JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

CAMILLE JORDAN

Des polynômes invariants par une substitution linéaire (rectification)

Journal de mathématiques pures et appliquées 6e série, tome 10 (1914), p. 187.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1914_6_10__187_0>

Des polynomes invariants par une substitution linéaire (RECTIFICATION);

PAR CAMILLE JORDAN.

La Note publiée sous ce titre dans le présent Volume (p. 97-104), contient une inexactitude que M. H. Hilton a eu l'obligeance de nous signaler, et qu'il est nécessaire de rectifier.

Un polynome Φ satisfaisant à l'équation aux dérivées partielles $D\Phi = 0$, n'est pas par là même invariant, par la substitution S_2, comme nous l'avons affirmé par inadvertance. Il n'est donc pas vrai qu'un polynome invariant doive se décomposer en polynomes isobares, invariants séparément.

En particulier, les polynomes X_k, Y_k, Z_k de la page 103 ne sont pas invariants, mais on doit les remplacer par d'autres polynomes ξ_k, η_k, ζ_k linéaires comme eux par rapport aux variables d'indice > 1 (mais non isobares) et construits comme il suit :

Posons pour abréger

$$P_0 = x_0,\ P_1 = x_1,\ \ldots,\ P_n = \frac{x_1(x_1 - x_0)\ldots[x_1 - (n-1)x_0]}{n!}$$

On aura évidemment

$$x_1 P_n = [(x_1 - n x_0) + n x_0] P_n = (n+1) P_{n+1} + n x_0 P_n.$$

D'autre part, le changement de x_1 en $x_1 + x_0$ accroît P_n de $x_0 P_{n-1}$.

On voit dès lors que le polynome

$$\begin{aligned}\xi_k = x_0^{k-1} x_k - x_0^{k-2} P_1 x_{k-1} + \ldots + (-1)^{k-2} x_0 P_{k-2} x_2 \\ + (-1)^{k-1}[(k-1)P_k + x_0(k-2)P_{k-1}]\end{aligned}$$

est invariant par S_2, car les termes de son accroissement se détruisent deux à deux, sauf les suivants

$$(-1)^{k-2} x_0 P_{k-2} x_1 + (-1)^{k-1} x_0 [(k-1) P_{k-1} + (k-2) x_0 P_{k-2}],$$

dont la somme est nulle en vertu de la formule récurrente (1).

Les polynomes η_k, ζ_k se formeront de même.