MICHEL MATIGNON

Genre et genre résiduel des corps de fonctions valués

Groupe de travail d'analyse ultramétrique, tome 13 (1985-1986), p. 73-84
<http://www.numdam.org/item?id=GAU_1985-1986__13__73_0>

GENRE ET GENRE RESIDUEL DES CORPS DE FONCTIONS VALUES

Michel Matignon

Ce texte est un résumé (sans démonstration) de [Ma 1,2]

Les valeurs absolues sont ultramétriques et non triviales.

0. INTRODUCTION

On s'intéresse ici aux corps de fonctions d'une variable valués $(L/K, |.|)$ tels que $\overline{L}/\overline{K}$ soit un corps de fonctions d'une variable où $\overline{L}$ (resp. $\overline{K}$) est le corps résiduel de L (resp. K) pour la valeur absolue $|.|$. Dans une telle situation on désire comparer le genre de L/K avec celui de $\overline{L}/\overline{K}$.

Cette étude a été abordée par M. Deuring ([De1],[De2]) pour définir les fonctions zéta des courbes elliptiques sur un corps de nombres. C'est la situation où la valeur absolue est discrète et genre $(L/K)=1$.

L'extension des résultats de Deuring au cas de ***genre quelconque*** et de ***valuation discrète*** a été la motivation de plusieurs travaux ([La1],[La2],[Ne],[Po]) dont le résultat le plus fin est dû à H. Mathieu en 1968 ([Math 1,2]). Il s'énonce ainsi :

Soient L/K un corps de fonctions d'une variable sur K, $\{|.|_i\}_{1\leqslant i\leqslant s}$ des valeurs absolues sur L ***discrètes,*** distinctes qui coïncident sur K en une valeur absolue $|.|$. On suppose que $\overline{L}^i/\overline{K}$ est un corps de fonctions d'une variable pour $1\leqslant i\leqslant s$ où $\overline{L}^i$ est le corps résiduel de L pour la valeur absolue $|.|_i$. Soient e_i l'indice de ramification $e(L/K,|.|_i)$, r_i le degré sur $\overline{K}$ du corps des constantes de $\overline{L}^i$, $g(L/K)$ (resp.$g(\overline{L}^i/\overline{K})$) le genre de L/K (resp.$\overline{L}^i/\overline{K}$). Alors on a

$$\text{(A)} \qquad g(L/K)-1 \geqslant \sum_{1\leqslant i\leqslant s} e_i r_i (g(\overline{L}^i/\overline{K})-1).$$

Rappelons-le, tous ces résultats n'ont été montrés que lorsque la valeur absolue est ***discrète***.

Dans [Ma1,2] on généralise A) au cas où la valeur absolue n'est pas nécessairement discrète (signalons que la formule obtenue améliore aussi A) même si la valuation est discrète).

La méthode de Mathieu utilisant de manière essentielle la valuation discrète elle ne peut s'adapter au cas non discret.

Pour ce faire nous introduisons deux ingrédients nouveaux : le premier est le défaut des corps de fonctions valués ; le second est une notion de réduction des courbes algébriques qui permet de relier la dimension de "ses" invariants cohomologiques avec ceux de sa réduction ; ce sera la réduction analytique des courbes algébriques définie par la géométrie rigide.

O.O. NOTATIONS

Soit $(K,|.|)$ un corps valué, on note $K^\circ=\{x\in K|\, |x|\leqslant 1\}$ son anneau de valuation, $K^{\circ\circ}=\{x\in K \mid |x|<1\}$ son idéal de valuation,

$$\overline{(K,|.|)}=\frac{K^\circ}{K^{\circ\circ}} \text{ et } (K,|.|)^\wedge \text{ le complété.}$$

Soit $(E,\|.\|)$ un espace vectoriel normé sur un corps valué $(K,|.|)$, $\nu\in\mathbb{R}$, $\nu>0$, on note $\overline{(E,\|.\|)}^\nu = \dfrac{\{x\in E \mid \|x\|\leqslant\nu\}}{\{x\in E \mid \|x\|<\nu\}}$, c'est un $\overline{K}$-espace vectoriel. Si E est une algèbre normée, $\overline{E}^\nu$ est un $\overline{E}$-module.

