

LUCIEN MARCH

Note sur un calcul du nombre des parents d'une population donnée

Journal de la société statistique de Paris, tome 42 (1901), p. 320-324

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1901__42__320_0

© Société de statistique de Paris, 1901, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

III.

NOTE SUR UN CALCUL DU NOMBRE DES PARENTS D'UNE POPULATION
DONNÉE

L'application de la loi de 1898 relative aux accidents dont les ouvriers sont victimes dans leur travail a soulevé divers problèmes démographiques.

Un de ces problèmes, né de l'application de l'article 3 de la loi, a été posé récemment aux Services techniques de l'Office du travail. Il semble intéressant d'expliquer ici comment il a été traité à l'aide des données statistiques dont on dispose actuellement, et de publier des tableaux qui, formés pour l'étude d'une question spéciale, peuvent être utiles à d'autres études.

L'article 3, paragraphe C, de la loi du 9 avril 1898 stipule que les ascendants à la charge de la victime d'un accident mortel recevront une rente lorsque la victime n'aura laissé ni enfant ni conjoint.

Le point de départ d'estimations relatives aux dépenses qui peuvent résulter de cet article est la détermination du nombre des pères et mères des individus soumis à l'application de la loi, d'où la question suivante :

Étant donnée une population salariée de 100 000 personnes, combien ces 100 000 personnes ont-elles de pères et de mères (on ne tiendra compte que des parents légitimes) ?

Le recensement de 1896 fait connaître la répartition des salariés de l'un ou l'autre sexe en 7 groupes d'âges. En ne considérant que les salariés occupés dans les établissements industriels (y compris les entreprises de transport) on a obtenu les nombres suivants :

	Hommes.	Femmes	Ensemble.
Moins de 18 ans	313 771	190 006	503 777
De 18 à 24 ans	486 345	260 379	746 724
De 25 à 34 —	709 810	193 782	903 592
De 35 à 44 —	531 959	132 014	663 973
De 45 à 54 —	357 999	88 719	446 718
De 55 à 64 —	188 054	51 934	239 988
De 65 ans et plus . . .	74 233	27 423	101 656
Age inconnu.	92 366	33 439	125 805
Totaux.	2 754 537	977 696	3 732 233

A l'aide de ce tableau on peut, par interpolation, calculer approximativement la distribution par âge, année par année, de la population étudiée et par suite classer celle-ci par année de naissance.

Par un calcul analogue, la statistique annuelle des naissances permettra de déterminer la distribution par âge des pères et des mères des nouveau-nés à chaque époque et de connaître les nombres des pères et des mères, dont est issue chaque génération de salariés. Il ne restera plus qu'à calculer, à l'aide d'une table de survie, combien de ces pères et mères sont encore vivants en 1896.

1° Distribution par âge, année par année, de la population salariée.

Il convient d'observer d'abord que la répartition des hommes, indiquée par le tableau ci-dessus, présente une anomalie correspondant au groupe d'âge 18 à 24 ans. Une partie importante de la population, qui devrait être occupée dans l'industrie, se trouve retenue par le service militaire. Il est bon de rectifier cette anomalie et d'interpoler sur des résultats rendus réguliers par l'adjonction des militaires.

La statistique du recrutement de l'armée pour 1896 nous apprend qu'à cette date le contingent comprenait 491 000 sous-officiers et soldats incorporés présents, dont :

197 000 ayant moins d'un an de service ;
294 000 — plus — —

Ce dernier nombre comprend des militaires ayant deux ans de service et d'autres ayant trois ans.

Nous admettrons la répartition suivante :

Ayant moins d'un an de service . . .	(21 ans)	197 000
— de un à deux ans de service . . .	(22 ans)	154 000
— de deux à trois ans de service . .	(23 ans)	140 000

Parmi ces militaires, combien sont enlevés à l'industrie ? Nous admettrons qu'ils doivent être répartis dans la population professionnelle proportionnellement à l'importance des groupes professionnels d'après le recensement, soit :

50 p. 100 dans l'agriculture ;
30 — dans l'industrie ;
20 — dans le commerce et les professions libérales.

Toutefois, ces proportions ne doivent pas être appliquées indifféremment aux jeunes gens ayant un an de service et à ceux qui comptent plus d'un an de service. Nous admettrons que les jeunes gens appartenant à la classe des salariés de l'industrie et astreints au service militaire représentent 30 p. 100 des incorporés ayant moins d'un an de service et 35 p. 100 des autres. D'après cela, les jeunes gens enlevés à l'industrie par le service militaire, en 1896, se distribuaient ainsi :

59 000	âgés de 21 ans en 1896 ;
54 000	— 22 —
49 000	— 23 —
<hr/>	
162 000	

En ajoutant ce nombre 162 000 aux 746 724 individus âgés de 18 à 24 ans du tableau ci-dessus, la courbe de répartition devient régulière et l'on peut plus commodément s'en servir pour déterminer la distribution année par année. Ensuite, on retranchera des nombres correspondants aux âges 21, 22 et 23 ans, respectivement 59 000, 54 000 et 49 000 unités.

