

# JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ STATISTIQUE DE PARIS

BERTILLON

## La théorie des moyennes (suite et fin)

*Journal de la société statistique de Paris*, tome 17 (1876), p. 286-308

[http://www.numdam.org/item?id=JSFS\\_1876\\_\\_17\\_\\_286\\_0](http://www.numdam.org/item?id=JSFS_1876__17__286_0)

© Société de statistique de Paris, 1876, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Journal de la société statistique de Paris » (<http://publications-sfds.math.cnrs.fr/index.php/J-SFdS>) implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme  
Numérisation de documents anciens mathématiques  
<http://www.numdam.org/>

II.

LA THÉORIE DES MOYENNES (*suite et fin*).

13. *Moyennes subjectives.* La variété des formes, des grandeurs, des nuances, etc., est la loi des phénomènes naturels; on n'y trouve jamais deux faits pareils, deux individualités identiques, quelque proche que soit leur parenté. C'est pourquoi, aussitôt que l'homme a élevé son observation au delà des faits individuels, dès que son esprit a saisi des ensembles, des groupes collectifs, génériques ou spécifiques, il n'a pu les caractériser et les décrire qu'en leur accordant des attributs généraux; et s'il estimait que ces attributs convenaient à l'ensemble, c'est justement parce qu'il les faisait moindres que chez les individus où ces attributs sont les plus développés, et plus accusés que chez ceux où ils le sont le moins; ainsi ils tenaient le milieu entre ces extrêmes et répondaient mieux à ce qui se rencontre chez le plus grand nombre. Tel est justement le caractère de la valeur moyenne, quand elle est une moyenne typique. Seulement, de telles notions sont nécessairement très-vagues, et on a senti leur insuffisance dès que la science a éprouvé le besoin d'un déterminisme plus parfait. Par exemple, pour préciser les idées, quelle est la *taille moyenne* de l'homme? Celle des Français diffère-t-elle (et de combien) de celle de l'Anglais, du Russe, du Prussien, du nègre africain, etc...? Varie-t-elle avec la culture, la civilisation, les milieux, ou relève-t-elle exclusivement de l'hérédité? — Voilà des questions qui intéressent le démographe, l'anthropologiste, l'artiste, etc.

14. Cependant, il est manifeste qu'il ne s'agit plus ici d'une grandeur ayant une réalité objective, mais de déterminer une valeur qui, sans être nécessairement propre à une individualité spécifiée, se rapproche le plus possible de celle de chacun des membres de la collectivité. C'est pourquoi cette valeur, qui n'a d'existence que dans notre esprit, nous a paru pouvoir être appelée *subjective*, en opposition avec la précédente qui, se rapportant à un objet déterminé, mérite la qualification d'*objective*. Il est manifeste qu'une telle valeur ne peut avoir de base solide et incontestable que si elle repose sur des mensurations nombreuses, et que ce fondement lui est d'autant plus nécessaire que son existence purement psychique ne permet pas de vérifications objectives. Supposons que l'on mesure 1,000 hommes adultes, mais pris au hasard, de chacune des nations que j'ai nommées, il est vraisemblable que la taille propre à chaque collectivité pourra être appréciée. Cependant, comment s'assurer que ces mensurations sont assez nombreuses pour en extraire avec précision les grandeurs moyennes propres à chaque collectivité? En un mot, comment interroger ces mensurations pour en tirer tout le profit possible? Voilà ce que nous allons montrer par un exemple. — En apparence il s'agira de la stature, mais toute autre grandeur, susceptible d'une traduction numérique, se déterminera d'après les mêmes règles.

**TABLEAU I. — France, période 1851-1860.**

TAILLE DES CONSCRITS par groupes de 27 <sup>mm</sup> ,07.		NOMBRES DES CONSCRITS DE CHAQUE TAILLE (1)				
		EN FRANCE		DANS LE DÉPARTEMENT DU DOUBS		
En pieds = P. et pouces = p.	en millimètres (les 2 nombres inclus).	bruts selon les comptes rendus. (Résultat de fait.) A	rectifiés par le calcul. B	rectifiés par le calcul. b	bruts selon les comptes rendus. (Ré- sultat de fait.) a	
Au-dessous de 4 P. 2 p.	{ au-dessous de 1,353 <sup>mm</sup>		1			
4 P. 2 p. à 4 P. 3 p.	1,354-80 <sup>mm</sup>		4			
— 3 p. à — 4 p.	1,381-1,407	138,623 (a)	14		12	
— 4 p. à — 5 p.	1,408-34		52		61	
— 5 p. à — 6 p.	1,435-61		177		157	
— 6 p. à — 7 p.	1,462-88		547		458	
— 7 p. à — 8 p.	1,489-1515		1,458		3,580	
— 8 p. à — 9 p.	1,516-42		3,580		1,311	
— 9 p. à — 10 p.	{ 1,543-59 1,560-69		4,014	7,175	1,780	3,349
— 10 p. à — 11 p.	1,570-97		32,019 (α)	3,161	1,569	93
4 P. 11 p. à 5 Pieds.	1,598-1,624	109,551	11,718	6,761	574	
5 Pieds à 5 P. 1 p.	1,625-51	167,387	15,774	11,835	1,005	
— 1 p. à — 2 p.	1,652-78	200,585	18,260	17,061	1,590	
— 2 p. à — 3 p.	1,679-1,705	144,227 (b)	15,907	14,538	1,311	
— 3 p. à — 4 p.	1,706-32	148,621 (c)	11,914	17,701	1,600	
— 4 p. à — 5 p.	1,733-60	87,794	7,358	12,937	1,181	
— 5 p. à — 6 p.	1,761-87	45,214	3,677	7,692	738	
— 6 p. à — 7 p.	1,788-1,814	15,790	1,546	3,788	262	
— 7 p. à — 8 p.	1,815-41	8,012	576	1,526	138	
— 8 p. à — 9 p.	1,842-68	2,480	187	550	58	
— 9 p. à — 10 p.	1,869-95	568	55	194	25	
— 10 p. à — 11 p.	1,896-1,922	218	15	59	8	
Au-dessus de 5 P. 11 p.	{ au-dessus de 1,922 <sup>mm</sup>	66	4			
		23	1		3	
		1,401,478	100,000	100,000	9,002	
		Total des conscrits mesurés.			Total des conscrits mesurés.	

(a et α) Le nombre α est artificiellement grossi aux dépens de α par suite des efforts des jeunes conscrits dont la taille est sur la limite pour passer du groupe α dans le groupe a des exemptés pour défaut de taille.

(b et c) Pour les mêmes raisons le groupe c, dont la taille donne accès dans les corps d'élite à plus haute paie (génie et cavalerie légère), est artificiellement grossi au détriment du précédent (b), qui convient pour l'infanterie.

(1) Nous avons dit que nous renvoyions au mot TAILLE le soin de justifier les modifications que la théorie des probabilités nous a autorisé à faire subir aux nombres de fait; nous préviendrons pourtant de suite que les irrégularités qu'on remarque dans la succession des tailles du contingent ont des causes constantes et très-connues: 1° par exemple, ceux qui sont au-dessous de la taille réglementaire sont plus nombreux que de raison, par suite des efforts que font les conscrits dont la taille est sur la limite pour se faire déclarer au-dessous de cette limite; 2° le groupe dont la taille (1,679-1,705) donne entrée dans les corps recherchés du génie et de la cavalerie légère, est également surchargé aux dépens du groupe précédent, destiné à l'infanterie; ce sont ces causes constantes qui rompent la régulière succession des nombres, régularité rétablie par le calcul. S'il fallait prouver que les irrégularités les plus marquées de cette succession, dans la taille de nos conscrits, sont le fait de causes artificielles constantes, et non celui de la nature, il me suffirait de citer la succession suivante empruntée aux documents américains et relatant la mesure de 25,878 volontaires de l'armée du Nord. Ces mensurations, rangées par groupe de 1 pouce anglais d'environ 0<sup>m</sup>,025 forment en fait, je veux dire sans aucun remaniement, la série suivante, où chaque nombre indique combien, pour 1,000 volontaires de toutes les tailles admises, on a trouvé d'hommes de chaque taille, à partir de 1,349<sup>mm</sup>; le premier groupe de 2 s'applique à ceux dont la taille est au-dessous de 1,549,

2, 2, 20, 48, 75, 117, 134, 157, 140, 121, 80, 57, 26, 13, 5 et 3.

Ces 3 derniers au-dessus de 1,930<sup>mm</sup>, le groupe central répondant à la taille de 1,727-1,753 qui comprend la taille moyenne, laquelle est environ de 175, avec un écart médian d'environ 34 millimètres; c'est-à-

15. *Sériation des mesurages.* J'ai relevé avec soin la taille des conscrits français de 1851 à 1860 : si l'on ne fait entrer en ligne de compte que les conscrits qui ont la taille réglementaire ou plus (à cette époque **1,500** millimètres) et formant le contingent annuel, on trouve, par le procédé ordinaire, que la taille moyenne du contingent est de 1,654 millimètres, mais, si l'on ajoute à ce contingent le groupe des conscrits qui en sont rejetés comme trop petits et que l'administration a le tort de donner en bloc, mais que, par un procédé spécial (*voy. TAILLE*), j'ai distribués également par groupes de taille comme ceux dont le détail nous est donné, on peut alors déterminer la taille moyenne de l'ensemble des conscrits. Nous avons trouvé qu'elle doit être environ de **1,640** millimètres pour la France entière et de **1,668** pour le département du Doubs, que nous avons comparativement calculé à part. Le tableau ci-contre relate les données qui ont servi à ce calcul ; nous légitimerons à l'article TAILLE la distribution théorique des 138,623 conscrits dont la taille est regardée comme au-dessous de la taille réglementaire ; ici il ne s'agit pas d'étudier la taille, ni même les procédés de calcul par lesquels on peut espérer de réparer, avec plus ou moins de bonheur, la fâcheuse lacune laissée par l'administration militaire, mais il faut donner une idée juste des qualités et de la signification d'une moyenne typique, ainsi que du surcroît de valeur qu'elle prend lorsqu'elle est accompagnée de la sériation des documents qui ont servi à la former.

16. Dans la première colonne, à gauche, nous avons rapporté la taille de chaque groupe simultanément en millimètres et en pouces de France (27<sup>mm</sup>,07). C'est en effet par pouces que les tailles sont encore relevées et sériées par l'administration militaire qui, malgré la loi française, persévère dans la division par pouces, mais les écrit en millimètres : elle désobéit certainement à l'esprit de la loi, mais elle se flatte d'obéir à la lettre !