Une base $\{e_1,..,e_r\}$ d'un K-espace vectoriel normé $(E,\|.\|)$

(de dimension finie) est dite ***orthogonale*** (resp. ***orthonormale***) si $\|\sum_{i=1}^{r}\lambda_i e_i\|=\max_i |\lambda_i|.\|e_i\|$ (resp. $\|\sum_{i=1}^{r}\lambda_i e_i\|=\max_i |\lambda_i|$) pour tout $\lambda_1,\lambda_2,\ldots,\lambda_r\in K$. Notons que l'espace vectoriel $(E,\|.\|)$ admet une base orthogonale (resp. orthonormale) si et seulement si $\dim_K E=\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\bar K}\bar E^{\nu}$ (resp. $\dim_K E=\dim_{\bar K}\bar E^{1}$) où $\mathscr{V}$ désigne un système multiplicatif de représentants de $\|E-\{0\}\|$ modulo $|K^{\times}|$.

I. LE DEFAUT DES CORPS DE FONCTIONS VALUES.

Soient $(L,|.|)$ un corps valué, $K\subset L$ un sous-corps, $f(L/K,|.|)=\dim_{\bar K}\bar L$, ***le degré résiduel*** de L/K, $e(L/K,|.|)=\mathrm{Card}\,\frac{|L^{\times}|}{|K^{\times}|}$, ***l'indice de ramification*** de L/K pour $|.|$. Si L/K est fini et si K est ***complet*** le quotient $\frac{[L:K]}{e(L/K,|.|).f(L/K,|.|)}$ est un entier appelé le ***défaut d'Ostrowski*** de L/K pour $|.|$ et noté $d(L/K,|.|)$. Si car $\bar K=0$ on a $d(L/K)=1$, si car $\bar K=p>0$, on a $d(L/K)=p^{\delta}$ où $\delta\in\mathbb{N}$ ([Os]) p 355) et $d(L/K,|.|)=1$ si le K-espace vectoriel normé L admet une base orthogonale pour $|.|$.

Définition Soit $(K,|.|)$ un corps valué, $K(T)=K(T_1,T_2,\ldots,T_n)$ le corps des fractions rationnelles à n variables (i.e une extension transcendante pure de degré n sur K). On appelle ***valeur absolue de Gauss*** sur K(T) associée à $|.|$ et à T, la valeur absolue notée $|.|_g$ et définie sur K[T] par

$|\sum a_{i_1 i_2\ldots i_n} T_1^{i_1}\ldots T_n^{i_n}|_g=\max|a_{i_1 i_2\ldots i_n}|$. Il suit que $|K(T)^{\times}|_g=|K^{\times}|$

et que $\overline{(K(T),|.|_g)}$ est le corps des fractions rationnelles $\bar K(T_1,\ldots,T_n)$, en notant T_i l'image résiduelle de T_i.

Une valeur absolue $|.|'$ sur K(T) prolongeant $|.|$ est la valeur absolue de Gauss associée à $|.|$ et T si et seulement si $|T_i|'=1$ pour $1\leqslant i\leqslant n$ et si les images résiduelles de $T_1,\ldots,T_n$ dans $\overline{(K(T),|.|')}$ sont algébriquement indépendantes sur $\overline{K}$.

On montre le théorème suivant (*inégalité fondamentale*)

THEOREME 1. *Soient* K *un corps valué complet,* $K(T)=K(T_1,T_2,\ldots,T_n)$ *le corps des fractions rationnelles à* n *variables,* $n\geqslant 1$, *muni de la valeur absolue de Gauss* $|.|_g$, $K(T)^\wedge$ *son complété,* $(L_i)_{1\leqslant i\leqslant s}$ *des extensions finies de* $K(T)^\wedge$, $|.|_i$ *la valeur absolue de* L_i *prolongeant* $|.|_g$, $d_i=d(L_i/K(T)^\wedge)$ *le défaut de* L_i *sur* $K(T)^\wedge$. *Soient* $L=\prod_{1\leqslant i\leqslant s} L_i$, *l'algèbre normée par* $\|(x_1,x_2,\ldots,x_s)\|=\max\limits_{1\leqslant i\leqslant s}|x_i|_i$, $\nu\in\mathbb{R},\nu>0$,