On se contentera d'une interpolation graphique suffisante dans le cas qui nous occupe. En effet, les données du problème présentent quelque incertitude ; la répar-

tion par âge de la population étudiée n'est sans doute pas très exacte pour les raisons indiquées dans le compte rendu des résultats du recensement; la table de survie dont nous nous servirons s'applique sans doute peu rigoureusement à la même population. D'autre part, le résultat cherché résulte d'un calcul qui porte sur tous les éléments de la distribution; il y aura donc une certaine compensation des erreurs de sens divers commises sur les tranches successives de population.

Bref, la distribution à laquelle nous sommes parvenus par simple interpolation graphique fournit, pour une population de 10 000 personnes prises en 1896, le nombre de celles qui sont nées aux diverses années, 1822, 1823, etc.

A chacune de ces années le nombre des parents est double du nombre des naissances (sous correction qui sera faite plus loin).

Reste à déterminer maintenant la distribution par âge de ces parents.

2° Distribution par âge des parents des nouveau-nés.

La statistique annuelle des naissances ne fait connaître le classement des parents par groupes d'âge que depuis 1892; encore les résultats de 1893 et de 1895 ne peuvent-ils être utilisés.

Mais, on observe que ce classement varie peu d'une année à l'autre, qu'il est sensiblement le même pour les garçons et les filles; nous adopterons comme applicable aux années antérieures la répartition applicable à l'année 1892, et nous interpolerons d'après cette répartition. Des raisons analogues à celles indiquées plus haut, au sujet de la répartition des salariés, justifient l'emploi d'une méthode sommaire telle que la construction d'un graphique.

Voici les chiffres publiés en 1892 relativement au classement des naissances légitimes d'après l'âge des pères et d'après l'âge des mères :

Age du pere.		Age de la mere.	
		Moins de 15 ans . . .	644
Moins de 20 ans . . .	3 330	De 15 à 19 ans. . . .	31 350
De 20 à 24 ans . . .	44 467	De 20 à 24 —	179 062
De 25 à 29 — . . .	210 854	De 25 à 29 —	235 466
De 30 à 34 — . . .	216 861	De 30 à 34 —	175 233
De 35 à 39 — . . .	150 662	De 35 à 39 —	107 436
De 40 à 44 — . . .	91 586	De 40 à 44 —	44 607
De 45 à 49 — . . .	42 269	De 45 à 49 —	6 345
De 50 ans et plus . .	20 117	De 50 ans et plus. . .	942
Age inconnu	1 916	Age inconnu.	1 310
	782 062		782 062

De ce tableau on a tiré les nombres proportionnels par année d'âge qui figurent sur le tableau de la page 324.

3° Calcul des parents survivants.

Le tableau de la page 324 contient maintenant les éléments nécessaires au calcul du nombre des parents survivants.

Prenons, pour origine des années, l'année 1800 :

Soit N_x le nombre des salariés qui sont nés durant l'année x ; x varie de 22 à 86.

Soit, à l'époque de leur naissance :

p_y le nombre proportionnel (en millièmes) de leurs pères âgés de y années sur 1 000 pères de tous âges;

m_y le nombre proportionnel de leurs mères âgées de y années sur 1 000 mères;

Soit, d'autre part, S_z le nombre des survivants à l'âge z dans une population suivie à partir de sa naissance.

Le nombre des parents âgés de y années des N_x individus nés durant l'année x , est égal à $N_x(p_y + m_y)$.

Entre l'année x et l'année 1896 il s'est écoulé $(96 - x)$ années. Par conséquent, pour obtenir le nombre des survivants en 1896 parmi les $N_x(p_y + m_y)$ personnes, il suffira de multiplier ce nombre par $\frac{S_{96-x+96}}{S_y}$.

Le nombre des parents d'âge y à la naissance et survivant en 1896 sera donc :

$$(p_y + m_y) N_x \frac{S_{96+y-x}}{S_y}$$

Par suite, le nombre total des parents des ouvriers considérés sera :

$$\sum_{x=22}^{x=86} \sum_{y=15}^{y=70} (p_y + m_y) N_x \frac{S_{96+y-x}}{S_y}$$

Pour effectuer le calcul, on met cette expression sous la forme :

$$\sum_{y=15}^{y=70} \frac{p_y + m_y}{S_y} \sum_{x=22}^{x=86} N_x S_{96+y-x}$$

Pour effectuer les opérations placées sous le second signe Σ , on forme un tableau à double entrée dont les lignes horizontales portent en tête les valeurs successives de S , et les colonnes les valeurs successives de N .

