

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

LUCIEN MARCH

Quelques exemples de distribution des salaires

Journal de la société statistique de Paris, tome 39 (1898), p. 193-206

http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1898__39__193_0

© Société de statistique de Paris, 1898, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

III.

QUELQUES EXEMPLES DE DISTRIBUTION DES SALAIRES

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE COMPARATIVE DES MÉTHODES D'AJUSTEMENT.

I.

Lorsque l'on consulte les livres de paie d'un industriel afin de connaître le salaire de ses ouvriers, on est frappé des différences qui se manifestent de l'un à l'autre. Ces différences, qui s'expliquent naturellement par la diversité des tâches, des facultés, des aptitudes, doivent être éliminées, si l'on veut atteindre à une vue d'ensemble permettant des comparaisons générales. C'est dans ce but que l'on cal-

cule la *moyenne* des salaires, quotient du salaire total distribué par le nombre des parties prenantes.

On pourrait choisir d'autres éléments de comparaison. Ainsi, si l'on supposait tous les ouvriers de l'usine rangés par ordre de salaire décroissant, on pourrait adopter comme élément de comparaison le salaire de l'ouvrier qui se trouverait au milieu de la rangée, c'est-à-dire la valeur *médiane* du salaire. On pourrait de même adopter une fonction définie quelconque des divers salaires, rendue indépendante du nombre des ouvriers : la moyenne étant la plus simple, la plus aisément calculable de ces fonctions, on s'en tient généralement à la moyenne.

La moyenne apparaît donc comme un excellent élément de comparaison, bien qu'elle ne constitue pas une valeur particulièrement remarquable parmi les divers salaires.

Si l'on veut étudier d'une manière plus complète la feuille de paie, on est amené ensuite à dresser la liste des salaires rapportés à une certaine unité de temps, la journée ou l'heure de travail, par exemple, et à noter en regard de chaque salaire le nombre de ceux qui le gagnent. On a ainsi synthétisé sur un tableau l'emploi détaillé de la somme totale distribuée aux ouvriers.

Ce tableau peut d'ailleurs être interprété graphiquement par un diagramme établi en portant sur une ligne horizontale des longueurs représentatives des divers taux de salaires et sur des lignes verticales les nombres d'ouvriers aux différents taux. On obtient ainsi une ligne polygonale toujours fort irrégulière.

Veut-on éliminer la considération du nombre particulier des ouvriers du groupe, on calculera et l'on portera en ordonnées, au lieu des nombres absolus des personnes à chaque taux de salaire, des pourcentages par rapport à leur nombre global.

Nous avons composé un certain nombre de tableaux de distribution de ce genre, pour quelques ensembles d'ouvriers étudiés à diverses époques et dans différents pays.

Ces tableaux sont résumés ci-après, pages 196 et 197.

Dans une première colonne, on a inscrit les salaires par journée de travail (ou quelquefois par dix heures) en prenant pour unité 0 fr. 50 c., puis, en regard du salaire n , et pour chaque groupe d'ouvriers auquel une colonne est réservée, on a inscrit le nombre proportionnel — par rapport au nombre global — de ceux dont le salaire est compris entre $n - \frac{1}{2}$ et $n + \frac{1}{2}$ (y compris $n + \frac{1}{2}$).

En tête de chaque colonne se trouve la désignation du groupe d'ouvriers considéré et le nombre total de ces ouvriers sur lequel on a opéré.

Voici la nomenclature des groupes étudiés.

A) FRANCE. — 1^o Résultats de l'enquête de la chambre de commerce de Paris en 1860 (1) :

Colonne 2. — Ouvriers en métaux ;

— 3 — — du bâtiment ;

— 4. — Ensemble des ouvriers, sauf ceux de l'alimentation

L'enquête n'a pas mis à part les ouvriers logés et nourris, et la valeur du logement et de la nourriture n'a pas été ajoutée aux salaires relevés ; c'est pourquoi nous avons laissé

(1) Chambre de commerce de Paris, statistique de l'industrie à Paris, 1864.

de côté le groupe de l'alimentation, qui comprend la majeure partie des ouvriers logés et nourris. On peut raisonnablement admettre que les ouvriers logés et nourris appartenant aux autres groupes sont trop peu nombreux pour modifier la distribution. Cette lacune de l'enquête empêche d'ailleurs d'utiliser le tableau des salaires des femmes.

Il convient d'ajouter encore que les chiffres relevés par l'enquête ne résultent vraisemblablement que d'évaluations. Notons enfin que les contremaîtres sont compris dans le personnel étudié.

2° Résultats de l'enquête de l'office du travail en 1891-1893 :

Colonne 5. — Partie des ouvriers (contremaîtres exclus) observés dans le département de la Seine (1) : ce sont les ouvriers payés au temps passé et un petit nombre seulement de ceux aux pièces.

Colonne 6. — Partie des ouvriers observés en province : contremaîtres et ouvriers au temps et aux pièces; mais, pour ceux aux pièces, la distribution résulte d'un calcul approximatif qui fournit des salaires, rapportés à l'unité de temps, probablement un peu trop faibles.

Colonne 7 — Partie des ouvriers en métaux (contremaîtres exclus), payés au temps passé, dans l'ensemble de la France.

3° Agents des manufactures de l'État et des compagnies de chemins de fer (2) [non compris les contremaîtres d'atelier et les employés de bureau].