$\overline{\varepsilon_i}^{\,\nu} : \overline{(L,\|.\|)}^{\,\nu}=\prod\limits_{1\leqslant i\leqslant s}\overline{(L_j,|.|_j)}^{\,\nu} \to \overline{(L_i,|.|)}^{\,\nu}$ *la projection canonique.*

Soient E *un sous-K-espace vectoriel de dimension finie de* L, $\mathscr{V}$ *un système de représentants de* $\|L^\times\|=\bigcup\limits_{1\leqslant i\leqslant s}|L_i^\times|_i$ *modulo* $|K^\times|$.

Alors on a les relations suivantes

$$\dim_K E+\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\left[\frac{\bigoplus_{i=1}^{s}\overline{\varepsilon_i}^{\,\nu}(\overline{E}^{\nu})}{\overline{E}^{\nu}}\right]\leqslant\sum_{i=1}^{s}d_i\Big(\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\overline{\varepsilon_i}^{\,\nu}(\overline{E}^{\nu})\Big),$$

si de plus $d_i=1$ *pour* $1\leqslant i\leqslant s$, *on a*

$$\dim_K E+\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\left[\frac{\bigoplus_{i=1}^{s}\overline{\varepsilon_i}^{\,\nu}(\overline{E}^{\nu})}{\overline{E}^{\nu}}\right]=\sum_{i=1}^{s}\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\overline{\varepsilon_i}^{\,\nu}(\overline{E}^{\nu}).$$

(i.e. $(E,\|.\|)$ *admet une base orthogonale).*

Le théorème 1 a pour corollaire le théorème suivant :

THEOREME 2 (*définition du défaut des corps de fonctions valués).* *Soient* L/K *un corps de fonctions à* n *variables,* $n\geqslant 1$, $|.|$ *une valeur absolue sur* L *telle que* $\overline{L}/\overline{K}$ *soit un corps de fonctions à* n *varia-*

^

bles, $\hat{L}$ *le complété de* L, $T_1, T_2, \ldots, T_n \in L$ *tels que* $|T_i|=1$ *et que les images résiduelles de* $T_1, \ldots, T_n$ *soient algébriquement indépendants sur* $\overline{K}$, $\mathcal{V}$ *un système de représentants de* $\dfrac{|L^\times|}{|K^\times|}$. *Alors on a*

$$(1)\quad d(\hat{L}/K(T)\hat{}) = \sup_E \frac{\dim_{\hat{K}} E}{\sum_{\nu \in \mathcal{V}} \dim_{\overline{K}} \overline{E}^{\nu}},$$

où le supremum est pris sur tous les sous $\hat{K}$*-espaces vectoriels* $E \neq \{0\}$ *de* $\hat{L}$, *de dimension finie.*

Si de plus K *est complet, on a aussi*

$$(2)\quad d(\hat{L}/K(T)\hat{}) = \sup_F \frac{\dim_K F}{\sum_{\nu \in \mathcal{V}} \dim_{\overline{K}} \overline{F}^{\nu}},$$

où le surpremum est pris sur tous les sous K *-espaces vectoriels* $F \neq \{0\}$ *de* L, *de dimension finie.*

L'entier défini en (1) par $\sup_E \dfrac{\dim_{\hat{K}} E}{\sum_{\nu \in \mathcal{V}} \dim_{\overline{K}} \overline{E}^{\nu}}$ s'appelle le ***défaut*** de L/K pour la valeur absolue $|.|$ et se note $d(L/K, |.|)$.

Lorsque L/K est une extension transcendante pure de K on peut définir plus élémentairement le défaut (cf[Ma,Oh]). La même méthode (en utilisant les résultats de Grauert-Remmert et Gruson [Gr-Re], [Gru]) permet de définir le défaut des corps de fonctions valués. plus précisément on montre que $d(\hat{L}/K(T)\hat{})$ ne dépend pas du choix de $T=(T_1, \ldots, T_n)$.