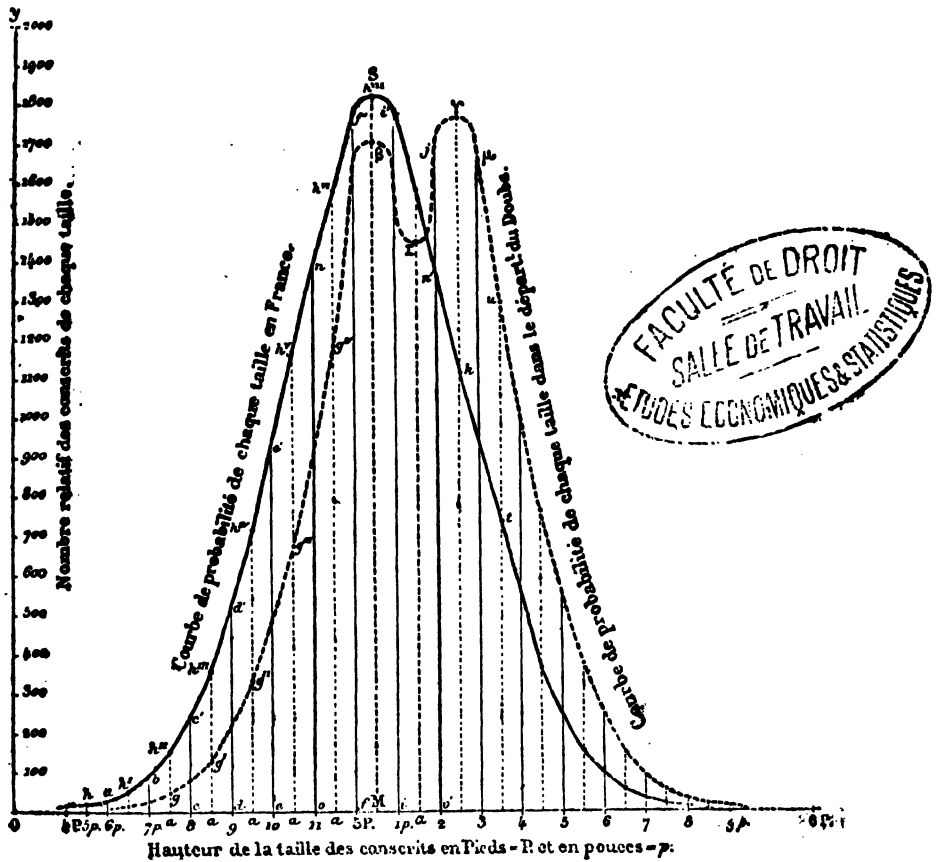
Dans les colonnes **A** et **a**, nous avons transcrit les relevés de faits, somme de dix années. Dans les colonnes **B** et **b** nous avons régularisé, complété la distribution que les données officielles incomplètes et viciées (nous disons en note comment et pourquoi) permettaient pourtant de rétablir avec une très-grande probabilité que, parmi plusieurs autres, le document américain cité en note est venu encore augmenter ; et de plus nous avons ramené proportionnellement les nombres à convenir à un total de 100,000. Il est donc entendu que chaque nombre des colonnes **B** et **b** de ce tableau indique combien de conscrits, sur 100,000, se sont rencontrés être compris dans les tailles déterminées par la première colonne ; ainsi en France, sur un tel nombre de jeunes gens, il y en a au moins **18,260** (c'est-à-dire presque le cinquième et plus du sixième) dont la taille est comprise entre 1,625 et 1,651 millimètres, les deux limites incluses. La signification de tous ces nombres bien comprise, il suffira d'un coup d'œil pour voir que leur loi de succession est la même que celle que nous avons rencontrée dans la détermination de l'ascension droite de la polaire. En effet, en multipliant chacun des nombres des conscrits par leur

---

dire que la taille de la moitié des volontaires est comprise entre 1,716 et 1,784 millimètres. On voit que cette succession est des plus régulières, et, s'il s'était rencontré que la taille moyenne 175 fût le milieu du 8<sup>e</sup> groupe (dont la taille est comprise entre 1,727 et 1,753 millimètres), au lieu de tomber presque dans l'intervalle du 8<sup>e</sup> et du 9<sup>e</sup> groupe, la symétrie serait presque parfaite. Par exemple, c'est parce que la moyenne, au milieu du 8<sup>e</sup> rang, tombe près de sa limite supérieure, que les nombres de gauche, à partir du plus grand groupe, sont toujours plus faibles que ceux de droite. Ainsi il paraît prouvé que, dans la succession des tailles de nos conscrits, ce sont bien les causes constantes, mais artificielles, je veux dire indépendantes de l'organisme humain, qui troublent la régulière succession des nombres, et la théorie ne fait qu'augmenter ces causes perturbatrices.

moyenne taille (par exemple **18,260** par  $\frac{1,625 + 1,651}{2}$  ou **1,638**; de même **15,907** par  $\frac{1,652 + 1,678}{2}$  et ainsi de suite pour tous les autres groupes) et divisant la somme de ces produits par 100,000, on a la taille moyenne; elle est entre 1,639 et 1,640 millimètres, et, en conséquence, se trouve à très-peu près au milieu du plus grand groupe dont la moyenne taille est  $\left(\frac{1,625 + 1,651}{2}\right)$  ou 1,638 millimètres, un peu au-dessus pourtant, et c'est ce qui explique pourquoi le groupe suivant (**15,907**) est un peu plus fort que le précédent (**15,774**). On constate ici, comme précédemment, que le nombre des conscrits de chaque taille, soit au-dessus, soit au-dessous de la taille de ce groupe central, va en diminuant très-régulièrement.

17. En outre, en réunissant à ce plus grand groupe celui qui le précède et celui qui le suit immédiatement dans la série, on a la somme **49,944**, c'est-à-dire environ (à un millième près) la moitié de tous les conscrits mesurés, ce qui signifie qu'en France, il y a autant de chance qu'un jeune homme de vingt et un ans ait une taille comprise entre 1,598 et 1,678 millimètres, qu'une taille en deçà ou au delà.



Ces deux nombres limitent donc des tailles que la moitié des sujets examinés ne dépasse ni en plus ni en moins; aussi quelques auteurs, étendant à un groupe entier la dénomination de probable (médiane de Cournot), qui d'ordinaire ne s'applique qu'à ces limites, appellent-ils probables les tailles comprises entre ces deux limites. Cependant ces tailles ne sont ni plus ni moins probables, mais aussi pro-

bables que celles, plus grandes ou plus petites, qui tombent en dehors des limites signalées.

18. Quoi qu'il en soit, il résulte de ces faits que la taille moyenne des conscrits français est de près de **1,640** (5 pieds et 6 lignes et demie), avec un *écart médian* ou *probable* de chaque côté de la moyenne de 41 millimètres et un *écart maximum* d'environ 280 millimètres (1).

En outre de ces connaissances, la régularité de la succession croissante et décroissante des nombres de la sériation **B**, montre que, sous le rapport de la taille, la nation française, en son ensemble, possède une harmonie remarquable, puisque, d'une part, la moitié de ses citoyens s'écarte à peine de 4 centimètres de la moyenne générale, et que, de l'autre, les plus grands et les plus petits viennent se ranger fort symétriquement autour de ce grand groupe de tailles médianes, pareils aux piliers latéraux d'un monument qui en soutiennent la maîtresse voûte et concourent à l'harmonie générale.

19. C'est cette symétrie que met en lumière la courbe de probabilité de la page suivante qui (faisant pour le moment abstraction de la courbe pointillée) n'est que la représentation graphique de la colonne **B** du tableau numérique. Les petits trapèzes *cc'dd'*, *dd'ee'*, etc., dont les hauteurs *cd, de* sont égales, et dont les moyennes des bases *ah<sup>m</sup>, ah<sup>n</sup>*, sont proportionnelles aux nombres de la colonne **B**, ont donc des surfaces proportionnelles à ces nombres, c'est pourquoi celui qui est construit sur le milieu de *fi, OB* répond au groupe de la taille moyenne comptant **18,260** conscrits, et ce nombre peut être pris pour la surface du trapèze *ff', ii'*, le plus élevé de tous; si, à cette aire, on ajoute celle du trapèze qui lui est adjacent vers la gauche et dont la surface, relativement au précédent, est de **15,774**, avec celui qui lui est adjacent à droite, et dont la surface est, de même, **15,907**, on aura une aire *on Sn'o'* à très-peu près égale à la moitié de la surface circonscrite par la courbe continue *OSP*, et représentant tous ceux des conscrits dont la taille est contenue dans les limites de 1,598 et 1,678 millimètres; les surfaces adjacentes *MSo* et *MSo'n'* sont en rapport avec le nombre de ceux qui s'écartent un peu de la taille moyenne, en moins ou en plus, sans dépasser l'écart médian qui a pour limite les droites *on* et *o'n'*. Cependant, si on poursuit une recherche de même ordre sur chaque département, on rencontre des faits spéciaux souvent curieux et bien propres à montrer combien la mise en série des grandeurs sert à contrôler la moyenne, en détermine mieux la signification et peut étendre le champ des conclusions à tirer de l'investigation statistique.

20. Je rapporterai seulement, à titre d'exemple, ce qui concerne le département du Doubs. La taille moyenne de ses conscrits (y compris les réformés pour défaut de taille) est de **1,669** millimètres, une des plus élevées de France, et située à 29 millimètres (1,669-1,640) au-dessus de la moyenne française. Voilà le seul enseignement à tirer des nombres, si on ne s'en sert que pour déterminer la taille moyenne. Mais, si on range ces nombres par ordre de grandeur, on arrive à la distribution de la colonne **B** dans le tableau de la page 320. Dans cette colonne on constate, contrairement à ce que l'on a vu pour la France, que la taille moyenne (**1,669** millimètres) ne répond plus au plus grand groupe des conscrits, il n'en compte que

(1) Comme l'écart ou limite inférieure de la taille n'est pas donnée jusqu'à ce jour par les mensurations des conscrits, mais présumée sur des raisons diverses, mais contestables, il faut être très-réservé sur cette limite des plus petites tailles.

**14,538**, alors qu'il en est deux autres, l'un de taille inférieure qui en a **17,061**, l'autre de taille supérieure, plus nombreux encore, qui en compte jusqu'à **17,701**. D'ailleurs, au-dessus et au-dessous de ces tailles, les nombres des conscrits de chaque groupe de taille vont régulièrement en décroissant comme dans la France entière.

Pourquoi donc, dans le Doubs, la taille moyenne n'est-elle pas, comme en France, la taille du plus grand nombre ? Quelle peut être la cause et la signification de cette singularité ?

