JOURNAL

DE

MATHÉMATIQUES

PURES ET APPLIQUÉES

FONDÉ EN 1836 ET PUBLIÉ JUSQU'EN 1874

PAR JOSEPH LIOUVILLE

DU HAŸS

Du jeu de loto

Journal de mathématiques pures et appliquées 1re série, tome 7 (1842), p. 192-202.

<http://www.numdam.org/item?id=JMPA_1842_1_7__192_0>

DU JEU DE LOTO [*];

Par M. DU HAŸS.

Quoique tout le monde connaisse le *loto*, il ne paraît pas qu'on se soit encore occupé de l'analyse mathématique de ce jeu. M. P.-N. Huyn, auteur d'une brochure, publiée en 1788, intitulée : *La Théorie des jeux de hasard*, parle bien du *loto*; mais il expose, sous cette dénomination, les principes de la *Loterie royale de France*, récemment supprimée, et non ceux du véritable jeu de *loto*.

Ce jeu, de hasard pur, est composé des 90 premiers numéros de la suite des nombres naturels. Ces numéros sont rangés sur des tableaux qui offrent tous 9 colonnes verticales de 3 cases, ou, ce qui revient au même, 3 bandes horizontales de 9 cases chacune. Sur chaque bande sont inscrits 5 numéros qui forment un *quine*. Il résulte de cette disposition que chaque tableau contient 15 numéros, et qu'il faut 6 tableaux, ou 18 bandes, pour épuiser les 90 numéros du jeu sans en répéter aucun. Chaque série de 6 tableaux se distingue par une couleur particulière, et un jeu se compose d'un plus ou moins grand nombre de ces séries ou couleurs : jamais un quine quelconque ne doit être répété dans un même jeu.

La première colonne des séries de tableaux est consacrée aux nombres d'un seul chiffre et comprend 9 numéros et 9 cases vides. Les deuxième, troisième, quatrième, cinquième, sixième, septième et

[*] Il existe un autre jeu, nommé le *loto-dauphin*, beaucoup moins simple que le *loto* ordinaire, et dans lequel toutes les combinaisons sont formées par les joueurs eux-mêmes. Le nombre de ces combinaisons est bien plus grand encore que celui des combinaisons de l'autre *loto*, le seul dont il s'agisse ici.

huitième colonnes sont chacune consacrées à un ordre spécial de dixaines, et comprennent aussi chacune 10 numéros et 8 cases vides. La neuvième et dernière colonne, à cause du n° 90 qui s'y trouve placé avec les nombres de 8 dixaines, contient 11 numéros et 7 cases vides. Il eût été beaucoup plus régulier, et préférable peut-être, de remplacer le n° 90 par un zéro mis dans la première colonne; mais le jeu s'est établi autrement, et on n'a plus maintenant à examiner ce point.

On voit par ce qui précède que les quines se forment de l'arrangement des 9 colonnes prises 5 à 5, et de la combinaison entre eux des numéros de ces diverses colonnes : les colonnes fournissent

$$\frac{9.8.7.6.5}{1.2.3.4.5} = 126$$

combinaisons différentes. Celles de ces combinaisons où n'entrent ni la première ni la dernière colonne, donnent

$$\frac{7.6.5.4.3}{1.2.3.4.5} \times 10^5 = 21.10^5 = 2{,}100{,}000 \text{ quines};$$

celles où entre la première colonne sans la dernière, donnent

$$\frac{7.6.5.4}{1.2.3.4} \times 9 \times 10^4 = 35.9.10^4 = 3{,}150{,}000 \text{ quines};$$

celles où entre la dernière colonne sans la première, donnent

$$35.11.10^4 = 3{,}850{,}000 \text{ quines};$$

enfin, celles où entrent à la fois la première et la dernière colonne, donnent

$$\frac{7.6.5}{1.2.3} \times 9 \times 11 \times 10^3 = 35.9.11.10^3 = 3{,}465{,}000 \text{ quines différents};$$

en tout 12,565,000 quines possibles. Or comme chaque série ou couleur de 6 tableaux comprend 18 quines, il faudrait

$$\frac{12{,}565{,}000}{18} = 698{,}055\tfrac{5}{9}$$

séries pour les épuiser en totalité.