L'intérêt de la méthode adoptée ci-dessus réside dans le lien entre défaut des corps de fonctions valués et sous-espaces vectoriels. Plus précisément le corollaire qui suit (c'est une retranscription du théorème 1) montre que le défaut des corps de fonctions valués "mesure" le défaut des sous-espaces vectoriels à posséder une base orthogonale.

COROLLAIRE 1. *Soient* L/K *un corps de fonctions à* n *variables,* $(|.|_i)_{1 \leq i \leq s}$ *des valeurs absolues sur* L *qui coïncident sur* K *en une* *valeur absolue* $|.|$. *On suppose que* $(\overline{L,|.|_i})/(\overline{K,|.|})$ *est un corps de fonctions à* n *variables pour* $1\leqslant i\leqslant s$ *et que* $(K,|.|)$ *est complet. Soit* $d_i=d(L/K,|.|_i)$ *le défaut* L/K *pour* $|.|_i$, $\|.\|$ *la norme sur* L *définie par* $\|x\|=\max_i |x|_i$, $\mathscr{V}$ *un système de représentants de* $\|L^\times\|=\bigcup_{1\leqslant i\leqslant s}|L^\times|_i$ *modulo* $|K^\times|$, $\overline{\varepsilon_i}^\nu:\overline{(L,\|.\|)}^\nu\to\overline{(L,|.|_i)}^\nu$ *la projection canonique pour* $\nu\in\mathscr{V}$. *Soient* E *un sous-K-espace vectoriel de dimension finie de* L *et* $\overline{E}^\nu=\overline{(E,\|.\|)}^\nu$, *alors on a :*

$$\dim_K E+\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\left[\frac{\bigoplus_{i=1}^{s}\overline{\varepsilon_i}^\nu(\overline{E}^\nu)}{\overline{E}^\nu}\right]\leqslant\sum_{i=1}^{s}d_i\left[\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\overline{\varepsilon_i}^\nu(\overline{E}^\nu)\right],$$

si de plus $d_1=d_2=\ldots=d_s=1$, *on a*

$$\dim_K E+\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\left[\frac{\bigoplus_{i=1}^{s}\overline{\varepsilon_i}^\nu(\overline{E}^\nu)}{\overline{E}^\nu}\right]=\sum_{i=1}^{s}\sum_{\nu\in\mathscr{V}}\dim_{\overline{K}}\overline{\varepsilon_i}^\nu(\overline{E}^\nu).$$

(i.e, $(E,\|.\|)$ *admet une base orthogonale sur* K*).*

Signalons pour terminer ce paragraphe le corollaire suivant du théorème 1.

COROLLAIRE 2. *Soient* K *un corps valué complet,* (L_i), $1\leqslant i\leqslant s$, *des extensio algébriques finies de* K *;* $|.|_i$ *la valeur absolue de* L_i *prolongeant celle de* K, $d_i=d(L_i/K)$ *le défaut de* L_i *sur* K. *Soient* $L=\prod_{i=1}^{s}L_i$, $\|.\|$ *la norme sur* L *définie par* $\|(x_1,x_2,\ldots,x_s)\|=\max_{1\leqslant i\leqslant s}|x_i|_i$.

Soient $\nu\in\mathbb{R}$, $\nu>0$, $\overline{\varepsilon_i}^\nu:\overline{(L,\|.\|)}^\nu=\prod_{j=1}^{s}\overline{(L_j,|.|_j)}^\nu\to\overline{(L_i,|.|_i)}^\nu$, *la projection canonique,* $\mathscr{V}$ *un système multiplicatif de représentants de* $\|L^\times\|=\bigcup_{1\leqslant i\leqslant s}|L_i^\times|_i$ *modulo* $|K^\times|$, E *un sous-K-espace vectoriel de dimension finie de* L. *Alors on a les relations suivantes*

$$(1)\quad \dim_K E + \sum_{\nu\in\mathcal{V}} \dim_{\bar{K}} \left[\frac{\bigoplus_{i=1}^{s} \overline{\varepsilon_i}^{\nu}(\overline{E}^{\nu})}{\overline{E}^{\nu}}\right] \leqslant \sum_{i=1}^{s} d_i \Big(\sum_{\nu\in\mathcal{V}} \dim_{\bar{K}} \overline{\varepsilon_i}^{\nu}(\overline{E}^{\nu})\Big),$$