21. Mais avant d'entreprendre cette recherche, il convient de s'assurer si c'est là un fait constant. Nos chiffres, il est vrai, résument une période de dix ans (1851-1860), et il est bien vraisemblable que les perturbations accidentelles, les erreurs elles-mêmes, si elles ne sont par trop considérables, se sont neutralisées. Cependant, pour nous en assurer, nous avons divisé nos relevés en deux périodes, 1851-1855 et 1856-1860 ; et, avant tout arrangement théorique, les cinq groupes centraux, qu'il importe de considérer à partir de la taille de **1,597** jusqu'à **1,738** millimètres, nous ont donné (toujours pour 100,000 conscrits) :

En . . . .	1851-1855 :	968	—	1,744	—	<del>1,494</del>	—	1,850	—	1,389
En . . . .	1856-1860 :	1,252	—	1,786	—	<del>1,494</del>	—	1,712	—	1,241
Ensemble .	1851-1860 :	1,116	—	1,766	—	<del>1,457</del>	—	1,777	—	1,313

Ainsi, dans le Doubs, cet arrangement est constant : toujours le groupe central, formé des conscrits qui se rapprochent le plus de la taille moyenne, c'est-à-dire qui en diffèrent de moins de  $\frac{1}{2}$  pouce (13 à 14 millimètres), toujours ce groupe est moins nombreux que celui de taille inférieure ou supérieure d'un pouce. J'ajoute que cet arrangement, poursuivi d'année en année, je l'ai retrouvé neuf fois sur dix ; il faut donc qu'il existe une cause constante pour expliquer un fait si constant.

22. Lorsque j'ai, pour la première fois, signalé cette disposition (*Bull. de la Soc. d'anth.*, 1863, p. 238), j'en ai conclu que le département du Doubs devait être habité par deux types à peu près aussi nombreux l'un que l'autre et notablement différents par leur taille ; l'un, plus petit, avait une taille moyenne qui ne devait pas être éloignée de 1,630 à 1,640 millimètres, l'autre une grande taille dont la moyenne devait être assez près de 1,700. Depuis, M. le docteur Lagneau, par l'examen des origines ethniques, a donné à cette vue le témoignage des faits historiques, qui nous montrent deux races, les Celtes et les Burgondes, habitant la Franche-Comté. Ainsi, voilà un mélange de mesures concernant la taille de deux races, qui a pu être découvert et analysé sur le bureau et par la seule investigation statistique. Mais on voit que c'est par la mise en série que cette conclusion a pu être tirée, et que la seule considération de la taille moyenne eût été impuissante à la faire soupçonner.

En outre, on peut voir dans la figure, page 306, que nous avons superposé à la courbe continue s'appliquant à la France, une courbe pointillée ; elle est la traduction graphique de la colonne **B** du tableau numérique (p. 303), concernant le département du Doubs. A la première inspection, on y voit que la courbe pointillée, par ses deux sommets  $\beta$  et  $\gamma$ , accuse deux moyennes, dont les grandeurs relatives sont données par la longueur des abscisses du point O au pied des perpendiculaires abaissées des sommets  $\beta$  et  $\gamma$  sur OP, chacune de ces tailles typiques de deux variétés humaines, tandis que la moyenne annoncée par l'arithmétique, O  $\alpha$ , est une moyenne factice, purement arithmétique, résultante complexe du mélange

des mesures des deux types, et que concourent à former, d'une part, les plus grands des conscrits du type le moins élevé, d'autre part, les plus petits des conscrits du groupe ayant la plus haute stature. Le tracé de la courbe pointillée rend parfaitement compte de ce fait : il semble représenter deux courbes de probabilité qui se sont rapprochées et superposées en partie par leur base, mais dont les deux sommets restés distincts dénoncent encore l'existence des deux moyennes typiques.

23. Nous pouvons et devons même généraliser le problème, car il se présente bien souvent aux anthropologistes, et dire que, des mesures étant relevées sur une collectivité dans laquelle on n'a pas soupçonné le mélange des types, on peut, après coup, par la simple élaboration des mesures relevées, découvrir qu'il y a mélange de deux types, si toutefois ces types entrent dans le mélange en forces à peu près égales, et s'ils sont notablement différents sous le rapport de la grandeur relevée. Pour cela, il suffira de réunir ensemble les valeurs voisines, de manière à voir des groupes qui, en majorité, renferment un nombre suffisant d'observations (plus ou moins, suivant la précision avec laquelle les mesures ont été relevées (1)); l'arrangement de ces groupes par ordre de grandeurs (comme nous l'avons fait pour les tailles), ou leur traduction graphique par une courbe de probabilité que nous apprendrons à tracer à l'article *PROBABILITÉ*, donnera une solution élégante et curieuse d'un problème qui pourrait paraître insoluble. Dans ce cas, la moyenne trouvée par l'arithmétique perd beaucoup de sa valeur, elle n'est plus la traduction approchée de la taille du plus grand nombre, elle n'est qu'un « *average* », qu'une *moyenne-indice*, et cède le pas aux vraies moyennes physiologiques, mises en évidence par la sériation des nombres, ou par la courbe de probabilité. Ainsi, cette étude du département du Doubs nous amène à traiter de la seconde moyenne subjective ou moyenne-indice, dont nous avons déjà dit quelques mots (§ 5 et note p. 298).

268

24. *Moyenne-indice, ou average* (J. Herschel). Si nous supposons qu'on prenne la moyenne des hauteurs des maisons dans une rue, où ces hauteurs ne soient réglées, ni expressément par l'édilité, ni indirectement par les hauts prix des terrains, aucune loi de continuité ne reliant ces hauteurs, il est manifeste qu'alors, les valeurs ne se grouperont pas suivant l'ordre régulier que nous avons signalé pour les tailles, ordre que nous retrouverions identique pour n'importe quelle grandeur se rapportant à ce groupe typique d'êtres vivants et dont les exemples abondent dans l'*Anthropométrie* de Quételet. Au contraire, dans le cas des maisons on rangera vainement les mesures par ordre de grandeur, il n'arrivera pas que la hauteur moyenne approchée se trouve dans le groupe contenant le plus de maisons, il pourra même arriver que ce soit celui qui en a le moins, ou même qu'il n'y ait aucune maison appartenant au groupe de grandeur de la valeur moyenne. C'est, par exemple, ce qui arriverait si la rue avait deux ou trois types de maisons fort différents : leur hauteur moyenne pourrait fort bien n'être la hauteur approchée d'aucune des maisons qui auraient concouru à former cette moyenne. Mais, qu'on le remarque, elle n'en serait pas moins la moyenne hauteur des maisons de la rue.

---

(1) La détermination de l'intervalle de grandeur, ou *module*, déterminant ces groupes élémentaires de la sériation, est un des points délicats qui se recommandent à ceux qui relèvent les observations. Si le module en est trop étroit, on a des groupes trop petits et trop soumis aux perturbations accidentelles ; s'il est trop large, il en comprend trop et par suite il masque les mouvements intérieurs, dus à des causes constantes qu'il peut y avoir intérêt à étudier ; et il ne permet pas de déterminer expérimentalement l'écart probable, ou toute autre limite de probabilité qu'il y aurait intérêt à isoler.



C'est cette moyenne que J. Herschel appelle « average »; et si nous connaissions cet « average » pour les rues principales de Paris, au douzième siècle, en la comparant avec la moyenne actuelle, nous n'en aurions pas moins un *indice précieux* pour l'histoire de Paris.

25. Un grand nombre de moyennes-indices sont en usage dans les sciences. Il suffit de signaler l'âge moyen d'une population, la durée de la vie moyenne, la production ou la consommation moyenne, pour que l'on sente que ce ne sont pas là des moyennes typiques, mais des moyennes-indices. En effet, l'âge moyen d'une population, qui, suivant les pays, oscille entre 26 et 31 ans, ne répond pas à l'âge du plus grand groupe de vivants, car ce plus grand groupe est nécessairement constitué par le premier âge, puisque, à partir de cette entrée dans la vie, la mort va épuisant leur nombre d'année en année.

26. Le côté artificiel de la moyenne apparaît plus nettement encore dans la durée de la VIE MOYENNE qui, suivant les époques et les pays, oscille entre 25, 30 et 45 ans (environ 40 ans en France). Non-seulement cette durée de la vie n'est pas celle du plus grand nombre des vivants, mais on pourrait presque dire que c'est une des durées les plus rares; un très-petit nombre succombe à cet âge; les durées de vie qui ont pour elles les grands nombres sont, d'une part, les durées de vie très-courtes, de moins d'une année, et, d'autre part, les durées relativement longues, — au delà de 65 et 80 ans; voilà les âges qui, dans les *mortuaires* (listes de décès par âge), fournissent les plus gros chiffres de décès. Ainsi, dans ce cas, si on rangeait les durées de vie d'après le nombre des années vécues, on n'en trouverait que fort peu se groupant autour de la vie moyenne, les plus grands groupes s'en éloigneraient à peu près symétriquement et par conséquent formeraient des successions et une courbe de probabilité, à peu près inverses de celles que nous avons trouvées pour les moyennes typiques. Ces moyennes sont au contraire des spécimens de moyennes-indices, dont il ne faut pas récuser l'utilité et surtout la commodité pour interroger les variations qu'amène le temps, les modifications de milieu, etc. Mais il importe de connaître la portée spéciale de ces moyennes-indices, et l'on voit qu'elle est loin d'être égale à celle des moyennes typiques, qui offrent non-seulement des indices plus fidèles, mais aussi en quelque sorte des représentations approchées de l'attribut mesuré.

27. Dans les exemples que nous avons fournis pour la détermination et l'étude de la moyenne objective, page 299, § 8, et de la moyenne typique, page 302, le lecteur a dû remarquer la similitude, ou, plus exactement, l'identité qu'il y a dans l'arrangement progressif et symétrique des nombres. Une courbe de probabilité comme celle que nous avons donnée pour représenter la distribution des mesurages des conscrits français, ne diffère en rien d'essentiel d'une courbe de probabilité des relevés multiples d'une grandeur difficile à mesurer, par exemple, de celle qu'on eût dressée pour la sériation des nombres dans l'ascension droite de la polaire.