On peut réduire ces nombres immenses de quines et de séries en imposant à leur formation diverses conditions simultanées : comme, par exemple, qu'une bande ne présente jamais deux cases vides contiguës, ni plus de 2 numéros attenants; qu'il n'y ait jamais moins d'un numéro, ni plus de 2, dans chaque colonne d'un tableau; qu'un même arrangement de numéros sur un tableau ne se montre pas plusieurs fois dans une même série, et que tous les quines soient composés de numéros alternativement pairs et impairs. On verra plus bas que cette dernière condition ne saurait s'adjoindre aux autres qu'autant que le n° 90, pris hors de ligne et composé d'un nombre impair de dixaines, soit employé comme s'il était un nombre véritablement impair.

La combinaison unique des première, troisième, cinquième, septième et neuvième colonnes, ou colonnes de rangs impairs, fournit tous les quines d'une première espèce, ceux qui n'ont aucun de leurs numéros contigus. Les quines qui ne comprennent qu'un seul groupe de 2 numéros attenants, renferment la seconde et la troisième espèce : dans celle-ci les bandes commencent par un numéro et finissent par une case vide; dans l'autre, au contraire, elles commencent par une case vide et finissent par un numéro. On verra encore ci-après qu'en plaçant un quine de la première espèce dans chaque tableau, il faut de nécessité absolue, pour compléter les séries, avec les conditions données, employer la quatrième espèce de combinaisons de colonnes possible, celle qui fournit les quines composés d'un numéro isolé et de 2 groupes de 2 numéros contigus.

Les bandes provenant de cette dernière espèce de combinaisons de colonnes commencent et finissent toujours par des cases vides, elles ne peuvent donc fournir aucun numéro aux première et dernière colonnes : ces numéros doivent donc venir des trois autres espèces de combinaisons. De plus, les bandes de la quatrième espèce ayant toutes un numéro à la cinquième case, on ne peut en adjoindre qu'une seule par tableau à la bande de la première espèce qui doit se trouver dans chacun d'eux; autrement la cinquième case du tableau contiendrait 3 numéros. On ne peut pas non plus placer 2 bandes de la première espèce dans un même tableau, autrement encore il se trouverait, à cause de la bande de deuxième ou de troisième espèce qui doit y être placée, soit dans la dernière, soit dans la première colonne, 3 numéros. Par un semblable motif, on ne saurait y avoir 2 bandes de l'une ou de l'autre de ces dernières espèces. En général, il ne peut donc entrer 2 bandes de même espèce dans un même tableau.

Les deuxième et troisième espèces d'arrangements de colonnes sont susceptibles chacune de 4 combinaisons; mais il en est 2 de chaque espèce qui ont aussi des numéros dans la cinquième colonne, et qui, par cette raison, doivent être exclues, puisqu'elles ne peuvent être jointes dans les tableaux à aucune des autres combinaisons. De même, la quatrième espèce d'arrangements de colonnes est susceptible de 3 combinaisons différentes, mais l'une d'elles ne saurait non plus s'associer aux autres. Il ne résulte donc d'utile, des 4 espèces d'arrangements de colonnes, que les 7 combinaisons suivantes de numéros dans les bandes.

Bandes à numéros alternatifs....	1re espèce	$\times.o.\times.o.\times.o.\times.o.\times\ldots a$;
Bandes à un seul groupe de 2 numéros contigus.............	2e espèce	$o.\times.o.\times.o.\times.o.\times.\times\ldots b$,
		$o.\times.o.\times.o.\times.\times.o.\times\ldots b'$;
	3e espèce	$\times.o.\times.\times.o.\times.o.\times.o\ldots c$,
		$\times.\times.o.\times.o.\times.o.\times.o\ldots c'$;
Bandes à 2 groupes de numéros contigus..................	4e espèce	$o.\times.o.\times.\times.\times.o.\times\ o\ldots d$,
		$o.\times.\times\ o.\times.o.\times.\times.o\ldots d'$.