Colonnes 8 à 14.

B) ALLEMAGNE. — Salaires des ouvriers mineurs du bassin de Dortmund (3) :

Colonne 15. — 1^{er} trimestre 1895;

Colonne 16. — 3^e trimestre 1896.

La distribution des salaires a été déterminée pour chaque trimestre intermédiaire, nous ne donnons ici que les résultats relatifs aux trimestres extrêmes. Ces résultats ont été publiés par les chefs d'entreprise à l'occasion de différends avec les ouvriers.

C) ÉTATS-UNIS. — Enquêtes du Département fédéral du travail à Washington :

Colonnes 17 à 20. — Industries textiles (4), mines de houille et fabriques de coke (5), industries métallurgiques (5), verrerie (4).

Les contremaîtres sont compris, mais ce ne sont souvent pas eux qui ont les salaires les plus élevés; d'autre part, il manque un certain nombre d'ouvriers aux pièces pour lesquels on n'a pu mettre la durée du travail en regard du salaire perçu.

Colonne 21. — Ouvriers de chemins de fer (6). Ont été exclus du tableau les employés de bureau d'un certain rang et les contremaîtres, lesquels figurent dans le relevé américain.

A part les chiffres américains, qui ont été publiés avec plus de détails que n'en comporte le tableau ci-après, les autres n'ont pas toujours été fournis de 0 fr. 50 c. en 0 fr. 50 c. Les chiffres extrêmes notamment, pour les salaires en deçà d'un certain taux ou au delà d'un certain taux, sont presque toujours donnés en bloc, conformément à un usage regrettable.

Afin de donner une image uniforme de la distribution dans chaque cas, nous

(1) *Salaires et durée du travail dans l'industrie française*. Impr. Nationale. 1893; tome 1^{er}.

(2) *Répartition des salaires dans les manufactures de l'État et les compagnies de chemins de fer*. Impr. Nationale, 1896

(3) Extrait d'un Rapport du consul de France à Dusseldorf communiqué à l'Office du travail.

(4) *Seventh Annual report of the Commissioner of labor*, 1892.

(5) *Sixth Annual report*, 1891.

(6) *Fifth annual report*, 1890.

des ouvriers gagnant chaque salaire par jour de travail.
 se trouve le nombre des ouvriers gagnant de $\frac{n^f}{2} - 0^f,24$ à $\frac{n^f}{2} + 0^f,25$.)

MINES ALLEMANDES (Dortmund).		ENQUÊTE DU « DEPARTMENT OF LABOR » DES ÉTATS-UNIS.					Salaires		OBSERVATIONS.																	
1er trimestre 1895	3e trimestre 1896	Industries textiles	Mines de houille et coke	Métallurgie	Verrerie	Chemins de fer (3)	[unité = 0f,50].	(23)																		
[158 000 ouvriers. (15)	[465 430 ouvriers]. (16)	[27831 ouvriers]. (17)	[6 552 ouvriers]. (18)	[12 878 ouvriers]. (19)	[6 579 ouvriers]. (20)	[213 173 ouvriers]. (21)	(22)																			
P. 10 000.	P. 10 000.	P. 10 000.	P. 10 000.	P. 10 000.	P. 10 000.	P. 10 000.	P. 10 000.																			
47	45	1	»	»	30	1	1	(1) Au delà de 70, les proportions sont les suivantes : <table style="margin-left: 20px;"> <tr><td></td><td>P. 10 000.</td></tr> <tr><td></td><td>—</td></tr> <tr><td>71.</td><td>8</td></tr> <tr><td>74.</td><td>11</td></tr> <tr><td>81.</td><td>1</td></tr> <tr><td>85.</td><td>2</td></tr> <tr><td>108.</td><td>4</td></tr> <tr><td>179.</td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>10 000</td></tr> </table>		P. 10 000.		—	71.	8	74.	11	81.	1	85.	2	108.	4	179.	1		10 000
	P. 10 000.																									
	—																									
71.	8																									
74.	11																									
81.	1																									
85.	2																									
108.	4																									
179.	1																									
	10 000																									
95	91	45	»	2	6	3	2																			
142	136	388	40	10	201	4	3																			
173	128	727	40	10	201	4	4																			
370	2,6	811	92	31	1 130	82	5																			
880	582	687	184	15	292	»	6																			
1 040	8,4	1 407	34	40	826	150	7																			
1 150	965	899	181	217	276	»	8																			
1 750	1 210	655	117	155	256	420	9																			
1 800	1 530	1 235	767	681	320	»	10																			
1 820	1 590	507	591	436	122	2 250	11																			
680	1 225	698	651	994	324	»	12																			
268	6,8	274	1 152	1 397	398	2 220	13																			
108	319	824	366	1 373	403	»	14																			
37	6,4	181	389	860	618	1 535	15																			
30	5,2	94	655	590	250	»	16																			
24	4,2	146	898	486	388	990	17																			
18	3,2	105	562	466	203	»	18																			
12	2,1	91	588	208	146	950	19																			
11	1,9	37	1 870	187	369	»	20																			
10	1,8	42	117	264	218	210	21																			
9	1,6	34	497	238	77	»	22																			
8	1,4	7	64	92	23	330	23																			
7	1,2	29	176	106	61	»	24																			
6	1,0	20	29	104	50	266	25																			
5	0,9	10	9	64	35	»	26																			
4	0,7	10	20	47	23	194	27																			
3	0,5	3	3	23	21	»	28																			
2	0,3	1	2	61	2	181	29																			
1	0,1	20	17	68	32	»	30																			
»	»	1	5	89	40	21	31																			
»	»	4	3	17	50	»	32																			
»	»	4	3	25	228	52	33																			
»	»	2	2	202	56	»	34																			
»	»	9	4	42	99	62	35																			
»	»	1	2	28	2	»	36																			
»	»	1	3	40	82	11	37																			
»	»	1	11	99	27	»	38																			
»	»	1	2	18	149	31	39																			
»	»	9	2	31	245	»	40																			
»	»	»	»	26	38	9	41																			
»	»	1	»	19	219	»	42																			
»	»	»	»	7	88	3	43																			
»	»	1	»	10	67	»	44																			
»	»	»	»	8	320	3	45																			
»	»	»	»	2	103	»	46																			
»	»	»	»	6	21	»	47																			
»	»	1	»	2	26	»	48																			
»	»	»	»	6	109	7	49																			
»	»	3	»	3	27	»	50																			
»	»	1	»	7	121	1	51																			
»	»	»	»	19	204	»	52																			
»	»	»	»	12	81	»	53																			
»	»	»	»	1	29	»	54																			
»	»	»	»	2	»	1	55																			
»	»	1	»	7	44	»	56																			
»	»	»	»	»	»	1	57																			
»	»	»	»	»	3	»	58																			
»	»	»	»	»	82	»	59																			
»	»	1	»	5	»	»	60																			
»	»	»	»	1	33	»	61																			
»	»	»	»	»	»	»	62																			
»	»	»	»	2	»	1	63																			
»	»	3	»	2	21	»	64																			
»	»	1	»	2	20	»	65																			
»	»	»	»	2	49	»	66																			
»	»	»	»	1	24	»	67																			
»	»	»	»	1	33	»	68																			
»	»	»	»	7	55	1	69																			
»	»	»	»	12	5	»	70																			
10 000	10 000	10 000	10 000	(1)	(2)	10 000																				