28. Cette similitude a beaucoup frappé Quételet, qui se complaisait à y voir quelque chose de mystérieux. Comment arrive-t-il, en effet, que la distribution des erreurs dans le mesurage d'une grandeur existante se range avec cette régularité autour de la grandeur moyenne? Comment se fait-il que le même arrangement se retrouve dans la recherche d'une grandeur subjective qui semble d'abord purement fictive? Ainsi les divers attributs du corps humain, mesurés chez un grand nombre

d'individus, se groupent autour de la moyenne absolument comme s'y distribueraient les mêmes grandeurs relevées un grand nombre de fois sur une statue que sa position mouvementée rendait difficile à mesurer, de sorte que les erreurs commises dans le mesurage d'un tel modèle ou les variations individuelles produisent des arrangements identiques de nombres! Aussi Quételet dit-il poétiquement que les choses se passent comme si la cause créatrice de l'homme, ayant formé le modèle du type humain, eût ensuite, en artiste jaloux, brisé son modèle, laissant à des artistes inférieurs le soin des reproductions. Les défauts de ces reproductions sont de même ordre que les erreurs de mesurage, et dès lors se groupent de la même manière.

29. Cette comparaison est belle sans doute, mais aussi séduisante et dangereuse. Quételet, au lieu d'en chercher le côté exact, l'a prise pour une explication, il s'y est laissé entraîner, et il a conclu que le groupement symétrique des nombres, identique dans l'un et l'autre cas, démontre que le type humain est un comme la statue mesurée, que les erreurs de mesurage pour celle-ci ont pour pendantes des déviations, des altérations de reproduction dans la multiplication des hommes; et, ce qui aggrave la conséquence, il a pensé que, de même que par les déterminations des séries et des moyennes on pouvait, à très-peu près, retrouver les dimensions de la statue, de même par les mensurations prises sur un assez grand nombre d'hommes pour la détermination de la moyenne et de la forme sérielle, on pouvait retrouver les grandeurs de chacun des attributs de l'homme-type, de l'homme-modèle du Créateur; et cette conception l'a mené à la conception de cette entité, *l'homme moyen*, dont nous allons maintenant examiner la valeur.

30. L'histoire naturelle, et notamment l'anthropologie, ont à faire particulièrement usage des moyennes typiques qui servent à découvrir les traits caractéristiques de groupes souvent fort rapprochés. Ainsi, chaque type humain a ses grandeurs spéciales à déterminer : stature générale ou taille moyenne, taille et poids, volume de l'ensemble et de chaque organe. C'est ici que viennent se placer les moyennes des grandeurs crâniologiques, diamètre, voussure, capacité, etc., etc., qui font de la crâniologie comme une science spéciale. Et chacune des moyennes typiques issues de ces nombreux mesurages vient caractériser avec plus ou moins de bonheur les divers types humains.

31. *L'homme moyen*. Cependant, en réunissant sur un seul individu idéal toutes les valeurs moyennes d'un âge et d'un sexe, peut-on se flatter d'avoir créé l'homme-type? D'aucuns même ont dit l'homme-modèle, comme l'éminent Belge Quételet, auquel la statistique humaine doit tant, mais qui s'est laissé enivrer par cette idée. Disons tout de suite que, si l'on ne fait pas entrer l'élément race sur le même pied que l'âge et le sexe (et nous ne croyons pas que Quételet, fort monogéniste, l'ait fait), cette prétention ne soutient pas l'examen. Que l'on songe seulement à un des traits de la peau : sa couleur; l'homme-type de Quételet devrait avoir pour couleur de peau une teinte moyenne entre toutes les teintes existantes! Quelque chose entre le noir-cirage, le brun-chocolat, le rouge-cuivre, le jaune... et enfin le blanc rosé de la carnation anglo-saxonne. La teinte qui sortirait de cet affreux mélange pourrait-elle jamais être regardée comme la perfection ou seulement comme la couleur typique de l'humanité! Je sais que, pour rendre le monogénisme plus facile à accepter, l'éminent professeur du Muséum M. de Quatrefages a imaginé quelque chose comme cela; au moins n'a-t-il pas proposé sa couleur

comme un type de beauté! Et, il faut l'avouer, tant d'efforts pour ne pas contrarier l'orthodoxie ne sont pas heureux quand ils aboutissent à faire de la première œuvre du Créateur, un type évidemment inférieur, un laideron : car, ce qui est en évidence pour la couleur de la peau, si je n'étais obligé de me restreindre, je ne le démontrerais pas moins nettement pour la plupart des autres attributs et grandeurs des divers types; je démontrerais qu'il est impossible de les mêler, que le gâchis auquel donnerait lieu une moyenne des teintes ordinaires de la peau ne fait que mettre en toute lumière et nous avertir, par un sens particulièrement délicat, du salmigondis où nous tomberions en prenant la moyenne des autres attributs, afin d'en constituer une unité. Remarquons, d'ailleurs, que cette pensée de fusion des types serait destructive du fait qui l'a inspirée; car si les moyennes typiques de chaque race homogène (par origine ou par long mélange et fusion physiologique) sont assises sur les séries bien symétriques des nombres, on n'a jamais montré qu'il en fût de même lorsqu'on considère tous les types pris ensemble, et le plus probable est qu'il n'en serait pas ainsi.

32. Cependant, écartons le cas dans lequel on ne distingue pas les races; la critique en est trop facile. Demandons-nous si, en recherchant la grandeur moyenne de chaque attribut d'un groupe humain homogène, on ne pourrait pas faire sortir le type pur, le type modèle, dégagé des déviations accidentelles et des variations individuelles qui altèrent plus ou moins le type idéal ou au moins le type primitif. C'était une idée très-chère à Quételet. Elle mérite donc que nous nous y arrêtions un instant.

D'abord, il y a lieu de distinguer le type idéal et le type primitif : celui-ci a sa forme typique dans le passé, tandis que c'est plutôt l'avenir qui est appelé à réaliser le type idéal qui est celui de la beauté; car c'est vers cet idéal que les sélections diverses, et notamment la sélection sexuelle, poussent les générations futures. Que l'on prenne un attribut quelconque de l'homme actuel, la taille, la forme du visage (ou de tel détail que l'on voudra), la force physique, celle de l'intelligence, on verra bien vite que l'idéal est fort éloigné de la moyenne, et, ce qui est plus décisif, l'un et l'autre n'ont pas les mêmes raisons constituantes; les misères physiques et morales du passé et celles des temps présents entrent pour une large part dans les attributs de l'homme moyen, tandis que le type idéal, celui de la beauté, est, au contraire, dépouillé de ces souillures. L'homme moyen sera nécessairement moyen en tous ses attributs. Il faut qu'il soit moyen par ses laideurs et moyen par ses beautés, deux moyennes absolument antipathiques à l'idéal de beauté. Il me paraît que si ce type est idéal en quelque chose, ce sera un idéal de platitude et d'insignifiance, ni laid ni beau, ni bête ni intelligent, ni vertueux ni criminel, ni fort ni faible, ni brave ni poltron. Voilà l'homme moyen : c'est un triste sire, que la nature actuelle réalise en partie trop souvent; c'est le type de la vulgarité.

33. Pouvons-nous penser au moins que ce type moyen, tout vulgaire qu'il est, nous rapproche de l'homme passé, de l'ancêtre? Je ne le crois pas. Les attributs que la civilisation a fait naître ou a développés, par exemple la propreté, le sentiment de la pudeur, de la charité, y seront sans doute amoindris, mais y seront encore; et ceux qui se sont effacés, par exemple l'aplatissement et la courbure du tibia, manqueront, etc. Ainsi, par notre entité de l'homme moyen, nous ne retrouvons pas plus l'ancêtre que le type idéal.

34. Mais enfin, pouvons-nous au moins espérer de déterminer ainsi un type de

l'homme actuel, tel que le réalise ou s'en rapproche le commun des hommes qui ne sont, comme dit Pascal, ni anges, ni bêtes? Cela même me paraît au moins douteux, et M. Cournot a poussé à Quételet une critique à laquelle l'illustre statisticien n'a pas répondu, bien qu'il ne s'y soit pas rendu.

« Il peut bien arriver, dit M. Cournot, et même il doit arriver, en général, que ces diverses valeurs moyennes ne s'ajustent pas entre elles et soient incompatibles dans leur ensemble avec les conditions essentielles de l'existence des individus et de l'espèce. Supposons, pour prendre une comparaison étrangère, mais simple, qu'il s'agisse d'un triangle dont le caractère soit d'être rectangle, et dont les côtés puissent varier entre certaines limites de l'un à l'autre individu, sans conserver les mêmes grandeurs ni absolues, ni relatives. On mesure un grand nombre de côtés, on prend les moyennes de chaque côté, et on construit avec elle le triangle moyen; mais ce triangle moyen ne sera pas le type, car la géométrie démontre qu'il ne sera pas rectangle, et si on fait un angle rectangle, les deux angles aigus ne seront pas la moyenne des angles correspondants, son aire ne sera pas l'aire moyenne, et, de quelque manière qu'on s'y prenne, il sera mathématiquement impossible de faire, construire ou définir un triangle qui soit moyen en toutes ses parties. S'il en est ainsi pour la plus simple des figures géométriques, combien plus vrai pour les formes vivantes auxquelles se joignent les propriétés de poids, de force, de couleur, etc. La table synoptique de toutes ces valeurs moyennes ne saurait être considérée comme définissant, non-seulement un individu-type, mais même un individu possible; exemple : la vie moyenne, qui peut être avant l'âge où les individus sont aptes à engendrer.

« Mais l'ensemble de ces moyennes, serait-il compatible, ne saurait prétendre donner le type ou primitif, ou plutôt tel qu'il se développerait s'il était soustrait aux causes perturbatrices, car rien ne prouve que les causes déformatrices de ce type vont agir également en tous sens : ainsi, en ce qui concerne la taille de l'homme, elles se manifestent bien plus en rabougrissant cette taille; aussi la taille moyenne n'est pas la belle taille. »

35. Quételet s'est vainement efforcé d'atténuer cette juste critique en montrant, dans son *Anthropométrie*, que chacun des attributs de l'homme qui a été mesuré donne une moyenne typique et aussi une succession de grandeurs de la même forme que celle que nous avons donnée pour la taille des conscrits français. Cela ne prouve, en aucune façon, que toutes ces moyennes se conviennent, puissent s'agencer pour constituer un être harmonique et possible, et surtout un être typique. Il est même arrivé à Quételet, quand il a voulu combiner deux attributs seulement, la taille et le poids, d'arriver à des antinomies.