Les zéros indiquent les cases vides, les signes × les numéros, et les lettres sont les indices des diverses sortes de bandes. Les bandes distribuent les numéros dans les colonnes de toutes les séries ou couleurs de tableaux, de la manière suivante.

	COLONNES								
	1re.	2e.	3e.	4e.	5e.	6e.	7e	8e.	9e.
6 bandes a............	6	0	6	0	6	0	6	0	6 numéros.
5 bandes b, b'.........	0	5	0	5	0	5	2	3	5 numéros.
3 bandes c, c'.........	3	1	2	3	0	3	0	3	0 numéro.
4 bandes d, d'.........	0	4	2	2	4	2	2	4	0 numéro.
18 bandes.	9	10	10	10	10	10	10	10	11 numéros.

En effet, chaque série devant se composer d'abord de 6 bandes a, une par tableau, les 5 numéros manquant dans la dernière colonne ne peuvent provenir que de 5 bandes b et b', et les 3 manquant dans la première, que de 3 bandes c et c'. De plus, les première et dernière colonnes étant complètes, les 4 numéros à mettre encore dans la cinquième ne peuvent être fournis que par 4 bandes d et d'. Mais les 3 numéros manquant dans la huitième colonne ne peuvent provenir que de 3 bandes b, et celui qui manque dans la deuxième colonne ne saurait provenir que de la bande c'; il y aura donc dans chaque série, outre les 6 bandes a, 3 bandes b, 2 bandes b', 2 bandes c, et une bande c'. Enfin, les 2 numéros manquant encore dans chacune des septième et troisième colonnes, ne sauraient provenir que de 2 bandes d, et de 2 bandes d'.

Les bandes b et b' combinées avec les bandes c et c' et avec les bandes d et d', ainsi que les bandes c et c' avec les bandes d et d', donnent 12 combinaisons, dont 2, cd' et $b'd$, qui ont 2 numéros, la première dans la troisième colonne et la seconde dans la septième, ne sauraient être jointes à la bande a pour former un tableau. Une troisième de ces combinaisons, $c'd'$, ne saurait non plus être admise dans une série sans empêcher d'y employer les 3 bandes b et les 2 bandes b' qui doivent y entrer; elle doit donc être aussi négligée. Si l'on réunit maintenant les 9 autres combinaisons à la bande a pour en former des types de tableaux et des séries de tableaux, on trouve que, la bande c' ne pouvant entrer qu'une seule fois dans chaque type de séries, et ne pouvant se joindre qu'aux trois bandes b, b' et d, on ne peut obtenir que 3 différents types que voici.

	TYPES DES SÉRIES.				TYPES DES SÉRIES.		
	1er.	2e.	3e.		1re	2e.	3e
1er tableau	a b c	a b c	a b c'	4e tableau	a b' c'	a b' d'	a b' c
2e tableau	a b d	a b d	a b d	5e tableau	a b' d'	a b' c	a b' d'
3e tableau	a b d'	a b d'	a b d'	6e tableau	a c d	a c' d	a c d

Les bandes a, b', c, d et d' sont en nombres pairs dans les 3 types de séries de tableaux. Il s'ensuit qu'en les commençant alternativement par des numéros impairs et par des numéros pairs, elles en absorberont un égal nombre de chaque sorte. La même chose aura lieu pour 2 des bandes b; mais la troisième devra compenser la bande c', et comme celle-ci a un numéro dans la première colonne qui renferme 4 numéros pairs et 5 numéros impairs, cette bande c' devra toujours commencer par un numéro impair, et les numéros des deuxième, sixième et neuvième cases de la bande isolée b devront par suite être aussi impairs. Il faudrait donc dans ces 2 bandes 6 numéros impairs et 4 numéros pairs; mais il n'en reste que 5 de chaque sorte à placer, et c'est pour pourvoir à cette exigence que le n° 90 doit être employé comme s'il était un numéro impair, et que 2 des bandes b, sur 3, devront toujours aussi commencer par des numéros impairs.