(2) Au delà de 70, les proportions sont
 les suivantes :

	P. 10 000.
	—
71.	56
72.	5
74.	8
76.	87
79.	15
86.	2
87.	2
89.	5
91.	2
104.	2
108.	2
109.	2
122.	2
	10 000

(3) Dans cette colonne, le nombre d'ouvriers inscrit en regard du salaire n s'applique à tous ceux qui gagnent de $\frac{n^f}{2} - 0^f,49$ à $\frac{n^f}{2} + 0^f,50$.

avons interpolé et extrapolé, soit par parties proportionnelles, soit graphiquement, les nombres donnés en bloc, de manière à ce que les taux de salaire pris pour base varient uniformément de 0 fr. 50 c. en 0 fr. 50 c.

Nous n'avons fait exception que pour les chemins de fer américains, dont le tableau est donné entièrement par variation de franc en franc.

Si l'échelle de la distribution, au lieu de varier de 0 fr. 50 c. en 0 fr. 50 c., varierait de 0 fr. 25 c. en 0 fr. 25 c., la distribution serait plus exacte, mais beaucoup plus irrégulière qu'elle ne le paraît sur notre tableau. Voici, par exemple, quelques-uns des nombres absolus d'ouvriers métallurgistes relevés d'après le 6^e rapport annuel du département américain du travail, tableau XIII.

Dollars.	Nombre d'ouvriers.	Dollars.	Nombre d'ouvriers.
—	—	—	—
.	1,35. . .	1 082
0,80. . .	90	1,40. . .	621
0,85. . .	189	1,45. . .	1 148
0,90. . .	41	1,50. . .	596
0,95. . .	159	1,55. . .	511
1,00. . .	612	1,60. . .	448
1,05. . .	266	1,65. . .	312
1,10. . .	152	1,70. . .	321
1,15. . .	409	1,75. . .	305
1,20. . .	710	1,80. . .	257
1,25. . .	569	1,85. . .	343
1,30. . .	717

La représentation graphique d'une telle distribution est une ligne polygonale à dentelure très variée.

II.

Si l'on examine un polygone de distribution de salaires quelconques, on constate d'abord que ce polygone part généralement d'un point situé à droite de l'origine des salaires et voisin de cette origine ; souvent il part du zéro lui-même.

On peut admettre, en effet, qu'il n'existe pas de salaires négatifs. Il y a bien des cas où des apprentis paient pour être occupés, mais ce qu'ils versent représente le prix de leur instruction et non une somme qu'ils donneraient pour pouvoir effectuer un travail productif. D'autre part, le cas d'apprentis ou de jeunes gens travaillant sans rémunération à titre de stage correspond à un salaire nul, et, comme les cas de ce genre existent, mais en très petit nombre, on peut admettre, d'accord avec l'expérience, que tout polygone de distribution de salaires part approximativement du zéro.

A partir du zéro, le tracé s'élève assez rapidement : le nombre des ouvriers occupés à chaque taux de salaire tend à devenir de plus en plus grand ; cependant, les irrégularités sont nombreuses, il y a accumulation en regard des chiffres ronds.