36. Pour nous, nous avons à signaler des faits de même ordre à propos des grandeurs crâniennes. Voulant déterminer, avec le moins de travail et le plus de précision possible, les principaux rayons moyens du crâne parisien mesuré avec notre céphalomètre, nous avons pensé y réussir en ne nous occupant que des crânes que les mensurations antérieures de M. Broca avaient trouvés moyens en quelques-unes de leurs grandeurs les plus importantes. Donc, dans l'espérance de trouver ces crânes moyens réalisés, au moins dans leurs principales dimensions, nous avons relevé, d'un côté, les numéros des crânes ayant une capacité moyenne, ou voisine de la moyenne, de même ceux qui avaient un indice céphalique moyen, et ainsi de suite pour les cinq ou six principales grandeurs, espérant en trouver

qui réuniraient en leur faveur plusieurs moyennes; mais nous avons été fort déçu de découvrir que ces moyennes principales ne se rencontraient jamais ensemble; que si, par exception, on en trouvait deux, bien rarement trois, les autres non-seulement faisaient absolument défaut, mais semblaient différer d'autant plus. Donc, si cette recherche personnelle ne nous permet pas de conclure absolument qu'il est vain ou contradictoire de rechercher un crâne typique existant, c'est-à-dire se rapprochant de la taille et des formes moyennes, je ne dis pas dans tous ses éléments, mais seulement dans cinq ou six de ses éléments principaux (capacité, ses trois diamètres et l'indice frontal et autres indices faciaux), au moins puis-je affirmer que l'existence d'un tel crâne est bien peu probable, puisque, sur plusieurs centaines étudiés à ce point de vue, je n'ai pu en rencontrer un seul qui seulement s'en approchât. Au moment où je corrige cet article, je viens de me heurter aux mêmes impossibilités dans la recherche d'un bassin moyen en ses principales grandeurs; sur une centaine de bassins mesurés par M. le docteur Verneau, je n'en rencontre aucun qui jouisse de la propriété de réunir en lui seulement les grandeurs médianes!

37. De cette discussion, je conclurai que l'homme moyen de chaque type humain est une entité artificielle, appartenant à la catégorie des moyennes-indices; et, la réaliserait-on en pâte du docteur Auzoux, ce serait, sans doute, un spécimen commode pour l'enseignement, mais ce ne serait pas un être harmonique, ni pouvant vivre.

38. D'ailleurs, il importe de remarquer que cet homme moyen n'est pas le moins du monde une entité scientifique, mais une création de l'imagination. Ce qui est de fait scientifique, c'est la moyenne et surtout la moyenne typique de chaque attribut. Si la science veut aller plus loin, si, de cette analyse, elle veut s'élever à une synthèse, il ne lui est pas permis de quitter le terrain de l'observation; il ne s'agit pas d'accoupler une moyenne à une autre moyenne, et de déclarer typique un assemblage qui peut aussi bien être monstrueux :

*Desinit in piscem mulier formosa superne.*

Il faut, par une recherche nouvelle, déterminer expérimentalement les grandeurs qui se conviennent et trouver les moyennes de ces combinaisons, etc. C'est, je ne le cèle pas, une œuvre formidable et que je crois au-dessus de nos moyens actuels; mais c'est seulement par elle que l'on peut espérer de constituer des ensembles possibles et harmoniques.

39. *Pourquoi les nombres producteurs d'une moyenne objective ou d'une moyenne subjective typique se groupent-ils les uns contre les autres, en série progressive et régressive, ordinairement symétrique autour de la moyenne? C'est cet arrangement imprévu que Quételet qualifie de mystérieux, et qui l'a entraîné à sa conception de l'homme moyen; voyons si nous ne pouvons pas nous en rendre compte à moins de frais. Essayons d'abord d'en saisir le secret pour la moyenne objective.*

Nous verrons que la cause en est tout entière dans cette autre loi: que les erreurs commises dans le mesurage sont d'autant plus probables, c'est-à-dire plus nombreuses, qu'elles sont moindres, et d'autant moins probables, c'est-à-dire d'autant plus rares, qu'elles sont plus grandes; de là leur nombre régulièrement croissant autour de la grandeur vraie à mesure qu'elles s'en rapprochent, ou leur nombre régulièrement décroissant à mesure qu'elles s'en éloignent. Il semble que cette

explication soit suffisante; cependant, si des esprits plus difficiles insistaient et demandaient pourquoi les mesures les plus erronées sont les moins nombreuses, nous leur dirions que la nature des écarts, tantôt petits, tantôt grands, soit en plus, soit en moins, prouve qu'un grand nombre de causes différentes concourent à produire ces écarts (inattention de l'œil, de la main, de l'esprit, imperfections des instruments, etc.). Or, pour produire les petits écarts, il suffit qu'une des nombreuses causes d'erreur intervienne en un sens (en plus ou en moins); il peut sans doute, et il peut souvent en intervenir plusieurs, mais il est peu probable qu'elles agissent toutes dans le même sens; et, dans ce dernier cas, l'erreur sera d'autant plus grande, que ce fait peu probable se produira plus complètement; mais on voit tout de suite qu'il sera d'autant plus rare, que l'erreur sera plus grande. Enfin, pour produire des écarts maximums, il faut que toutes les erreurs se produisent dans un sens, et aucune en sens opposé; on sent que c'est là une rencontre extrêmement rare.

Il me paraît que ces indications, encore que très-sommaires, suffisent pour permettre au lecteur de les compléter dans son esprit, et lui faire sentir la raison de l'arrangement symétrique et décroissant des erreurs autour de la moyenne, — au moins dans le cas des moyennes objectives.

40. Voyons maintenant comment nous rendre compte de l'arrangement identique des mesures d'un même élément, lorsqu'elles sont prises sur un très-grand nombre d'individus désignés par le hasard, mais composant une même nation, une par son origine, ou chez laquelle de nombreux mélanges de sang ont fondu les éléments ethniques et ont fait prédominer l'uniformité sur la diversité (car telle est la condition nécessaire pour obtenir les arrangements symétriques en question). Ici encore nous remarquons que les causes de variation d'un seul élément (la taille par exemple) sont très-nombreuses; les influences de milieu, celles d'hérédité, d'atavisme, d'alimentation, de concordance, etc., etc. Mais, parmi ces causes, celles toujours présentes d'hérédité prochaine et de milieu ne seront des causes de diversité que dans une très-faible mesure, et, vu l'uniformité supposée de la nation, elles seront, dans une large part, des causes d'uniformité, puisque nous sommes partis de l'hypothèse nécessaire d'une nationalité dont l'unité, l'homogénéité sont depuis longtemps établies. Ainsi, de toutes les causes de déviation, les plus nombreuses et les plus actives seront celles qui agissent dans les limites les plus resserrées; en outre, quand une de ces causes agit dans un sens (nourriture insuffisante, par exemple), elle pourra et devra, le plus souvent, être plus ou moins contrariée par des causes agissant en sens opposé. C'est la différence et non la somme d'énergie de ces influences contraires qui déterminera le sens et la grandeur de la déviation. Cependant, dans des cas dont la rencontre est peu probable, il n'y aura de causes perturbatrices du type national que d'un côté; alors, les déviations seront d'autant plus considérables qu'il y aura plus de ces causes accumulées; mais en même temps (on le comprend), ces cas seront d'autant plus rares. Enfin, les cas, tout à fait improbables, où toutes les causes capables d'une même influence agiront sans aucune de celles qui influent en sens contraire, pourront se présenter, mais bien rarement.

Ainsi, les déviations les plus notables du type national seront nécessairement les plus rares, puisqu'il faut un concours peu probable de circonstances pour les produire; au contraire, les faibles altérations, pouvant se manifester par un jeu de

combinaisons beaucoup plus nombreuses, seront les plus fréquentes, sans qu'il soit besoin d'y voir des causes mystérieuses que Quételet était enclin à invoquer.

41. *Séries, ou courbes de probabilités, moins resserrées ou même insymétriques.* Cependant toutes les sériations ne se rangent pas autour de la moyenne avec la régulière uniformité et la même convergence que nous avons rencontrées pour la taille de nos jeunes Français, ni même avec la symétrie de la remarquable courbe à deux sommets offerte par les conscrits du Doubs. Le plus souvent la valeur probable (celle que limite la moitié des cas) est moins rapprochée de la moyenne, alors l'erreur ou l'écart probable est plus grand, la courbe de probabilité est moins élevée et plus élargie, les ordonnées plus courtes et plus nombreuses; en un mot, la courbe est moins convergente, moins resserrée le long de l'ordonnée principale. Nous verrons à l'article PROBABILITÉ comment peut se déterminer *à priori* le degré de convergence de la courbe.

42. Cependant un enseignement important résulte de ce degré de resserrement de la courbe ou des nombres sériés autour du plus grand groupe. En effet, nous verrons en traitant de la PROBABILITÉ que cette convergence croît comme la racine carrée du nombre des observations; c'est même parce que la somme de nos conscrits mesurés pendant une période de dix années est très-considérable, que la courbe de probabilité que nous avons figurée est si resserrée et si élevée; mais nous verrons aussi, quand il s'agit des moyennes objectives, que ce resserrement croît, aussi en raison inverse de la somme des carrés des erreurs commises à chaque mesurage. En transportant cette notion dans le cas des moyennes subjectives, on conçoit facilement que les variations individuelles sont ici les équivalents des erreurs de mesurage, car ce sont les unes comme les autres qui éloignent plus ou moins chaque observation individuelle de la moyenne cherchée. En conséquence, la convergence de la courbe de probabilité sera aussi en raison inverse de l'importance de ces variations, ou, plus précisément, de la racine de la somme des carrés de ces variations (évaluées d'après leur grandeur et leur nombre). Et, *inversement*, pour un même nombre d'observations, le degré de resserrement de la courbe de probabilité permettra d'apprécier l'importance des variations offertes par une collectivité, et, par suite, l'unité plus ou moins resserrée, plus ou moins lâche du type que l'on a étudié. C'est donc là, pour l'anthropologiste, un instrument précieux, et j'ajouterai, l'instrument unique non-seulement pour reconnaître, mais aussi pour mesurer ce qu'on pourrait appeler la valeur typique d'un attribut.

43. Cependant le resserrement ou le relâchement de la courbe de probabilité de chaque côté de l'axe formé par la perpendiculaire ou ordonnée principale élevée à l'extrémité de la grandeur moyenne et conséquemment le resserrement du type, n'est pas la seule indication fournie par la sériation ou par son expression graphique, la courbe de probabilité. En effet, la courbe peut être ou symétrique, c'est-à-dire ses contours descendant également de chaque côté de l'axe, ou insymétrique, si ces contours sont inégalement convexes (1). Pour peu qu'on réfléchisse aux raisons de cette insymétrie, on se convaincra qu'elle est une indication du manque d'unité typique dans la collective mesurée; c'est d'ailleurs ce que vont mettre en suffisante lumière, je pense, les deux exemples suivants :

---

(1) Le dictionnaire de l'Académie ne donne ni *insymétrie* ni *asymétrie*, bien que l'un et l'autre soient employés : *symétrie* étant depuis longtemps dans la langue française, il était naturel et analogique qu'on lui appliquât la particule privative *in*; c'est ce qu'a fait la langue populaire en disant *insymétrie*, mot que nous emploierons ici de préférence à *asymétrie*.