Les tableaux dont la disposition remplit les conditions imposées s'éloignent peu de ceux des jeux de *loto* ordinaires, seulement les numéros y sont distribués avec plus de régularité. On s'en convaincra en jetant les yeux sur les trois exemples suivants, fournis par les trois différents types qui précèdent.

TABLEAUX DE LOTO.

Première couleur.

$$1^{\text{er}} \text{ tableau} \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} a = 4.0.23.0.46.0.61.0.88, \\ b = 0.19.0.30.0.55.0.72.90, \\ c = 8.0.27.34.0.53.0.74.0; \end{array} \right.$$

$$2^{\text{e}} \text{ tableau} \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} a = 9.0.20.0.43.0.66.0.81, \\ b = 0.12.0.37.0.52.0.75.84, \\ d = 0.15.0.36.49.0.60.71.0; \end{array} \right.$$

$$3^{\text{e}} \text{ tableau} \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} a = 6.0.21.0.48.0.63.0.80, \\ b = 0.13.0.32.0.57.0.76.85, \\ d' = 0.10.29.0.42.51.0.78.0; \end{array} \right.$$

$$4^{\text{e}} \text{ tableau} \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} a = 5.0.28.0.41.0.64.0.87, \\ b' = 0.14.0.33.0.56.69.0.82, \\ c' = 1.16.0.35.0.50.0.77.0; \end{array} \right.$$

$$5^{\text{e}} \text{ tableau} \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} a = 2.0.25.0.40.0.67.0.86, \\ b' = 0.17.0.38.0.59.62.0.83, \\ d' = 0.11.24.0.47.54.0.73.0; \end{array} \right.$$

$$6^{\text{e}} \text{ tableau} \ldots\ldots\ldots \left\{ \begin{array}{l} a = 3.0.22.0.45.0.68.0.89, \\ c = 7.0.26.31.0.58.0.79.0, \\ d = 0.18.0.39.44.0.65.70.0. \end{array} \right.$$

Deuxième couleur.

$$1^{\text{er}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 7.0.20.0.45.0.68.0.83,\\ b &= 0.12.0.39.0.52.0.77.88,\\ c &= 1.0.24.37.0.58.0.71.0;\end{aligned}\right.$$

$$2^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 2.0.21.0.48.0.65.0.86,\\ b &= 0.19.0.38.0.59.0.78.90,\\ d &= 0.15.0.32.49.0.64.73.0;\end{aligned}\right.$$

$$3^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 5.0.28.0.41.0.66.0.89,\\ b &= 0.17.0.30.0.53.0.72.85,\\ d' &= 0.14.27.0.42.51.0.76.0;\end{aligned}\right.$$

$$4^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 6.0.23.0.46.0.69.0.82,\\ b' &= 0.11.0.34.0.55.62.0.87,\\ d' &= 0.13.22.0.47.54.0.79.0;\end{aligned}\right.$$

$$5^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 3.0.26.0.43.0.60.0.81,\\ b' &= 0.10.0.35.0.50.61.0.80,\\ c &= 4.0.29.36.0.57.0.74.0;\end{aligned}\right.$$

$$6^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 8.0.25.0.40.0.63.0.84,\\ c' &= 9.16.0.31.0.56.0.75.0,\\ d &= 0.18.0.33.44.0.67.70.0.\end{aligned}\right.$$

Troisième couleur.

$$1^{\text{er}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 1.0.22.0.43.0.64.0.85,\\ b &= 0.14.0.33.0.56.0.77.82,\\ c' &= 7.18.0.35.0.50.0.71.0;\end{aligned}\right.$$

$$2^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 8.0.25.0.46.0.67.0.80,\\ b &= 0.11.0.30.0.55.0.72.83,\\ d &= 0.16.0.39.42.0.61.76.0;\end{aligned}\right.$$

$$3^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 5.0.26.0.47.0.68.0.89,\\ b &= 0.15.0.38.0.57.0.78.81,\\ d' &= 0.12.29.0.48.53.0.74.0;\end{aligned}\right.$$

$$4^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 2.0.23.0.44.0.65.0.86,\\ b' &= 0.10.0.31.0.54.63.0.88,\\ c &= 3.0.24.37.0.52.0.79.0;\end{aligned}\right.$$

$$5^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 9.0.20.0.49.0.62.0.90,\\ b' &= 0.17.0.34.0.59.60.0.87,\\ d' &= 0.19.28.0.41.58.0.75.0;\end{aligned}\right.$$

$$6^{\text{e}}\text{ tableau}\ldots\ldots\ldots\left\{\begin{aligned} a &= 4.0.21.0.40.0.69.0.84,\\ c &= 6.0.27.32.0.51.0.70.0,\\ d &= 0.13.0.36.45.0.66.73.0.\end{aligned}\right.$$

