JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Sur la forme $3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 8 (1863), p. 239-240.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1863_2_8__239_0>

SUR LA FORME

$3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

1. La détermination du nombre

$$N(n = 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2)$$

des solutions de l'équation

$$n = 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2,$$

où n est un entier donné, ne peut offrir aucune difficulté, ni quand n est de la forme $3q + 2$, ce nombre étant évidemment nul alors, ni quand $n = 3q$, attendu que l'équation

$$3q = 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2$$

exigeant que z soit un multiple de 3, $z = 3z_1$, revient à celle-ci

$$q = x^2 + y^2 + 4t^2 + 12z_1^2,$$

que nous avons discutée dans le cahier de mai (p. 173).

2. Pour un entier pair, $n = 2q$, la question se résout facilement aussi, en prouvant que le nombre demandé

$$N(2q = 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2)$$

est égal à cet autre nombre

$$N(q = 2x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 6t^2),$$

que nous avons enseigné à calculer, pour chaque entier q, dans ce cahier même.

Reste le cas de n impair et de la forme $3q+1$. On peut avoir

$$n = 12k + 1$$

ou

$$n = 12k - 5.$$

Or il est visible que

$$N(12k + 1 = 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2) = 0,$$

et l'on s'assure sans peine que la valeur de

$$N(12k - 5 = 3x^2 + 3y^2 + 4z^2 + 12t^2)$$

est les deux tiers de celle de

$$N(12k - 5 = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2 + 4t^2)$$

que nous venons de déterminer dans l'article précédent.