si de plus $d_i=1$ *pour* $1\leqslant i\leqslant s$, *on a*

$$(2)\quad \dim_K E + \sum_{\nu\in\mathcal{V}} \dim_{\bar{K}} \left[\frac{\bigoplus_{i=1}^{s} \overline{\varepsilon_i}^{\nu}(\overline{E}^{\nu})}{\overline{E}^{\nu}}\right] = \sum_{i=1}^{s} \sum_{\nu\in\mathcal{V}} \dim_{\bar{K}} \overline{\varepsilon_i}^{\nu}(\overline{E}^{\nu}),$$

(i.e $(E,\|\cdot\|)$ *admet une base orthogonale sur* K).

Ce corollaire est une conséquence du théorème 1 appliqué aux extensions $L_i(T)^\wedge$ de $K(T)^\wedge$. Nous ne connaissons pas de démonstration de ce résultat sans passage à un surcorps transcendant.

II. GENRE ET GENRE RESIDUEL DES CORPS DE FONCTIONS VALUES.

On montre le théorème

THEOREME 3. *Soient* L/K *un corps de fonctions d'une variable de genre* g *et dont* K *est le corps des constantes. Soient* $\{|\cdot|_i\}$, $1\leqslant i\leqslant s$ *des valeurs absolues sur* L *distinctes qui coïncident sur* K *en une valeur absolue notée* $|\cdot|$ *; on suppose que* $\overline{(L,|\cdot|_i)}/\overline{(K,|\cdot|)}$ *est un corps de fonctions pour* $1\leqslant i\leqslant s$. *soient* $e_i=e(L/K,|\cdot|_i)$ *l'indice de ramification,* $d_i=d(L/K,|\cdot|_i)$ *le défaut de* $|\cdot|_i$, g_i *le genre de* $\overline{(L,|\cdot|)/(K,|\cdot|)}$ *et* r_i *le degré sur* $\overline{(K,|\cdot|)}$ *du corps des constantes de* $\overline{(L,|\cdot|_i)}/\overline{(K,|\cdot|)}$. *Alors on a la relation*

$$g-1 \geqslant (s-1) + \sum_{1\leqslant i\leqslant s} e_i d_i r_i (g_i-1)$$

Quelques mots sur la démonstration.

Le résultat général se déduit du cas K complet par des arguments classiques de géométrie algébrique.

Supposons donc $(K,|\cdot|)$ complet. On montre alors le théorème 4 suivant qui est une conséquence du théorème 1 de [Fr,Ma] qui décrit les parties affinoïdes d'une courbe algébrique.

THEOREME 4. *Soient* L/K *un corps de fonctions d'une variable,* $\{|.|_i\}$, $1\leqslant i\leqslant s$ *des valeurs absolues indépendantes sur* L *qui coïncident sur* K *en une valeur absolue notée* $|.|$. *On suppose que* $(K,|.|)$ *est complet et que* $\overline{(L,|.|_i)}/\overline{(K,|.|)}$ *est un corps de fonctions d'une variable pour* $1\leqslant i\leqslant s$. *Alors il existe* $T\in L$ *transcendant sur* K *tel que* $\{|.|\}$, $1\leqslant i\leqslant s$ *soient exactement les prolongements à* L *de la valeur absolue de Gauss* $|.|_g$ *sur* $K(T)$ *associée à* T *et à* $|.|$.