Il convient donc qu'un jeu de *loto* établi sur ces bases, soit composé de 3, 6, 9, 12, ..., $3n$ différentes séries ou couleurs de tableaux.

La combinaison de colonnes, désignée par c', qui est unique et dont le premier numéro est toujours impair, exceptée, les six autres peuvent commencer toutes successivement par des numéros impairs et par des numéros pairs, et donner avec la première 13 arrangements, qui, en prenant comme il a été dit le n° 90 pour impair, fournissent 41,250 quines, savoir :

Le premier numéro de la bande étant impair.

3 bandes a ... $6.5^4 = 3750$ quines, suffisant à $\frac{3750}{3} = 1250$ séries;

2 bandes b ... $6.5^4 = 3750$ quines, suffisant à $\frac{3750}{2} = 1875$ séries;

1 bande b' ... $6.5^4 = 3750$ quines, suffisant à .... 3750 séries;
1 bande c ... $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries;
1 bande c' ... $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries;
1 bande d ... $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries;
1 bande d' .. $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries.

Le premier numéro de la bande étant pair.

3 bandes a .. $4.5^4 = 2500$ quines, suffisant à $\frac{2500}{3} = 833\frac{1}{3}$ séries.

1 bande b ... $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries;
1 bande b .. $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries;
1 bande c ... $4.5^4 = 2500$ quines, suffisant à .... 2500 séries;
1 bande d ... $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries;
1 bande d' .. $5^5 = 3125$ quines, suffisant à .... 3125 séries.

18 bandes. 41250 quines.

Or, les quines résultant de la bande a, commençant par un numéro pair, se trouvant tous absorbés par $\frac{2500}{3} = 833\frac{1}{3}$ séries, tandis que ceux résultant de la bande b', commençant par un numéro impair, suffiraient pour 3750 séries, on en conclut qu'il n'y a que 833 séries de tableaux complètes possibles, et qu'il y a en outre 2917 fragments de séries, dans les 41,250 quines différents que peut produire l'hypothèse dont on s'occupe.

Soit maintenant x le nombre de numéros à tirer pour qu'on puisse espérer d'obtenir, dans une bande déterminée, un *extrait*, un *ambe*, un *terne*, un *quaterne* ou un *quine*; sa valeur sera [*], pour un extrait,

$$\frac{90}{5} = 18 = x \text{ numéros à tirer};$$

pour un ambe,

$$\frac{90.89}{5.4} = \frac{801}{2} = \frac{x(x-1)}{1.2}, \quad \text{et} \quad x = 28{,}3 \text{ numéros à tirer};$$

pour un terne,

$$\frac{90.89.88}{5.4.3} = 11{,}748 = \frac{x(x-1)(x-2)}{1.2.3}, \quad x = 42{,}3 \text{ numéros à tirer};$$

pour un quaterne,

$$\frac{90.89.88.87}{5.4.3.2} = 511{,}038 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.2.3.4.5}, \quad x = 60{,}7 \text{ numéros à tirer};$$

pour un quine,

$$\frac{90.89.88.87.86}{5.4.3.2.1} = 43{,}949{,}268 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{1.2.3.4.5}, \quad x = 90 \ id.$$

Pour cette dernière chance, qui est unique, on devra tirer les 90 numéros; mais alors la probabilité devient une certitude.