44. J'ai sérié par ordre de capacité deux groupes de crânes mesurés par M. le professeur P. Broca. Les uns sont des crânes parisiens au nombre de 358, les autres sont des crânes dits de nègres de différentes provenances, Afrique et Océanie, de la collection du Muséum, et seulement au nombre de 35. Ce serait sans doute un nombre insuffisant pour des conclusions anthropologiques, mais peu nous importe ici, où il ne s'agit que de montrer des sériations de diverses formes. Ces crânes ont été réunis en petits groupes, en prenant 100 centimètres cubes pour module de ce groupement (module trop grand, mais obligé par le petit nombre de crânes nègres mesurés). La capacité moyenne des crânes parisiens a été trouvée de **1,433** c.c.; celle des crânes de nègres n'a été que de **1,356** c.c. Or, en ramenant ces petits groupes à la grandeur qu'il faut pour être les parties constituantes d'une somme, 100 crânes de chaque catégorie, et en les ordonnant par ordre de grandeur, on obtient les deux arrangements ci-dessous, les capacités étant indiquées en décilitres (ou 100 centimètres cubes).

Capacité de chaque groupe en décilitre .	11-12	12-13	13-14	14-15	15-16	16-17	17-18
Nombres de crânes / chez les parisiens .	5	14	23	29	18	8	3
de chaque capacité / chez les nègres . .	3	34	28	23	8	3	0

La régularité et la symétrie de la succession des crânes parisiens sautent aux yeux, et l'insymétrie de ceux dits de nègres n'est pas moins manifeste. Chez les parisiens, on voit le groupe qui compte 29 crânes et contient la capacité moyenne **1,433** c.c. (nous l'appellerons le groupe de la moyenne), être aussi le groupe occupant le milieu de la série; à partir de ce groupe central, les nombres des crânes de chaque groupe successif, soit plus grand soit plus petit, vont régulièrement en diminuant. On peut même remarquer que, la grandeur moyenne étant moins élevée que la demi-grandeur (1,450) du groupe qui la comprend; dès lors, par un effet naturel de la symétrie avec laquelle les capacités se pressent autour de leur valeur moyenne, le groupe de capacité moindre (à gauche du groupe de la moyenne) étant par sa capacité plus près de la capacité moyenne que le groupe qui est au-dessus (à droite), renferme plus de crânes, et cette différence se poursuit de groupe en groupe. Enfin l'écart probable est environ de 100 centimètres cubes en plus ou en moins de la valeur moyenne, ce qui veut dire que la moitié des crânes mesurés a **1,433 ± 100** c.c., ou qu'ils sont compris entre une capacité de **1,333** à **1,533** c.c.; ce double de l'écart, quand l'écart est symétrique (égal de chaque côté de la valeur moyenne), peut prendre le nom de l'amplitude médiane; on voit qu'elle est ici de 200 centimètres cubes, et qu'elle est égale environ au quart de l'amplitude possible au maximum de variations (785 centimètres cubes), c'est-à-dire de l'intervalle entre les crânes de capacité extrême (le plus petit et le plus grand); c'est entre ces limites, sans doute encore larges, qu'est contenue la sériation des crânes parisiens. Cependant il est manifeste qu'une représentation graphique de cette sériation serait à très-peu près régulière et symétrique, ce qui dépend, d'une part, du nombre assez considérable des crânes mesurés, et, de l'autre, de la similitude relative des crânes parisiens.

45. Un coup d'œil donné comparativement à la sériation des crânes dits de nègres montre tout autre chose. D'abord, la capacité moyenne de ces crânes étant de **1,356**, cette grandeur, qui dépasse le milieu du troisième groupe, ne correspond plus au groupe qui renferme le plus de crânes, c'est le deuxième groupe



dont la capacité moyenne n'est que de **1,250** c.c. qui se trouve avoir le plus de crânes (**34**, à lui seul le tiers des crânes observés), alors que le suivant, qui est le groupe de la capacité moyenne, n'en renferme que **28**.

46. Pour peu qu'on conçoive comment se construit la courbe de probabilité, représentation graphique de cette sériation, on verra combien elle sera irrégulière et surtout insymétrique.

En effet, concevons sur une base ou abscisse, que l'on ait élevé équidistantes une série d'ordonnées dont les hauteurs relatives sont données par les nombres de crânes de chaque groupe, la première n'aura que **3** de hauteur, la seconde **34**, et les suivantes **28**, **23**, **8** et **3**; que, par leurs sommets, on fasse passer la courbe de probabilité, on voit de suite que, vers la gauche de l'ordonnée principale qui, par sa hauteur maximum (**34**), jouera le rôle d'axe de figure, la courbe sera presque réduite à une droite se levant tout à coup jusqu'au sommet (**34**) de la seconde ordonnée; puis, au delà de ce sommet, s'inclinant lentement pour toucher les sommets successifs des ordonnées suivantes **28**, **23**, **8** et **3**. Ainsi la courbe sera presque complètement rejetée vers la droite, et l'ordonnée principale qui, par sa hauteur **34**, indique la probabilité de rencontrer un crâne de nègre de la capacité de **12 à 13** décilitres, ne sera pas l'ordonnée de la moyenne; celle-ci, moins élevée, aura sa place vers la droite, entre la deuxième et la troisième, le groupe au milieu duquel elle tombe; elle ne sera plus celui qui aura le plus de chance de rencontrer un crâne lui appartenant, etc.

47. La signification d'une telle figure ne saurait être douteuse. A part le trop petit nombre d'observations qui l'ont déterminée, dont ici nous faisons abstraction, on comprend bien vite qu'il y avait dans cette collection de crânes une majorité de très-petit volume dont la capacité moyenne devait avoisiner **1,270** centimètres cubes, et formant (au moins au point de vue du volume) un groupe naturel auquel ont été mêlés des crânes plus grands, mais en nombre moindre, ayant à peu près la capacité des crânes parisiens.

48. Telle est au moins une des interprétations à laquelle se prêterait cette courbe, mais elle n'est certainement pas la seule.

Il y aurait pourtant un moyen de savoir quelle interprétation aurait le plus de chance d'être véritable (et nous attirerons l'attention des investigateurs sur ce moyen de contrôle): ce serait de sérier de même les autres attributs principaux de ces crânes; les courbes sérielles, ou celles des formes figuratives qui en résulteraient, seraient également passibles de certaines interprétations rendant compte de leur forme; et l'interprétation qui satisferait le mieux à toutes les sériations aurait évidemment le plus de probabilités; il suffirait ensuite de s'enquérir si les combinaisons de ces attributs abstraits, telles qu'elles sont réalisées en chaque crâne, permettent encore les groupements naturels que l'examen des attributs isolés avait suggérés.

49. Ainsi, voilà une méthode de recherche avec laquelle on arrive, par la seule considération de relevés numériques, non-seulement à distinguer les collectivités naturelles ou typiques de celles qui ne sont que des collections factices, mais encore à démêler, au moins en partie, les valeurs des unes et des autres, et à pouvoir présumer les moyennes de chaque groupe naturel, une méthode qui sert de pierre de touche pour dire si un attribut qu'on croit caractéristique de groupe, jouit vraiment de cette propriété, et à quel degré, etc. N'est-ce pas là pour les

sciences naturelles, et notamment pour l'anthropologie, un instrument précieux et tout à fait nouveau?

50. On voit que la base de cette méthode de recherches est la sériation des grandeurs isolément relevées et convenablement agglomérées en petits groupes. C'est pourquoi nous avons insisté sur cette mise en série des grandeurs constitutives de la grandeur moyenne, et c'est pourquoi nous allons, dans les paragraphes suivants, poursuivre de nos critiques une méthode rivale et, sinon très-fautive, au moins fâcheuse, en ce qu'elle réunit dès le principe les éléments servant à déterminer les valeurs particulières, et, par suite, détourne de la détermination et de la sériation de ces valeurs.

51. *Mise en série des grandeurs particulières. Module de groupement.* Le lecteur qui nous a suivi a dû se convaincre de l'importance de la sériation des valeurs qui ont servi à déterminer la valeur moyenne. Il importe donc d'exécuter cette sériation dans les conditions les plus favorables. On a pu constater d'abord, par les exemples fournis, que l'on peut sérier les valeurs mesurées elles-mêmes, comme nous l'avons fait pour les crânes; mais, lorsque des causes étrangères aux grandeurs étudiées sont venues troubler artificiellement la succession des nombres, comme nous l'avons constaté pour nos conscrits, on peut et on doit la rétablir, non pas d'après ses propres appréciations, mais par les méthodes qu'enseigne le calcul des probabilités. Par ce moyen, nous avons obtenu pour nos conscrits une succession qui, à coup sûr, se rapprochait bien plus de la succession vraie et inconnue que ne le faisaient les données brutes.

En outre, on a pu voir, par ces deux exemples comparés à celui de l'ascension droite de la polaire, que l'on peut également sérier soit les grandeurs relevées (et régularisées quand il y a lieu), soit les erreurs ou écarts que l'on évalue par la différence entre les grandeurs moyennes de chaque groupe et la grandeur moyenne générale, comme Quételet l'a fait pour la polaire, p. 200. Ces deux procédés me paraissent pouvoir être employés presque indifféremment. On préférera celui qui diminue le chiffrage et, par suite, les chances d'erreur.

52. Mais ce qui fait une sériation plus ou moins significative, c'est un choix heureux dans la grandeur du module de groupement des valeurs particulières. On a pu comprendre, en effet, par nos exemples, que cette mise en petits groupes des valeurs relevées est indispensable pour abrégier les écritures et surtout pour concentrer l'attention. Il se fait, le plus souvent même au moment du mesurage (1), en réunissant les valeurs voisines que l'on suppose assez rapprochées pour pouvoir être considérées comme égales, et qui le sont en effet, à une demi-grandeur du module près (en plus ou en moins).

Toutefois le point délicat, d'où dépend le succès de la sériation, est de bien choisir la grandeur du module pour grouper ces valeurs voisines.

Presque toujours le module doit rester le même pour toute la série; il doit, *d'une part*, être assez grand pour que la plupart des groupes (les groupes extrêmes forcément exceptés) soient composés d'un assez grand nombre d'observations

---

(1) C'est là un usage, souvent une regrettable obligation (à cause de la longueur des relevés), parce que si ce groupement est exécuté dès le principe sur un module trop grand pour l'étude, il ne pourra être amélioré; et c'est ce qui arrive le plus souvent; c'est ce que nous offrent les relevés de la taille des conscrits sériés par pouce, etc. Ces premiers groupements, exécutés au moment des mesurages, doivent donc être faits avec le module le plus petit possible. Les tailles des conscrits devraient être groupées par centimètres, la loi et la science sont d'accord pour le réclamer.