Choisissons donc un tel T. Soit D le diviseur des pôles de T dans L et $L(nD) \overset{\text{déf}}{=} \{f\in L \mid (f)+D\geqslant 0\}$ et $A = \bigoplus_{n\geqslant 0} L(nD)$, c'est une K-algèbre graduée et Proj A est une courbe algébrique non singulière dont le corps des fonctions rationnelles est L. La norme sur L, $\|f\| \overset{\text{déf}}{=} \max_i |f|_i$ permet de définir la $\overline{K}$-algèbre graduée $\overline{A} \overset{\text{déf}}{=} \bigoplus_{n\geqslant 0} \overline{(L(nD),\|.\|)}$, alors Proj $\overline{A}$ est une courbe algébrique sur $\overline{K}$ connexe et réduite dont $\prod_{1\leqslant i\leqslant s} \overline{(L,|.|_i)}$ est l'anneau total des fractions. Le procédé consiste ensuite à comparer les caractéristiques d'Euler-Poincaré de Proj A et Proj $\overline{A}$. Plus précisément la caractéristique de Proj A est donnée à partir de $\dim_K L(nD)$ pour $n\gg 0$, or le corollaire 1§I permet de comparer $\dim_K L(nD)$ aux $\dim_{\overline{K}} \overline{(L(nD),\|.\|)}^{\nu}$. Le s-1 de la formule vient de l'interprétation de la connexité de Proj $\overline{A}$, ensuite on montre que $\bigoplus_{n\geqslant 0} \overline{(L(nD),\|.\|)}^{\nu}$ est un module gradué sur $\overline{A}$ et qu'il définit un faisceau cohérent sur Proj $\overline{A}$ dont on peut comparer la caractéristique d'Euler-Poincaré à celle du faisceau structural. C'est ce qui permet d'obtenir le théorème 3.

Remarque 1. La formule du théorème 3 permet d'obtenir des résultats non plus après extension finie du corps de base. Notons à ce propos que si (L/K) est un corps de fonction valué, alors il existe K'/K finie telle que pour toute extension K'', avec $K' \subset K'' \subset (K^{alg})^\wedge$ on ait $d(LK''/K'')=1$. C'est un résultat de [Ma2]).

Remarque 2. Comme corollaire immédiat on a $g(L) \geqslant g(\overline{L})$ pour un corps valué L/K. En particulier si $g(L)=0$ on a $g(\overline{L})=0$. En fait on a un résultat plus précis dans le cas où L est une extension transcendante pure de K munie d'une valuation quelconque ([Oh1,2],[Ma,Oh]).

Remarque 3. Lorsque le corps $(K,|.|)$ n'est plus complet le théorème 4 peut être faux. Précisément Polzin ([Pz]) a montré que la validité du théorème 4 est équivalente à une propriété sur la réduction analytique de la courbe projective non singulière $\mathscr{C}_{L\hat{K}}$ sur $\hat{K}$ (dont $L\hat{K}$ est le corps des fonctions rationnelles) elle est aussi équivalente à la validité du problème de Skolem sur la courbe algébrique projective non singulière $\mathscr{C}_L$ sur K (dont L est le corps des fonctions rationnelles) selon Cantor, Roquette, Rumely ([Ca,Ro],[Ro],[Ru]).

H. Mathieu ([Math 2], prop 4.1 p 88, prop 4.5 p 102) avait montré le théorème 4 avec $(K,|.|)$ non nécessairement complet, L extension transcendante pure de degré 1 de K, $\{|.|_i\}$, $1 \leqslant i \leqslant s$, non ramifiées sur $|.|$ et $|.|$ est une valuation discrète.

Si $(K,|.|)$ est un corps valué non nécessairement complet, L transcendant pur de degré 1 sur K, $s=1$, on peut construire assez explicitement un T satisfaisant le théorème 4. ([Ma,Oh]).

On déduit immédiatement du théorème 3 le

COROLLAIRE *Soient* $(K,|.|)$ *un corps valué*, L/K *un corps de fonctions*

d'une variable. Alors le nombre de valeurs absolues $|.|'$ de L prolongeant $|.|$, telles que $\overline{(L,|.|')}/\overline{(K,|.|)}$ soit un corps de fonctions d'une variable avec $g(\overline{(L,|.|')}/\overline{(K,|.|)})\geq 1$ est fini.

Remarque. Si $(K,|.|)$ est de valuation discrère, H. Mathieu a montré le corollaire en remplaçant $g(\overline{(L,|.|')}/\overline{(K,|.|)}) \geq 1$ par $g(\overline{(L,|.|')}/\overline{(K,|.|)})\geq 2$; il le montre aussi lorsque car $\overline{K}\neq 2,3$ ou $\overline{K}$ parfait ([Math 1], Satz 7, p 609).