Les produits de chaque valeur de N par chaque valeur de S sont inscrits aux points d'intersection des colonnes et des rangées et pour obtenir la somme $\Sigma N_x S_{96+y-x}$, il suffit d'ajouter ces produits suivant des lignes diagonales successives. Soit T l'une des sommes ainsi obtenues, on calcule ensuite :

$$\Sigma \frac{p_y + m_y}{S_y} T.$$

En employant la table de survie de la Caisse nationale de retraites pour la vieillesse (1), nous sommes parvenus à un nombre total de 109 400 parents pour 100 000 salariés dont la distribution par âge serait conforme au tableau de la page 324.

Ce nombre doit subir une correction afin de tenir compte des enfants illégitimes. La proportion des naissances légitimes variant fort peu d'une année à l'autre, on

(1) *Annuaire statistique de 1892*, 3-4, p. 53.

peut la supposer constante et adopter comme coefficient sa valeur moyenne de 1822 à 1886, soit 92,6 p. 100.

De plus, il y a, parmi les naissances légitimes, des naissances multiples, en sorte que le nombre des parents n'est pas tout à fait le double du nombre des naissances, ainsi qu'on l'a admis jusqu'à présent.

La proportion des enfants, que l'on peut appeler supplémentaires, est à peu près égale à 2,2 p. 100 de l'ensemble des naissances.

Par conséquent, il convient de réduire encore de 2,2 p. 100 le total des naissances servant au calcul du nombre des parents, c'est-à-dire que ce total doit être multiplié par $0,926 \times 0,978$, soit par 0,905.

En définitive, 100 000 salariés en 1896 ont $109\,400 \times 0,905$ parents vivants, soit environ 99 000. D'où cette conclusion : dans les hypothèses admises, le nombre des parents légitimes vivants des individus qui appartiennent à la population salariée est à peu près égal à l'effectif de cette population.

Distribution par âge, pour 10 000 personnes de chaque catégorie.

AGES.	EMPLOYÉS ET OUVRIERS de L'INDUSTRIE.		PÈRES ET MÈRES des NOUVEAU-NÉS LÉGITIMES.		AGES.	EMPLOYÉS ET OUVRIERS de L'INDUSTRIE.		PÈRES ET MÈRES des NOUVEAU-NÉS LÉGITIMES.	
	Hommes.	Femmes.	Pères.	Mères.		Hommes.	Femmes.	Peres.	Meres.
10	1	1	»	»	43	177	121	209	81
11	12	12	»	»	44	173	119	187	55
12	40	49	»	»	45	167	114	155	32
13	105	170	»	»	46	158	110	130	19
14	192	308	»	7	47	151	105	106	13
15	241	453	»	34	48	144	101	84	9
16	280	508	»	55	49	137	97	65	7
17	304	521	5	77	50	132	92	45	5
18	323	508	12	100	51	124	87	35	3
19	335	477	25	135	52	117	83	28	2
20	342	432	46	195	53	111	78	21	1
21	131	384	73	300	54	105	74	16	1
22	152	345	103	405	55	99	69	12	»
23	178	315	140	570	56	92	66	10	»
24	367	292	206	820	57	85	62	10	»
25	325	264	265	687	58	78	59	9	»
26	300	243	403	626	59	72	55	9	»
27	286	226	530	589	60	66	52	9	»
28	274	214	685	570	61	61	50	8	»
29	266	204	825	543	62	56	48	8	»
30	258	195	667	515	63	51	46	8	»
31	251	187	598	486	64	46	44	7	»
32	244	180	545	453	65	42	40	7	»
33	238	173	500	415	66	38	37	6	»
34	233	167	470	381	67	34	34	5	»
35	230	161	442	343	68	31	31	4	»
36	223	156	416	408	69	29	29	3	»
37	216	151	390	272	70	26	27	»	»
38	209	146	357	241	71	24	25	»	»
39	202	142	325	211	72	20	23	»	»
40	195	138	287	180	73	17	20	»	»
41	189	132	259	143	74	14	18	»	»
42	183	128	233	111					
			ÂGES MOYENS.			10 000	10 000	10 000	10 000
						33 ans 10 mois.	30 ans 4 mo s.	34 ans.	29 ans.

Lucien MARCH.