Puis, à partir d'un certain taux, le nombre des ouvriers, qui tendait d'abord à croître, tend maintenant à décroître ; la ligne polygonale se rapproche de l'axe des

salaires et suit cet axe de très près, sur une étendue assez grande, jusqu'à la valeur du salaire qu'aucun ouvrier ne dépasse.

Aucun polygone de distribution de salaires ne semble avoir d'axe de symétrie.

En général, lorsqu'on se trouve en présence d'une ligne de ce genre, plus ou moins sinuose, on peut espérer l'idéaliser en la remplaçant par une courbe qui, négligeant les oscillations secondaires, donnera simplement la physionomie du mouvement principal. Ici, ce mouvement principal est évidemment d'abord une ascension, puis une descente. La courbe en question s'élèvera d'abord au-dessus de l'axe des salaires, pour redescendre ensuite vers cet axe : elle passera donc par un maximum, c'est-à-dire qu'il existe une tendance à la concentration des salaires aux environs d'une certaine valeur. Nous appellerons cette valeur, valeur *normale* (ou *type*) ; sa considération a une certaine importance.

Presque toujours, lorsqu'on veut faire une évaluation consciencieuse, mais rapide, du salaire moyen d'une catégorie donnée d'ouvriers, c'est la valeur normale que l'on tend à indiquer : celle qui frappe le plus le souvenir, parce qu'elle est la plus fréquente. Nous disons que l'on tend à « indiquer », parce que la détermination précise de cette valeur normale n'est pas une opération simple.

La valeur normale du salaire est encore celle qui est visée dans les revendications d'un minimum de salaire.

Enfin, cette valeur normale, pour une profession donnée, fait connaître le salaire qui doit être payé à un ouvrier de la profession, en l'absence de base d'estimation. Supposons qu'un ouvrier, embauché sans accord préalable sur le salaire qui lui sera payé, soit tué par un accident au cours de son travail ; en l'absence de renseignements sur sa situation antérieure, l'indemnité réparatrice à verser à ses ayants droit devrait logiquement être basée sur la valeur normale du salaire dans la profession et non sur la valeur moyenne.

Comment déterminer cette valeur normale ?

Revenons au diagramme représentatif de la distribution des salaires des ouvriers métallurgistes aux États-Unis.

Le polygone de distribution présente plusieurs sommets. Parmi ces sommets, il en est un plus haut que les autres ; ainsi, le salaire que gagne le plus grand nombre des ouvriers est égal à \$ 1,45 ou à 7 fr. 25 c. On conçoit cependant que le nombre des ouvriers gagnant 7 fr. 25 c. n'est peut-être supérieur à d'autres que par le fait du hasard ; d'autre part, il peut exister plusieurs sommets d'égale hauteur ou de hauteur presque égale ; enfin, la position du sommet le plus élevé ne peut vraiment indiquer le point de concentration des salaires que si le polygone de distribution est symétrique par rapport à l'ordonnée de ce sommet. Or, ici, la ligne polygonale s'abaisse beaucoup plus brusquement après le sommet le plus élevé qu'avant, et elle se prolonge beaucoup plus loin à droite qu'à gauche.

En somme, de même que, pour comparer les salaires de divers groupes d'ouvriers, on calcule une fonction de tous les salaires qui s'appelle la moyenne, de même, pour déterminer la valeur normale, il est naturel de calculer une autre fonction de tous les salaires, de tenir compte de la situation de tous les ouvriers.

A cet effet, on déterminera une courbe représentative de la distribution. Pratiquement, on cherchera la courbe la plus simple, épousant l'allure générale du polygone de distribution, c'est-à-dire que l'équation de cette courbe ne dépendra que

d'un petit nombre de constantes, ces constantes étant d'ailleurs calculées au moyen de l'ensemble des observations.

On conviendra de choisir une courbe présentant un seul maximum et la position de ce maximum déterminera le salaire normal cherché.

En étudiant diverses méthodes usitées pour la détermination d'une courbe de ce genre, nous en avons adopté une qui conduit à des résultats satisfaisants, tout en étant d'un calcul facile (1). La position du maximum se trouve alors déterminée par la formule

$$d = \frac{I}{S}$$

dans laquelle d représente l'écart entre le salaire normal et le salaire moyen, S le salaire total distribué, et I la somme des carrés des écarts, à partir de la moyenne, des salaires payés aux différents taux (2). On obtiendra la valeur normale du salaire en retranchant du salaire moyen cette quantité d .

Nous exposons en appendice les résultats de l'application de diverses méthodes d'ajustement à la recherche d'une courbe représentative de la distribution des ouvriers de chemins de fer français. C'est la discussion de ces résultats qui nous a conduit à adopter la formule ci-dessus pour calculer la distance de la normale à la moyenne.

III.

Étudions maintenant les distributions qui composent le tableau I, pages 196 et 197.

A cet effet, nous avons formé le tableau II suivant, où l'on trouve d'abord, en regard de chaque groupe d'ouvriers : 1° la valeur normale du salaire, 2° la valeur médiane, 3° la valeur moyenne. Puis, nous avons calculé, et inscrit dans les colonnes 5 à 8 du tableau, les intervalles autour de la normale comprenant, dans chacun des groupes, 30 p. 100, 50 p. 100, 70 p. 100, 90 p. 100 des ouvriers. Ces intervalles sont mesurés, à la même échelle que les salaires, en unités égales à 0 fr. 50 c.