On trouvera dans [Ma2]§2.7.2 d'autres corollaires ainsi que des exemples qui correspondent au cas d'égalité dans la formule du théorème 3. On a aussi donné au § 2.7.3 p. 96 une application aux familles de courbes.

BIBLIOGRAPHIE

[Ca,Ro] D. CANTOR, P. ROQUETTE, *On diophantine equations over the ring of all algebraic integers*. Journ. Number Theory 18 (1984) 1-26.

[De 1] M. DEURING, *Reduktion algebraischer Funktionenkörper nach Primdivisoren des Konstantenkörpers*. Math. Z. 47 (1942), 643-654.

[De 2] M. DEURING, *Die Zetafunktion einer algebraischen Kurve vom Geschleche Eins*. II. Nach. Akad. Wiss. Göttingen, math-phys. Kl (1955), 13-42.

[Fr,Ma] J. FRESNEL, M. MATIGNON, *Structure des espaces analytiques quasi-compacts de dimension 1 sur un corps valué, complet ultramétrique*, Ann. Mat. Pura Appl., (IV), vol. CXLV, (1986), 159-210.

[Gr,Re] H. GRAUERT, R. REMMERT, ***Uber die Methode der diskret bewerteten Ringe in der nicht archimedischen Analysis,*** Invent. Math., T.2 (1966), 87-133.

[Gru] L. GRUSON, ***Fibrés vectoriels sur un polydisque ultramétique,*** Ann. Scient. Ec. Norm. Sup., 4e série, T. 1 (1968), 45-89.

[La 1] E. LAMPRECHT, ***Zur Eindeutigkeit von Funktionalprimdivisoren,*** Arch. Math. 8 (1957), 30-38.

[La 2] E. LAMPRECHT, ***Restabbildungen von Divisoren I,*** Arch. Math. 8 (1957), 233-264.

[Ma1] M. MATIGNON, ***Genre et genre résiduel des corps de fonctions valués,*** manuscr. math. 58 (1987), 179-214.

[Ma2] M. MATIGNON, ***Genre et genre résiduel des corps de fonctions valués,*** Thèse Université de Bordeaux I, 1987.

[Ma,Oh] M. MATIGNNON, J. OHM, ***A structure theorem for simple transcendental extensions of valued fields,*** Proc. Amer. math. Soc., à paraître.

[Math 1] H. MATHIEU, ***Das Verhalten des Geschlechts bei Konstantenreduktionen algebraischer Funktionenkörper,*** Arch. Math. 20 (1969), 597-611.

[Math 2] H. MATHIEU, ***Das Verhalten des Geschlechts bei Konstantenreduktionen algebraischer Funktionenkörper,*** Diss. Saarbrücken 1968.

[Ne] E. NERING, ***Reduction of an algebraic function field modulo a prime in the constant field.*** Ann. of Math., II, ser. 67 (1957), 590-606.

[Oh] J. OHM, ***The ruled residue theorem for simple transcendantal extensions of valued fields***, Proc. Amer. Math. soc., 89 (1983), 16-18.

[Os] A. OSTROWSKI, ***Untersuchungen zur arithmetischen Theorie der Körper***, Math. Zeit., vol. 39 (1935), p. 269-404.

[Pz] M. POLZIN, ***Prolongement de la valeur absolue de Gauss et problème de Skolem***, Bull. SMF, à paraître.

[Po] H. POPP, ***Uber das Verhalten des Geschlechts eines Funktionenkörper einer Variablen bei Konstantenreduktion***, Math. Z.106, 17-35 (1968).

[Ro] P. ROQUETTE, ***Solving diophantine equations over the ring of all agebraic integers***, Atas da 8è Escola de Algebra vol 2 IMPA 84.

[Ru] R. RUMELY, ***Arithmetic over the ring of all algebraic integers***, J. für die reine und angew. Math. t. 368 (1986), 127-133.

M. MATIGNON
U.E.R. de Mathematiques et d'Informatique
de l'Université de Bordeaux I
U.A. 040 226
351, cours de la Libération
33405 TALENCE