S'il s'agissait de trouver le nombre x de numéros à tirer pour avoir la probabilité d'obtenir les mêmes chances, dans un tableau composé de trois bandes, on aurait :
pour un extrait,

$$\frac{90}{3.5} = 6 = x \text{ numéros à tirer};$$

pour un ambe,

$$\frac{90.89}{3.5.4} = \frac{267}{2} = \frac{x(x-1)}{1.2}, \quad \text{et} \quad x = 16{,}3 \text{ numéros à tirer};$$

---

[*] Il est facile d'apercevoir que la résolution par approximation des équations numériques de la forme de celles qui s'offrent ici (et en général de la forme

$$x(x \pm a)(x \pm b)(x \pm c)\ldots(x \pm h)\ldots(x \pm m)(x \pm n) = A,$$

pour un terne,

$$\frac{90.89.88}{3.5.4.3} = 3916 = \frac{x(x-1)(x-2)}{1.2.3}, \quad x = 29{,}7 \text{ numéros à tirer;}$$

pour un quaterne,

$$\frac{90.89.88.87}{3.5.4.3.2} = 170{,}346 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.2.3.4}, \quad x = 46{,}5 \text{ numéros à tirer;}$$

pour un quine,

$$\frac{90.89.88.87.86}{3.5.4.3.2.1} = 14{,}649{,}756 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{1.2.3.4.5}, \quad x = 72{,}6 \quad id.$$

---

et il s'en présente souvent dans les calculs, quel que soit d'ailleurs le nombre r des facteurs du premier membre, ou degré de l'équation), est des plus simples et des plus promptes, au moyen de l'emploi des logarithmes. Lorsque les nombres $a, b, c, \ldots, h, \ldots, m$ et n sont petits comparativement à x, comme dans le cas actuel, la valeur du facteur moyen $x \pm h$ diffère peu de la quantité $\sqrt[r]{A}$ et l'on peut prendre $\sqrt[r]{A} \mp h$ pour première valeur approchée de x. Des valeurs de plus en plus approchées s'obtiendront alors par les méthodes ordinaires: nommant donc z, z', z'', z''', etc., les nombres à ajouter à la première valeur pour obtenir les suivantes; D, D′, D″, etc., les différences obtenues par leurs substitutions successives dans l'équation, et P, Q, R, ..., T, etc., la somme des quantités $a, b, c, \ldots, h, \ldots, m$ et n; celles de leurs produits multipliés 2 à 2, puis 3 à 3, puis 4 à 4, ainsi de suite, on aura

$$z = \frac{D}{r(\sqrt[r]{A} \mp h)^{r-1} + P(r-1)(\sqrt[r]{A} \mp h)^{r-2} + \ldots + 2T(\sqrt[r]{A} \mp h)},$$

$$z' = \frac{D'}{r(\sqrt[r]{A} \mp h + z)^{r-1} + \ldots\ldots + 2T(\sqrt[r]{A} \mp h + z)},$$

$$z'' = \frac{D''}{r(\sqrt[r]{A} \mp h + z + z')^{r-1} + \ldots\ldots + 2T(\sqrt[r]{A} \mp h + z + z')},$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

et

$$x = \sqrt[r]{A} \mp h + z + z' + z'' + z''' + \ldots \text{ etc.}$$

Si l'on voulait le même nombre x pour une réunion de deux tableaux, on trouverait qu'il y aurait à tirer :
pour un extrait,

$$\frac{18}{6} = 3 = x \text{ numéros à tirer};$$

pour un ambe,

$$\frac{801}{2.6} = \frac{267}{4} = \frac{x(x-1)}{1.2}, \quad \text{et} \quad x = 11,6 \text{ numéros à tirer};$$

pour un terne,

$$\frac{11.748}{6} = 1958 = \frac{x(x-1)(x-2)}{1.2.3}, \quad x = 23,7 \text{ numéros à tirer};$$

pour un quaterne,

$$\frac{511,038}{6} = 85,173 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)}{1.2.3.4}, \quad x = 39,3 \text{ numéros à tirer};$$

pour un quine,

$$\frac{43,949,268}{6} = 7,324,878 = \frac{x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{1.2.3.4.5}, \quad x = 63,5 \quad id.$$

On calculerait de la même manière le nombre de numéros à tirer, dans le cas où l'on aurait plus de deux tableaux.