Voici, par exemple, comme le calcul a été conduit pour le 1^{er} groupe : ouvriers en métaux observés à Paris en 1860.

La valeur normale du salaire est égale à 8 fr. 52 c.

En nous reportant au tableau I, colonne (2), nous remarquons d'abord que 8,52 dépasse de 0,02 l'intervalle de 7,50 à 8,50 désigné sous le chiffre 8 dans la colonne (1). Appliquant la règle des parties proportionnelles, nous en concluons que dans ces 0,02 d'intervalle sont compris $0,02 \times 1793$ ouvriers, soit 36, 1793 étant le chiffre des ouvriers dans l'intervalle suivant. Dans cet intervalle, par conséquent, on supposera que 36 ouvriers gagnent de 8 fr. 50 c. à 8 fr. 52 c., et 1 757 de 8 fr. 52 c. à 9 fr. 50 c. Appliquant encore la même règle, sur ces 1 757 ouvriers,

1 500 sont compris dans un intervalle égal $\frac{1\ 500}{1\ 793} = 0,84$.

(1) L'équation de cette courbe est de la forme $x = a x^3 e^{-x}$. C'est la forme proposée par Otto Ammon pour caractériser la distribution des revenus. (Otto Ammon, *Die Gesellschaftsordnung*, 2^e éd., Iéna, 1896, p. 83.)

(2) Si l'on suppose que la surface de la courbe de distribution a une certaine épaisseur uniforme, I est égal au moment d'inertie par rapport à l'axe du centre de gravité; le centre de percussion par rapport à l'axe de y et le point qui fixe la valeur normale du salaire sont symétriques par rapport à l'axe du centre de gravité.

De même, au-dessous de $8,50$, $1\ 500 - 36 = 1\ 464$ ouvriers sont compris dans l'intervalle $\frac{1\ 464}{1\ 568} = 0,93$.

Tableau II. — Éléments caractéristiques de la distribution des salaires pour les groupes figurant au tableau I.

Groupes d'ouvriers observés. (1)	Distance à l'origine de la			Intervalles autour de la normale groupant les proportions suivantes des ouvriers.				Module de dispersion. (9)
	normale. (2)	mediane. (3)	moyenne. (4)	30 o/o. (5)	50 o/o. (6)	70 o/o. (7)	90 o/o. (8)	
<i>Paris (1860).</i>								
Ouvriers en métaux.	8,52	9,24	9,45	1,79	3,49	5,63	12,41	5,64
Ouvriers en bâtiment	8,21	8,77	8,67	2,17	3,34	9,73	10,90	7,57
Ensemble des ouvriers.	7,76	8,42	8,67	2,06	3,53	9,28	11,92	5,36
<i>France (1891-1896).</i>								
Ouvriers de Paris.	10,56	11,61	11,57	2,43	4,38	6,66	15,36	7,32
Ouvriers de province	6,52	7,22	7,26	2,01	4,03	7,00	11,43	5,36
Ouvriers en métaux.	9,82	11,34	11,05	3,42	5,94	10,97	15,32	7,32
Ouvriers des tabacs.	9,79	10,08	10,31	1,56	2,73	4,41	13,21	4,60
Ouvriers des allumettes	8,51	9,12	9,57	2,70	4,57	6,25	13,91	6,00
Ouvrières des tabacs	5,67	6,02	6,34	1,37	2,39	3,80	10,30	3,90
Ouvrières des allumettes.	6,24	6,88	6,98	1,72	3,23	5,05	10,04	4,29
Agents de chemins de fer (à l'heure).	6,87	7,26	7,93	1,55	2,78	4,52	11,74	5,39
Agents de chemins de fer (au mois).	7,15	8,10	9,02	1,76	3,13	5,32	12,76	7,31
Ensemble des agents de chem. de fer.	7,00	7,20	8,52	1,71	2,95	4,81	12,28	6,53
<i>Allemagne (1895-1896).</i>								
Mines } 1 ^{er} trimestre 1895.	8,16	8,63	8,98	2,35	4,05	10,22	11,99	5,18
de Dortmund. } 3 ^e trimestre 1896.	8,77	9,45	9,80	2,75	4,61	11,22	12,99	6,01
<i>États-Unis (1890).</i>								
Chemins de fer.	13,20	13,80	15,20	3,11	5,66	8,66	17,00	10,14
Industries textiles.	7,30	8,58	9,36	3,03	5,36	8,21	14,35	7,76
Mines de houille, fabricat. de coke.	14,58	16,26	15,83	4,49	7,53	10,13	20,30	8,56
Metallurgie	13,32	14,26	17,03	2,27	4,85	9,27	26,08	14,06
Verrerie	7,42	15,48	22,13	7,74	15,20	23,10	49,00	20,88

Donc, 3 000 ouvriers sont compris dans un intervalle autour de la normale 8,52 égal à $0,93 + 0,02 + 0,84 = 1,79$.

De proche en proche, on calculera ainsi les intervalles comprenant 3 000, 5 000, 7 000, 9 000 ouvriers sur 10 000.

Ce procédé est calqué sur celui qu'a fréquemment employé M. Francis Galton, sous le nom de méthode des percentiles. M. Francis Galton partait de l'origine (ou, ce qui revient au même, de la médiane) au lieu de partir de la valeur normale.

Les chiffres des 4 colonnes (5) à (8) nous donnent ainsi un aperçu en raccourci de la distribution des salaires dans chaque groupe, indépendamment de la dissymétrie de cette distribution.

