

GROUPE DE TRAVAIL D'ANALYSE ULTRAMÉTRIQUE

SALAH-EDDINE REMMAL

Mesure de transcendance partielle pour une famille de nombres liés aux solutions d'équations différentielles à points singuliers irréguliers

Groupe de travail d'analyse ultramétrique, tome 7-8 (1979-1981), exp. n° 9, p. 1-2

http://www.numdam.org/item?id=GAU_1979-1981__7-8__A5_0

© Groupe de travail d'analyse ultramétrique
(Secrétariat mathématique, Paris), 1979-1981, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la collection « Groupe de travail d'analyse ultramétrique » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

MESURE DE TRANSCENDANCE PARTIELLE POUR UNE FAMILLE DE NOMBRES
LIÉS AUX SOLUTIONS D'ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES
À POINTS SINGULIERS IRRÉGULIERS

par Salah-eddine REMMAL (*)

[Université de Rabat]

L'objet de cette étude est motivée par une conjecture émise par ERDÖS et STRAUSS selon laquelle, si p désigne un nombre premier, le nombre p -adique $\sum_{n=0}^{+\infty} n!$ est transcendant.

Nous avons été amenés à introduire à ce propos la fonction $f(z) = \sum_{n=0}^{+\infty} n! z^n$.

La fonction f vérifie l'équation différentielle

$$z^2 \frac{d}{dz} y(z) = (1 - z) y(z) - 1,$$

qui admet, en $z = 0$, une singularité irrégulière.

La série qui définit la fonction f converge dans le disque

$$D = \{z \in \mathbb{C}_p ; |z|_p < p^{1/(p-1)}\},$$

et présente quelques propriétés des G -fonctions et des E -fonctions (voir [1]).

A défaut du nombre $f(1)$, ce sont les valeurs $f(p^\Lambda)$ de la fonction f aux points p^Λ , où Λ est un entier positif suffisamment grand, que nous étudierons ici.

Nous obtenons le résultat suivant :

THÉORÈME. - Soit $P(X)$ un polynôme non nul de $\mathbb{Z}[X]$ de degré S et de hauteur H . Il existe quatre constantes n_0, c_0, c_1 et c_2 ne dépendant que de S , et vérifiant la propriété suivante :

Pour tout entier Λ , tel que

$$p^\Lambda > \sup(c_0, c_1, (\log H)^{c_2}),$$

on a

$$|P(f(p^\Lambda))|_p > p^{-(8S/n)\Lambda}, \text{ où } n = \min\left(\frac{n_0}{2}, \frac{64S^2}{\log H}\right).$$

(*) Texte reçu le 1er juillet 1981.

Plus précisément, on démontrera l'existence d'une constante K ne dépendant que de f , telle que l'on puisse choisir $n_0 = \frac{1}{2^6 S^6 K}$ dans l'énoncé précédent.

De plus, on peut choisir :

$$c_1 = \frac{e^{128S^2}}{(8S)^{64S^2}},$$

$$c_2 = 64S^2,$$

$$c_0 = \left(\frac{16S}{n_0}\right)^{64S^2} e^{64S^2}.$$

Nous avons donc une mesure de transcendance partielle pour une famille de nombres liés aux solutions d'équations différentielles à points singuliers irréguliers.

La démonstration de ce théorème repose sur une généralisation de la méthode de Siegel pour l'étude des G -fonctions.

Nous renvoyons à [1] pour les détails de cette démonstration.

- [1] REMMAL (S.). - Problèmes de transcendance liés aux E -fonctions et aux G -fonctions p -adiques, "Problèmes diophantiens", Publications mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie (à paraître).
