{n_{1b}}{N} \times \frac{(\beta_1 - \bar{\beta}_1)^2}{n_{1b}} \right) \\ &+ S \left(\frac{n_{2b}}{N} \times \frac{(\beta_2 - \bar{\beta}_2)^2}{n_{2b}} \right) + \dots + S \left(\frac{n_{pb}}{N} \times \frac{(\beta_p - \bar{\beta}_p)^2}{n_{pb}} \right) + \dots \\ &= \frac{1}{N} (n_{1b} \sigma_1^2 + n_{2b} \sigma_2^2 + \dots + n_{pb} \sigma_p^2 + \dots) \\ &= \text{moyenne des carrés des écarts types de toutes les colonnes, chaque colonne étant} \\ &\quad \text{affectée d'un « poids » égal au nombre des éléments qu'elle contient.} \end{aligned}$$

D'après la première ligne de cette suite d'égalités u ne peut être nul que quand l'association devient fonctionnelle ou causale. D'après la dernière ligne, si les deux phénomènes sont sans relation, comme chaque colonne ne comprend que la répétition de l'univers des B,

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_p^2 \dots$$

et est égal à Σ^2 , si Σ^2 est le carré de l'écart type, soit $\frac{1}{N} S(\beta - \bar{\beta})^2$, $\bar{\beta}$ étant la moyenne des B pour l'univers des B. Par conséquent, u/Σ^2 prend toute valeur comprise entre zéro et l'unité quand nous passons de l'association complète à l'indépendance absolue.

Envisageons maintenant u sous un autre aspect; on a :

$$\begin{aligned} S(\beta_p - \bar{\beta}_p)^2 &= S(\beta_p^2) - 2 S(\beta_p \bar{\beta}_p) + S(\bar{\beta}_p^2) \\ &= S(\beta_p^2) - 2 n_{pb} \bar{\beta}_p^2 + n_{pb} \bar{\beta}_p^2 \\ &= S(\beta_p^2) - n_{pb} \bar{\beta}_p^2 \\ &= S(\beta_p - \bar{\beta})^2 + 2 \bar{\beta} S(\beta_p) - n_{pb} (\bar{\beta}^2 + \bar{\beta}_p^2) \\ &= S(\beta_p - \bar{\beta})^2 - n_{pb} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_p)^2. \end{aligned}$$

d'où

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{1}{N} \{ S (\beta_1 - \bar{\beta})^2 + S (\beta_2 - \bar{\beta})^2 + \dots + S (\beta_p - \bar{\beta})^2 + \dots \} \cdot \\
 &\quad - \frac{1}{N} \{ n_{1b} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_1)^2 + n_{2b} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_2)^2 + \dots + n_{pb} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_p)^2 + \dots \} \\
 &= \Sigma^2 - S \left\{ \frac{n_{pb} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_p)^2}{N} \right\}
 \end{aligned}$$

Mais

$$\frac{S \{ n_{pb} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_p)^2 \}}{N}$$

est égal au carré de l'écart type des moyennes de ces séries, chaque série étant affectée d'un poids égal au nombre des individus de la série. Si nous appelons η le rapport de l'écart type des moyennes des groupes à l'écart type de l'univers des B, nous avons

$$\eta = \frac{1}{\Sigma} \left\{ \frac{S n_{pb} (\bar{\beta} - \bar{\beta}_p)^2}{N} \right\}^{\frac{1}{2}} = \sqrt{1 - \frac{u}{\Sigma^2}}.$$

η est appelé le *rapport de corrélation*. Il est évident que, si $\eta = 1$, $u = 0$, l'association est causale. Si, d'autre part, $\eta = 0$, alors $u = \Sigma$, chaque groupe est la reproduction en miniature de toute la population des B, c'est-à-dire qu'il y a indépendance absolue entre A et B. Pour les valeurs de η comprises entre 0 et 1 il y a association limitée entre A et B, c'est-à-dire que la variation dans une colonne particulière quelconque, est moyennement moindre que celle de la population entière. Ainsi nous voyons que le coefficient de corrélation η , exactement comme le coefficient de contingence C, mesure, par des valeurs comprises entre 0 et 1, le degré de dépendance de tout couple de deux phénomènes *mesurables*.

La ressemblance générale entre les deux idées, celle de contingence et celle de corrélation, paraîtra évidente au lecteur. Dans chaque cas nous comparons la variation dans une série de B à celle de l'univers entier des B. Si ces variations ont la même distribution, il n'y a rien de particulier pour la série des B qui correspond à un A particulier, et par conséquent B n'est ni contingent ni corrélatif à A. D'autre part, si la variation dans la série est nulle parce que tous les B de la série tombent dans une case particulière, c'est-à-dire si la bande se réduit à une courbe, les quantités sont absolument dépendantes, il y a contingence absolue, ou corrélation parfaite. Ainsi, par les deux valeurs extrêmes et communes, zéro et l'unité, nos deux coefficients représentent les mêmes idées générales. Entre ces deux extrêmes elles ne prennent pas toujours des valeurs identiques pour les mêmes données, à moins que la distribution de la fréquence ne soit d'un caractère spécial, caractère qui, d'ailleurs, se rencontre très fréquemment. Il serait impossible ici d'étudier la question à fond; mais on peut démontrer que si le nombre des cases dans la table de contingence est assez grand, le coefficient de corrélation et le coefficient de contingence prennent pratiquement des valeurs numériques très voisines par les mêmes données. Ces valeurs permettent de déterminer, par des classifications qualitatives ou quantitatives, le lien entre deux phénomènes quelconques de l'univers. Elles constituent le fondement des idées les plus récentes sur la nature; par elles on mesure l'association entre les phénomènes, et l'on réduit la causation et la fonction mathématique à un cas spécial et extrême de la contingence.