Il est visible d'abord que la loi générale de distribution est à peu près de même forme dans les différents groupes.

En second lieu, les intervalles comprenant une même proportion des ouvriers vont en augmentant à mesure que la moyenne des salaires augmente.

D'où cette conclusion importante : l'inégalité des salaires va en croissant au fur

et à mesure de leur élévation. Au lieu que la courbe de distribution se déplace vers la droite, en s'éloignant de l'origine, au fur et à mesure de la hausse des salaires, tout en restant à peu près semblable à elle-même, elle se déforme et s'étend de plus en plus vers la droite, tout en conservant son point de départ à l'origine.

En même temps, la distance entre la valeur normale et la valeur moyenne du salaire, et par suite la dissymétrie de la courbe, semble augmenter.

Remarquons, d'ailleurs, que la ligne représentative des observations ne pourrait être symétrique que si la valeur normale, la valeur moyenne et la valeur médiane se trouvaient confondues. En fait, aucun des polygones de distribution établis au tableau I n'est symétrique, et l'examen du tableau II montre qu'au moins dans la même industrie la dissymétrie augmente avec le salaire.

Voici, en effet, quelques-uns des chiffres comparatifs les plus intéressants que fournit le tableau II :

Groupes d'ouvriers.		Salaire moyen.	Écart entre la moyenne ¹ et la normale.
<i>France.</i>	Ouvriers en métaux, 1860	9,45	0,93
	— 1891	11,05	1,23
<i>États-Unis.</i> — Ouvriers en métaux, 1890		17,03	3,71
<i>France.</i>	Ensemble d'ouvriers : Paris, 1860	8,67	0,91
	— — 1891	11,57	1,01
<i>France.</i>	Ouvrières des tabacs	6,34	0,67
	Ouvriers des tabacs (1)	10,31	0,52
	Ouvrières des allumettes	6,98	0,74
	1896. Ouvriers des allumettes	9,57	1,06
	Agents de chemins de fer (à l'heure)	7,93	1,06
— (au mois)		9,02	1,87
<i>États-Unis.</i> — Agents de chemins de fer, 1890		15,20	2,00
<i>Allemagne.</i>	Mines { 1 ^{er} trimestre 1895	8,98	0,82
	{ de houille. } 3 ^e — 1896	9,80	1,03
<i>États-Unis.</i> — Mines de houille, 1890		15,83	1,25

Notons que dans la verrerie aux États-Unis, groupe pour lequel le salaire moyen est le plus élevé de tous, l'écart entre la moyenne et la normale est également le plus élevé de tous les écarts du même genre.

En résumé, quel que soit le groupe d'ouvriers considéré, 1° les salaires sont concentrés autour d'une valeur normale. Il y a donc une tendance au maintien du taux du salaire à un type déterminé. 2° A mesure que les salaires augmentent, leur dispersion à partir de la valeur normale et la dissymétrie de la courbe de distribution augmentent également.

L'accroissement de la dispersion ne s'opère pas d'une manière symétrique. La courbe de distribution se déforme, non pas comme si toute la masse des ouvriers participait en même temps à la hausse des salaires, mais comme s'il y avait un

(1) La petitesse relative de l'écart calculé pour les ouvriers masculins des manufactures de tabac peut s'expliquer par le petit nombre des ouvriers de ce groupe.

effort, une tendance constante, venant des ouvriers à salaires élevés, en sorte que l'écart entre la moyenne et la normale tend à s'accroître constamment.

IV.

Ces constatations découlent d'observations faites à des époques différentes et dans des pays différents ; si elles se généralisaient, il en résulterait que deux tendances principales déterminent le mouvement réel des salaires : une tendance à la fixité autour d'une valeur normale et une tendance à l'élévation émanée de la région des salaires élevés.

L'inégalité de plus en plus marquée des salaires apparaîtrait comme la condition naturelle de leur progrès.

Cette inégalité ne se maintient croissante toutefois que si les salaires sont mesurés en nombres absolus, par rapport à l'unité monétaire. Elle devient à peu près constante quand on rapporte les salaires à leur valeur moyenne.

En divisant par chaque salaire moyen les intervalles inscrits dans les colonnes 5 à 8 du tableau II, nous avons obtenu les chiffres du tableau III ci-après. Comparons ces deux tableaux.

Sur le tableau II, nous l'avons déjà dit, le rapport de deux intervalles quelconques inscrits dans une même colonne augmente généralement en même temps que le salaire moyen ; ces mouvements doivent être à peu près parallèles, car sur le tableau III, les intervalles portés dans une même colonne sont peu différents.

Traduisons sous une autre forme les remarques précédentes. Soient, dans des industries similaires, deux groupes de 1 000 ouvriers, l'un il y a quarante ans, l'autre aujourd'hui, ou bien l'un en France et l'autre aux États-Unis. Dans le groupe à salaire le plus bas, le salaire total à distribuer sera, supposons-le, de 100 000 fr., et dans le groupe à salaire le plus élevé, 200 000 fr. (Voir le tableau, p. 204.)

Dans le second groupe, à salaire plus élevé, les parts des divers ouvriers seront notablement plus différentes les unes des autres que dans le premier ; mais la situation relative des ouvriers de l'un ou l'autre des deux groupes, par rapport à la condition moyenne dans chacun de ces groupes, sera à peu près la même.