(d'autant plus grand que les erreurs ou écarts avec la valeur moyenne sont plus marqués), pour que la force de ces groupes ne soit pas trop influencée par les perturbations du hasard; et, *d'autre part*, ce module ne doit pas être assez grand pour effacer les mouvements que des causes constantes peuvent imprimer à la succession des nombres (comme il est arrivé pour le Doubs), mouvements qu'il importe de ne pas voiler, mais, au contraire, de mettre en lumière. C'est une affaire de tact que donneront la réflexion et la pratique. Nous ne pouvons guère fixer à l'avance une limite à la grandeur de ces modules, et dire, par exemple, qu'ils doivent être tels que les groupes centraux soient composés de plusieurs dizaines d'observations au moins de plusieurs centaines, ou même milliers, au plus; car, quelque vagues que soient ces indications, des cas se présenteront où il y aura avantage à les dépasser. Mais nous pouvons dire que la grandeur du module de groupement, toutes les fois qu'on pourra le choisir, devra l'être sur la considération de l'amplitude de variations maximum et surtout médiane (*voy.* § 6). Il ne saurait jamais dépasser l'amplitude médiane (double de l'écart probable dans les moyennes typiques), et égal à elle, il sera trop grand pour l'étude; il est désirable en outre qu'il en soit une fraction exacte et plutôt impaire, le tiers ou le cinquième par exemple, ce qui fait tomber la grandeur moyenne au milieu du groupe médian et rend la sériation plus symétrique. D'ailleurs, il sera toujours bon d'essayer plusieurs modules pour s'arrêter à celui qui paraîtra satisfaire le mieux aux conditions à remplir, et, par exemple, donnera la série la plus régulière.

53. *Différence entre une moyenne et un résultat moyen.* Il ne faut pas confondre une moyenne, valeur qui doit être nécessairement déterminée sur un nombre plus ou moins considérable de grandeurs de même ordre déjà mesurées ou connues, avec ce qu'on appelle quelquefois un *résultat moyen*, comme on en considère souvent en statistique.

Si, par exemple, dans une épidémie frappant la population parisienne, supposée 1,800,000 habitants, on a enregistré 93,000 personnes atteintes de l'épidémie, dont 43,000 ont succombé, on en déduira une morbidité de 52 par 1,000 habitants, et une mortalité de 24 par 1,000 habitants ou de 450 par 1,000 malades. Mais ces rapports, qui ne sont pas des valeurs intermédiaires entre plusieurs autres rapports déjà connus, ne sauraient être regardés comme des moyennes; ce sont des probabilités simples: d'abord la probabilité d'être frappé par le fléau, ensuite celle d'en mourir.

54. Cependant, lorsqu'on a deux termes correspondants de plusieurs rapports successifs (en nombre  $n$ ) devant donner naissance à des probabilités successives dont on se propose de trouver la grandeur moyenne, il arrive souvent que, pour abrégér, au lieu de calculer d'abord les rapports un à un, ainsi qu'il le faudrait, pour trouver ensuite leur grandeur moyenne selon les méthodes indiquées, on fait les sommes des deux séries de termes correspondants (de tous les dividendes d'une part et de tous les diviseurs de l'autre); puis, sans même avoir besoin de diviser chacune de ces deux sommes par  $n$ , nombre des termes qui les ont formées, pour avoir les *termes moyens*, on divise la somme des dividendes par celle des diviseurs, et on obtient un quotient qui est le rapport entre ces deux termes moyens, et non un rapport moyen, encore moins une moyenne. En effet, d'après ce que nous avons vu jusqu'ici, une moyenne doit être calculée sur des grandeurs existantes et non sur les éléments constitutifs de ces grandeurs.

55. Pour fixer les idées par un exemple, supposons qu'il s'agisse d'*indice crânien*, — de ce rapport qui décide si des crânes doivent être classés dans le groupe des dolichocéphales, dans celui des brachycéphales ou dans un groupe intermédiaire. Ce rapport se détermine en comparant la grandeur du crâne avec sa largeur, c'est-à-dire en divisant son diamètre transversal (mesuré en millimètres) par son diamètre longitudinal, et, suivant l'usage, en multipliant le quotient par 100 pour lui enlever sa forme fractionnaire. Pour avoir l'indice moyen de 100 crânes ainsi mesurés, il y a, suivant la règle, à faire la somme des cent indices préalablement calculés et à diviser la somme par 100. On pourra ensuite, en formant, avec ces cent rapports un certain nombre de groupes, composés des indices les plus voisins, suivant un module approprié, étudier la forme de la série qui en résultera. Des conséquences souvent fort intéressantes surgiront de cette ordination.

56. Cependant, il est passé en usage, pour diminuer un peu le travail, que, au lieu de prendre l'*indice* de chaque crâne mesuré, on fait la somme de toutes les longueurs, et, respectivement, celle de toutes les largeurs; puis, en divisant la somme des largeurs par celle des longueurs, on se flatte d'obtenir l'indice moyen, tandis qu'on n'a calculé que le rapport des sommes des deux diamètres. Il est vrai que, dans la grande majorité des cas, on obtient ainsi un rapport qui, sans être identique à la moyenne des indices, s'en rapproche fort; mais il peut aussi s'en éloigner notablement, et la science exige que l'on sache les causes de ces différences, afin de ne décider qu'en connaissance de cause la préférence que l'on donnera à tel ou tel résultat, — à la moyenne des indices ou au rapport des moyennes.

57. Pour éviter des abstractions arithmétiques qui ne seraient pas goûtées par tous les lecteurs, prenons des exemples; et, pour concentrer l'attention, au lieu de 100 crânes, n'en considérons que deux; cela simplifiera les raisonnements sans changer rien à leur vérité ni à leur généralité.

Supposons donc 2 crânes résumant une série quelconque et ayant en millimètres les diamètres suivants :

1<sup>er</sup> cas. Un des crânes l'emporte sur l'autre par ses deux diamètres et par son indice.

Premier crâne . .	200	de long	180	de large, alors l'indice . .	=90	}	moyenne. 80
Deuxième crâne . .	160	—	112	—	=70		
Crâne moyen . .	360/2	—	292/2	—	dont l'indice sera . . . . .		

C'est le seul cas où l'indice du crâne moyen (81,2) dépassera la moyenne des indices (80). Dans les autres cas, c'est la moyenne des indices qui l'emportera.

2<sup>e</sup> cas. Un crâne l'emporte par son indice et un de ses diamètres (dividende ou diviseur), mais il est inférieur par l'autre : *premier exemple*, le diamètre le plus grand est le diviseur :

Premier crâne . .	160	de long,	144	de large, d'où un indice de . .	90	}	moyenne. 80
Deuxième crâne . .	200	—	140	—	70		
Crâne moyen . .	360/2	—	284/2	—	dont l'indice sera . . . . .		

*Second exemple*, le diamètre le plus long est le dividende :

Premier crâne . .	175	de long,	157	de large, indice . . . . .	90	}	moyenne. 80
Deuxième crâne . .	200	—	140	—	70		
Crâne moyen . .	375/2	—	294/2	—	dont l'indice serait . . . . .		

3<sup>e</sup> cas. Un crâne l'emporte par ses deux diamètres, mais est inférieur par son indice.

Premier crâne . . .	145	de long et	130	de large, indice . . . . .	90	} moyenne. 80
Deuxième crâne . . .	193	—	135	— . . . . .	70	
Crâne moyen . . .	338/2	—	265/2	— indice qui en résulte . . . . .	78,3	

On voit que, dans ces deux cas, la moyenne des indices l'emporte sur l'indice du crâne moyen.

58. Enfin, restent les cas où la moyenne est égale à l'indice du crâne moyen; cette identité se rencontre rarement. Deux cas seulement et tout à fait exceptionnels :

1<sup>o</sup> Celui où les crânes ont les mêmes indices, par exemple :

Premier crâne . . .	180	de long, 144	de large, indice . . . . .	80	} moyenne. 80	
Deuxième crâne . . .	170	—	136	— . . . . .		80
Crâne moyen . . .	250,2	—	280/2	— dont l'indice est . . . . .		80

Et 2<sup>o</sup> celui où les deux crânes ont un de leurs deux diamètres égaux :

Premier crâne . . .	180	de long, 140	de large, indice . . . . .	77,5	} moyenne. 75	
Deuxième crâne . . .	193	—	140	— . . . . .		72,5
Crâne moyen . . .	373,2	—	280,2	— dont l'indice est . . . . .		5

59. Mais, hors ces cas, évidemment rares où les deux crânes sont égaux dans un de leurs trois éléments : longueur, largeur et indice, la *moyenne* des indices est nécessairement différente de l'indice du crâne moyen, tantôt en un sens, tantôt en un autre. Le plus souvent, la moyenne des indices l'emporte sur l'indice du crâne moyen, sauf dans le cas, moins fréquent, où les trois valeurs, — les deux diamètres et l'indice, sont moindres dans un crâne; alors seulement la moyenne des indices est une valeur moindre que l'indice du crâne moyen.

60. Ces règles, qui ont leur raison dans la théorie des proportions, sont manifestement générales; pour leur donner le degré de généralité qu'elles comportent, il suffit de remarquer que la longueur du crâne est le dénominateur (ou diviseur) de la fraction ou rapport; que sa largeur en est le numérateur (ou dividende), et que l'indice en est la valeur (ou quotient).

Ainsi il est démontré qu'en substituant le crâne moyen (entité à laquelle on peut d'ailleurs adresser les mêmes critiques qu'à l'homme moyen) à la moyenne des indices, seule moyenne conforme à la théorie, on substitue une valeur à une autre qui ne lui est pas identique; à la vérité, elle s'en éloigne peu, mais enfin elle s'en éloigne, et l'erreur qui en résulte peut, dans des cas rares, il est vrai, être notablement supérieure à celle que comportent les erreurs de mesurage; elle est d'autant plus forte, que les indices sont plus différents l'un de l'autre, et nous avons vu que, dans l'indice crânien, la différence peut presque atteindre 2/80.

En outre (et c'est ce point surtout que je trouve fâcheux dans cette méthode), comme on n'obtient pas isolément les indices de chaque crâne, on se prive de l'enseignement si fécond qui résulte de la sériation de ces indices. On a une moyenne privée de ce contrôle.

61. La critique que nous venons de faire de l'assimilation du rapport des valeurs moyennes à la vraie moyenne, et que nous avons appuyée par des exemples empruntés à l'anthropologie, s'étend-elle aussi à la démographie ?

