JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Théorème concernant le produit de deux nombres premiers, l'un de la forme $40\mu + 3$, l'autre de la forme $40\nu + 7$

Journal de mathématiques pures et appliquées 2e série, tome 6 (1861), p. 193-194.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1861_2_6__193_0>

THÉORÈME

CONCERNANT

LE PRODUIT DE DEUX NOMBRES PREMIERS, L'UN DE LA FORME $40\mu+3$, L'AUTRE DE LA FORME $40\nu+7$;

PAR M. J. LIOUVILLE.

Désignons par m le produit de deux nombres premiers donnés, l'un de la forme $40\mu+3$, l'autre de la forme $40\nu+7$. On aura au sujet du produit m ce théorème, que l'on peut poser au moins une fois, et toujours un nombre impair de fois, l'équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2,$$

x et y étant des entiers impairs, et p un nombre premier qui ne divise pas y. On admet pour l la valeur zéro. Quant au nombre premier p, nous ne lui imposons à priori aucune condition; mais il est évident que notre équation

$$m = 10x^2 + p^{4l+1}y^2$$

ne pourrait pas être vérifiée, si l'on n'avait pas à la fois

$$p \equiv 3 \pmod{8}$$

et

$$p \equiv \pm 1 \pmod{5}.$$

Ainsi p sera de l'une ou de l'autre des deux formes

$$40g+11, \quad 40g+19.$$

L'exemple le plus simple est celui de

$$m = 3.7,$$

c'est-à-dire de

$$m = 21.$$

Or on a l'équation canonique

$$21 = 10.1^2 + 11.1^2.$$

Vient ensuite

$$m = 3.47,$$

c'est-à-dire

$$m = 141,$$

et cette fois encore on a une seule équation canonique, savoir

$$141 = 10.1^2 + 131.1^2:$$

on n'obtient pas une telle équation en retranchant 10.3^2 de 141, car le reste 51 est le produit de 3 par 17.

Soit enfin

$$m = 7.43,$$

c'est-à-dire

$$m = 301,$$

et notre théorème sera également vérifié, grâce à l'équation canonique

$$301 = 10.3^2 + 211.1^2.$$

Les restes 291 et 51 obtenus en retranchant 10 et 10.5^2 de 301 n'ont pas la forme voulue; 291 est le produit des deux nombres premiers 3 et 97.

Nous ne voyons pas qu'il y ait intérêt à pousser plus loin ces vérifications numériques.