Il est possible de synthétiser par un seul coefficient la dispersion plus ou moins grande des salaires. Si nous considérons la courbe de distribution choisie comme s'ajustant dans les meilleures conditions au polygone représentatif des observations, cette courbe présente un maximum, comme nous l'avons vu, et de chaque côté de ce maximum, un changement de courbure. A partir d'un certain point, soit vers la droite, soit vers la gauche du maximum, la courbe, de convexe devient concave, c'est-à-dire que les nombres d'ouvriers aux divers taux de salaire, qui, à partir du salaire normal, diminuaient d'abord très rapidement, diminuent beaucoup moins vite après le changement de courbure. Par suite, l'intervalle des points de changement de courbure comprend la majeure partie des ouvriers, celle qui est le mieux concentrée autour de la valeur normale du salaire.

Il est donc naturel de prendre cet intervalle des points de changement de courbure pour module de la dispersion. En partant de l'équation de la courbe à laquelle nous nous sommes arrêtés, cet intervalle est donné par la formule

$$D = 2\sqrt{\frac{I}{N} - \frac{I^2}{S}}$$

N étant le nombre des ouvriers, I et S ayant les mêmes significations que dans la formule $d = \frac{I}{S}$, qui a servi à déterminer la position du salaire normal.

Tableau III. — Éléments de la distribution des salaires, calculés par rapport au salaire moyen.

Groupes d'ouvriers observés.	Valeur absolue du salaire moyen.	Le salaire moyen pris pour unité, intervalles autour de la moyenne groupant les proportions d'ouvriers suivantes.				Valeur relative du module de dispersion.	
		30 o/o.	50 o/o.	70 o/o.	90 o/o.		
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	
<i>France.</i> { Ouvriers en bâtiment (1860)	8,67	0,25	0,38	1,12	1,25	0,87	
	Ouvriers en métaux (1860)	9,45	0,19	0,37	0,56	1,31	0,59
	Ouvriers en métaux (1891)	11,05	0,31	0,54	0,91	1,38	0,66
<i>États-Unis.</i> — Ouvriers métallurgistes (1890) . .	17,03	0,13	0,28	0,54	1,53	0,82	
<i>France.</i> { Ouvriers de Paris (1860)	8,67	0,24	0,41	1,07	1,37	0,62	
	Ouvriers de province (1891)	7,26	0,28	0,55	0,96	1,57	0,74
	Ouvriers de Paris (1891)	11,57	0,21	0,38	0,58	1,33	0,63
	Ouvrières des tabacs (1896)	6,34	0,21	0,38	0,60	1,62	0,61
	Ouvriers des tabacs (1896)	10,31	0,15	0,26	0,43	1,28	0,44
	Ouvrières des allumettes (1896)	6,98	0,25	0,46	0,72	1,43	0,61
	Ouvriers des allumettes (1896)	9,57	0,28	0,48	0,65	1,45	0,62
	Agents de chemins de fer à l'heure (1896).	7,93	0,20	0,35	0,57	1,48	0,68
	Agents de chemins de fer au mois (1896).	9,02	0,19	0,35	0,59	1,41	0,81
<i>États-Unis.</i> — Agents de chemins de fer (1890).	15,20	0,20	0,35	0,57	1,44	0,66	
<i>Allemagne.</i> { Mines { 1 ^{er} trimestre 1895	8,98	0,26	0,45	1,13	1,33	0,58	
	de houille. { 3 ^e trimestre 1896	9,80	0,28	0,47	1,14	1,32	0,61
	Mines de houille (1890)	15,83	0,28	0,48	0,64	1,28	0,54
<i>États-Unis.</i> { Industries textiles (1890)	9,36	0,32	0,57	0,88	1,53	0,83	
	Verrerie (1890)	22,13	0,35	0,69	1,04	2,26	0,94

Sur le tableau II, les valeurs absolues du module de dispersion sont inscrites dans la colonne (9) ; en les divisant par les valeurs correspondantes du salaire moyen, on a obtenu les chiffres portés dans la colonne (7) du tableau III. On voit que les chiffres de la première série augmentent en même temps que la moyenne des salaires, tandis qu'en général ceux de la seconde varient peu et ont souvent tendance à diminuer, dans une même industrie, quand la moyenne des salaires augmente.

Les groupes que nous avons étudiés sont souvent incomplets ; dans bien des cas il manque, comme nous l'avons dit, une bonne partie des ouvriers aux pièces pour lesquels le taux du salaire par unité de temps n'a pu être déterminé. Il est à souhaiter que les enquêtes précises et détaillées se multiplient, afin que les indications précédentes puissent être contrôlées sur de nouveaux groupes bien homogènes d'ouvriers.

Ces indications se sont confirmées surtout lorsque nous avons comparé des groupes relatifs à une même industrie ou à des industries similaires. Certaines

sont un peu moins nettes quand on compare des industries très différentes. Ainsi, le module de dispersion calculé pour les ouvriers de verrerie ne s'amoin-drit pas tout à fait au niveau des coefficients du même genre calculés pour d'autres groupes, quand on la divise par le salaire moyen.

Ces indications subsisteraient-elles entre des groupes d'ouvriers composés non plus par industrie, mais par spécialité professionnelle?

