JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

J. LIOUVILLE

Note de M. Liouville

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 13 (1848), p. 220.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1848_1_13__220_0>

Note de M. Liouville.

Les théorèmes que M. Roberts donne dans cet article ne sont relatifs qu'à un cas très-particulier de la transformation *géographique* des figures tracées sur un plan ou sur une surface en d'autres figures tracées soit sur la même surface, soit sur une surface différente. La condition fondamentale de cette transformation géographique, telle que Lagrange et M. Gauss l'ont posée, consiste, en effet, en ce que la figure transformée et la figure primitive doivent rester semblables l'une à l'autre dans leurs éléments infiniment petits. Cette condition est remplie dans le cas particulier que M. Roberts considère, et c'est uniquement de là que naissent tous les théorèmes qu'il a signalés. Les analogues de ces théorèmes auront donc lieu dans le cas général. Mais la transformation par rayons vecteurs réciproques jouit seule du caractère singulier de s'étendre à un nombre quelconque de variables, et, par conséquent, de fournir, entre autres résultats, une sorte de transformation géographique à trois dimensions, c'est-à-dire une solution de l'équation

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 = \lambda\,(d\alpha^2 + d\beta^2 + d\gamma^2),$$

équation bien plus difficile à traiter que celle pour le plan

$$dx^2 + dy^2 = \lambda\,(d\alpha^2 + d\beta^2),$$

de laquelle on déduit aisément

$$x + y\sqrt{-1} = f(\alpha \pm \beta\sqrt{-1}),$$

formule qui conduit à celles de M. Roberts en prenant pour la fonction f une simple puissance.