Oui sans doute, en principe; mais en pratique la différence qui existe entre ces

deux valeurs est si faible que, contrairement à ce qui peut arriver en anthropologie, elle reste toujours ou presque toujours au-dessous de la précision des documents, car il s'agit ici de ceux que l'on peut attendre des enquêtes officielles, généralement fort négligées. Dans l'étude des populations, cette différence est d'autant plus faible que, le diviseur commun des divers rapports annuels étant la population, ce diviseur varie fort peu d'année en année, de sorte que, dans ce cas, en vertu du principe établi (§ 58, 2<sup>o</sup>), la différence entre le rapport des moyennes et la moyenne des rapports doit être très-faible.

62. Ainsi la Bavière, pendant la période 1853-1868, a vu sa population monter rapidement de 4,553,486 à 4,824,421, ses mariages sont montés aussi de 27 ou 28 mille à 42 ou 43 mille; et pourtant, malgré ces accroissements, la moyenne des rapports pris année par année est de 7.31 mariages par an et par 1,000 habitants, et le rapport des valeurs moyennes (population et mariage) donne 7.34. De même, pour la France, pendant la période où sa population a été la plus accrue et sa mortalité diminuée (1831-1840), je trouve que la moyenne des mortalités annuelles est de 24.67 par 1,000 habitants, et le rapport des valeurs moyennes de 24.65.

63. Ces différences, bien qu'appréciables, nous paraissent encore trop inférieures à celles qui résultent des erreurs de relevés, notamment dans la supputation des vivants, pour imposer le rejet des méthodes ordinaires qui, en abrégant les calculs, diminuent le labeur et les chances d'erreur. Cependant la méthode rigoureuse garde l'avantage très-grand de faire connaître les oscillations annuelles, de pouvoir les sérier et en scruter les causes, avantages tels, qu'ils doivent souvent décider le démographe, malgré le surcroît de travail qui en résulte, à calculer les rapports annuels. D'ailleurs, ce surcroît sera bien allégé par l'emploi de la règle à calcul (1).

64. Nous avons étudié jusqu'ici les diverses espèces de moyennes, leur détermination, leur écart médian ou probable, et leur écart possible; les séries plus ou moins symétriques ou décidément insymétriques autour des moyennes, ainsi que les causes de leur symétrie ou de leur insymétrie; enfin, la synthèse de toutes ces moyennes, tentée prématurément par la conception de l'homme moyen. Il nous resterait à traiter de la *probabilité* que possèdent ces valeurs moyennes de traduire avec une précision suffisante la valeur cherchée. En effet, ces moyennes que détermine le statisticien ne sont que des valeurs approchées de la grandeur exacte, mais inconnue, que l'on s'efforce d'atteindre sans être bien sûr d'y parvenir jamais, mais avec la certitude de s'en rapprocher autant qu'on voudra, et, ce qui n'est pas moins précieux, de savoir toujours quelle est la chance d'erreur à laquelle on est exposé. Mais cette partie de mon travail se confond trop avec les autres questions de probabilité et les applications du calcul des PROBABILITÉS aux sciences naturelles pour que nous puissions en traiter ici. Nous résumerons seulement quelques principes ayant des applications essentielles, afin que cet article soit complet et puisse être immédiatement utile, au moins au point de vue pratique.

65. Une moyenne n'a quelque valeur que si elle repose sur un grand nombre d'observations; ce nombre doit être d'autant plus grand: 1<sup>o</sup> que les différences de chaque observation isolée (ou chaque groupe d'observations presque égales à la

---

(1) Pour le statisticien ou l'anthropologiste cette règle à calcul doit avoir au moins 50 centimètres de long, et porter deux échelles dont l'une, ordinairement inférieure, double de l'autre, permet de lire *précisément* trois à quatre chiffres (par exemple le nombre 1,435 et 928) et, par approximation, un chiffre de plus; en outre cette règle est munie d'un curseur pour l'extraction des racines.

valeur moyenne M) sont plus fortes; 2° que le sujet étudié exige plus de précision; et enfin, 3° quand il s'agit de la fréquence moyenne de deux événements qui s'excluent (comme mort ou guérison). Il faut d'autant plus d'observations que les fréquences respectives des deux événements sont plus voisines, et d'autant moins que l'un est plus rare relativement à l'autre. H, i

66. En général, les autres conditions étant égales, la probabilité de la précision du résultat moyen croît, non pas avec le nombre N d'observations, mais comme la racine carrée de ce nombre,  $\sqrt{N}$ . Ainsi, quand les nombres des observations croissent comme 4—9—16—25—36—49, la probabilité de la précision du résultat moyen croît comme 2—3—4—5—6—7; en d'autres termes, si on veut un résultat 2 fois ou 3 fois plus précis, il faudra, toutes choses restant les mêmes, que les observations deviennent 4 fois ou 9 fois plus nombreuses.

67. De plus, nous avons vu que la précision de la moyenne augmente quand l'amplitude des erreurs  $\epsilon$  diminue. Elle est en raison inverse, non pas de la somme ( $\Sigma$ ) des erreurs ( $\Sigma\epsilon$ ) (1), mais de la racine carrée du double de la somme des carrés de ces erreurs ( $\sqrt{2\Sigma\epsilon^2}$ ). Il serait donc utile que chaque résultat moyen fût accompagné du nombre N des observations, et de la somme des carrés des erreurs, ou écarts des observations particulières (prises une à une, ou assemblées en petits groupes) avec la moyenne générale, afin que l'on pût toujours déterminer, soit le module de convergence  $g$  de la courbe de probabilité ( $g = \frac{\sqrt{N}}{\sqrt{2\Sigma\epsilon^2}}$ ), soit la précision avec laquelle est déterminée la moyenne expérimentale par rapport à la moyenne absolue; la mesure de cette précision s'appelle le *poids* ( $\bar{P}$ ) de la moyenne expérimentale, et a pour formule  $\bar{P} = \frac{N}{\sqrt{2\Sigma\epsilon^2}}$ .

Ces notions, que nous jetons ici en avant, seront éclaircies et étendues dans l'article que nous nous proposons de faire sur la **PROBABILITÉ**.

68. Il est un moyen très-pratique et presque toujours suffisant, surtout en démographie, de s'assurer si la moyenne trouvée par le calcul est assez rapprochée de la moyenne vraie, inconnue; ce moyen consiste à prendre une seconde moyenne sur une série d'observations en même nombre, ou bien, si on n'a pas d'autres observations, à diviser au hasard (ou suivant une norme qui soit certainement sans influence sur la moyenne) en deux ou trois groupes à peu près égaux, les observations dont on dispose, et à rechercher les moyennes de chacun de ces groupes. Si ces moyennes s'éloignent peu les unes des autres et de la moyenne générale, surtout si l'arrangement sériel, ou la courbe de probabilité qui le figure, conserve la même forme générale, on pourra regarder comme suffisamment approchée la moyenne trouvée; c'est ce que nous avons fait pour le département du Doubs, afin de nous assurer que l'arrangement si particulier des nombres sériés n'était pas ac-

(1) On remarquera que, dans tous les cas (moyenne objective ou subjective), les *erreurs* ( $\epsilon$ ) se déterminent comme dans l'exemple de la polaire, en prenant la différence entre la moyenne générale (M) et chaque observation particulière, ou, pour abrégé, entre cette moyenne générale et les grandeurs moyennes de chaque groupe sériel (dans lesquelles on a réuni les observations de valeurs voisines). Pour avoir la somme des carrés ( $\Sigma\epsilon^2$ ), on élève chaque différence ( $\epsilon$ ) au carré, que l'on multiplie par les nombres ( $a, b, c, d, \dots$ ) des observations de chaque groupe correspondant (car il y a en chaque groupe autant d'erreurs que d'observations), et on fait la somme de ces produits; cette somme ( $\Sigma\epsilon^2$ ), que l'on peut doubler pour l'avoir telle qu'elle entre dans les formules, est d'une grande importance dans tous les cas où il importe de mesurer la précision avec laquelle on a déterminé la valeur moyenne.

cidental, mais constant (*voy.* p. 307, § 21). Au contraire, si les différences de ces nouvelles valeurs avec les anciennes dépassent le degré de précision que l'on désire ou en approche, on sera averti de leur nombre insuffisant et l'on s'efforcera de l'augmenter, ou, si c'est une moyenne objective qu'il s'agit de déterminer, on pourra encore s'efforcer d'accroître la précision des mesurages des grandeurs relevées. Cette méthode d'information sur la confiance que méritent les résultats n'a pas sans doute la rigueur des formules que nous avons données. Il pourrait se faire que, par hasard, cette épreuve péchant dans le même sens que le premier travail, induisit en erreur; mais cette probabilité est bien faible, et comme le *modus faciendi* de ce dernier procédé est simple, et relativement rapide, on pourra le plus souvent s'en contenter. En tout cas, nous ne saurions trop le dire, un statisticien doit toujours faire connaître sur quel nombre primitif d'observations il opère; il doit aussi s'efforcer de découvrir la valeur médiane ou probable, c'est-à-dire celle qui comprend la moitié des faits observés, et, aussi, les plus grands écarts possibles de chaque côté de la moyenne. Quand il s'agit de moyennes typiques, généralement incluses entre les limites de la valeur médiane, il faut en outre faire connaître à quelle distance en plus et en moins de ces limites tombe la moyenne.

69. *Conclusion.* Nous terminerons cette étude en résumant dans quels cas il y a intérêt pour les savants à recourir à la détermination des valeurs moyennes.

Quand il s'agit de moyennes objectives, c'est évidemment dans le cas où il importe que la grandeur réelle que l'on a besoin de déterminer le soit avec une précision plus grande que ne peuvent l'obtenir les instruments dont on dispose. C'est ce qui se présente souvent pour les sciences dites de précision, et notamment pour l'astronomie.

70. Quant aux moyennes subjectives ayant, entre autres objets, celui de décharger la mémoire et l'attention en condensant en une seule grandeur moyenne idéale un nombre considérable de grandeurs particulières, elles seront employées soit pour la clarté de nos idées ou de l'enseignement, soit pour suivre plus facilement les variations d'un système de grandeurs de même ordre.

71. Cependant les moyennes typiques ont, en outre, un résultat plus élevé. Au milieu de la complexité des variations individuelles, elles nous aident à découvrir les modifications caractéristiques des groupes naturels; elles seules permettent de mesurer ces modifications, d'en caractériser l'importance, d'en saisir les mouvements à travers l'espace et le temps, c'est pourquoi elles sont surtout précieuses pour le naturaliste, et notamment pour l'anthropologiste et le démographe.

D<sup>r</sup> BERTILLON.