On peut penser *à priori* que, soit d'une industrie à l'autre, soit d'une profession à l'autre, le mouvement des salaires suit les mêmes tendances que dans une même industrie. Toutefois, d'autres observations sont contraires à ces vues. Ainsi, il ressort de l'examen des séries de prix depuis cinquante ans, que les tarifs des ouvriers à bas salaire, hommes de peine, aides, se sont accrus dans une proportion plus forte que les tarifs des ouvriers de métier proprement dits.

On peut poser ainsi les questions, pour la solution desquelles nous avons cherché à rassembler ici quelques données : Comment s'opère la hausse des salaires, est-ce par pression des ouvriers à bas salaires, ou — comme les chiffres rassemblés ici tendent à le faire présumer — est-ce par attraction des ouvriers à hauts salaires? Et, par suite, l'inégalité croissante des salaires n'est-elle pas la condition de leur progrès? D'autre part, cette inégalité des salaires croissante, en valeur absolue, n'est-elle pas accompagnée d'une diminution de l'inégalité relative par rapport au niveau moyen de la vie?

Ces questions nous semblent avoir, au point de vue social, une certaine portée ; nous devons regretter de n'avoir pu apporter ici, pour leur étude, autre chose qu'une très sommaire contribution.

A P P E N D I C E.

CALCUL DES CONSTANTES DE LA COURBE DE DISTRIBUTION DES SALAIRES POUR LA DÉTERMINATION DU SALAIRE NORMAL.

COMPARAISON DE DIVERSES MÉTHODES D'AJUSTEMENT.

1. — *Choix de la courbe de distribution.*

L'examen d'un diagramme construit en portant en abscisses, à partir de zéro, les divers taux de salaires, et en ordonnées les nombres d'ouvriers à chaque taux, conduit à penser que l'allure générale de ce diagramme pourra être convenablement représentée par une courbe de la forme

$$(1) \quad y = \alpha x^{\beta} e^{-\gamma x}.$$

Nous nous proposons d'appliquer à l'un des tableaux de distribution traduits en pourcentages, page 201, par exemple à la distribution du personnel ouvrier des compagnies de chemins de fer français (1), diverses méthodes d'ajustement. Nous

(1) On n'a pas reproduit ici, faute de place, le tableau des nombres absolus d'ouvriers. Il est facile de reconstituer ce tableau à l'aide des pourcentages, et du nombre total des ouvriers de chaque groupe, portés au tableau I.

apprécierons ainsi leur efficacité et nous déterminerons les valeurs du salaire normal qui en résultent.

A. La méthode la plus précise est celle de Legendre ; les valeurs à adopter pour les constantes sont celles qui rendent minimum l'expression $\sum (y - \alpha x^{\beta} e^{-\gamma x})^2$. Mais les calculs sont inextricables lorsqu'on ne connaît pas déjà des valeurs approchées des constantes à déterminer. Or, en statistique, il est rare que l'on connaisse de pareilles valeurs approchées. En effet, comme on le verra plus loin, de faibles différences dans la distribution des nombres à interpoler conduisent souvent à de grandes différences entre les constantes. On peut dire encore qu'une même courbe peut être représentée approximativement par diverses équations de la forme (1), dans lesquelles les constantes α, β, γ auront des valeurs très notablement différentes.

Par suite, si l'on déterminait, par un procédé simple, des valeurs particulières des constantes α, β, γ , on ne pourrait regarder les différences entre ces valeurs particulières et les valeurs cherchées comme représentant de petites quantités ; on ne pourrait donc leur appliquer les règles usitées pour les petites quantités, et la méthode d'approximation n'aurait aucune base logique ; cependant, les calculs seraient encore fort longs.

L'équation (1) se simplifie considérablement ; au point de vue de la détermination des constantes, si l'on prend les logarithmes des deux membres, elle devient alors de la forme

$$(2) \quad \log y = A + B \log x + Cx.$$

Sous cette forme, l'application de la méthode des moindres carrés est facile ; malheureusement, elle ne conduit pas au résultat attendu.

L'application de la méthode donne pour les constantes A, B, C, les valeurs suivantes :

$$(3) \quad \begin{cases} A = 2,6252 \\ B = 2,03827 \\ C = -0,12155 \end{cases}$$

Il est facile de voir que la courbe ainsi obtenue ne s'adapte que très imparfaitement aux observations.

Voici quelques-unes des valeurs calculées et, en regard, les valeurs exactes, soit pour $\log y$, soit pour y . δ représente les différences, exprimées en millièmes, des logarithmes, et Δ , les différences des nombres, par rapport aux valeurs tirées de l'observation.

x	$\log y$		δ	y		Δ
	calculé.	exact.		calculé.	exact.	
1	2,504	1,869	- 635	319	74	- 245
5	3,442	4,073	+ 631	2 768	11 845	+ 9 077
10	3,448	4,009	+ 561	2 807	10 215	+ 7 408
15	3,199	3,235	+ 36	1 582	1 720	+ 138
20	2,846	2,572	- 274	702	373	- 329
25	2,436	2,509	+ 73	273	323	+ 50
30	1,989	1,279	- 710	98	19	- 79
35	1,518	1,146	- 372	33	14	- 19
40	1,389	1,114	- 275	24	13	- 11
45	0,525	1,041	+ 516	3	11	+ 8

(A suivre.)

Lucien MARCH,
Ingénieur à l'Office du travail.