

ARNAUD DENJOY

Lettres à Paul Lévy

Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques 1^{re} série, tome 1 (1980), p. 51-67

http://www.numdam.org/item?id=CSHM_1980__1__51_0

© Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques, 1980, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Cahiers du séminaire d'histoire des mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
<http://www.numdam.org/>

LETTRES A PAUL LEVY¹

LETTRES D'ARNAUD DENJOY²

Castel Lina, Cap d'Ail, le 29 juillet
1965

Mon cher Lévy,

Les secrétaires perpétuels m'envoient un exemplaire de votre rapport établi au nom de la section de Géométrie à l'occasion du Troisième centenaire de notre Académie.

Je suis invité à vous communiquer mes remarques éventuelles et je vais le faire en toute sincérité.

D'abord le plus grand éloge pour votre magnifique culture, largement informée dans une foule de domaines des mathématiques et vous permettant de porter sur tant de sujets des jugements sûrs.

Je doute que dans notre section un autre eût été capable de produire un aussi bel ouvrage.

Mon observation serait la suivante :

Vous avez brossé dans un remarquable Tableau l'histoire générale des mathématiques depuis le début du 19^e siècle.

En réalité il s'agissait de présenter un "Exposé de titres" de l'Académie des sciences depuis son origine.

En restant parfaitement objectif, sans dissimuler l'influence exercée par des inspirations étrangères sur les oeuvres des académiciens français (les associés étrangers ne peuvent pas être revendiqués par une Académie de France), il convenait essentiellement de présenter la contribution à la science mathématique, due à nos confrères de jadis et encore d'aujourd'hui et aux communications importantes adressées par des étrangers pour l'insertion à nos Comptes Rendus.

Ne voyez pas dans tout cela une critique. C'est un préalable, un point d'orientation que j'aurais aimé voir dessiné dans l'introduction. Sous une forme telle que celle-ci :

"Les mathématiciens de l'Académie et leurs collaborateurs étrangers ont pris dans le développement de leur science une part assez notable pour qu'il ne soit pas possible d'exposer celle-ci sans présenter une histoire générale presque complète des mathématiques depuis le début du 19^e siècle."

Je n'insiste pas. Je vous fais part d'une impression.

De petites remarques de détail.

Le I aurait pu être intitulé : L'ancienne Académie (1666-1793).³ Lagrange, associé étranger en 1772, Laplace, pensionnaire en 1785, appartiennent autant à la nouvelle Académie qu'à l'ancienne, du moins pour les mathématiciens.

N'auriez-vous pas jugé possible d'indiquer que le 18^e siècle s'était beaucoup occupé de la théorie élémentaire des équations algébriques : d'Alembert avec le nombre des racines, Bezout : l'élimination, Fourier : la localisation des racines réelles, sujet terminé par Serret plus tard.⁴ Ce n'est pas bien impressionnant. Mais l'algèbre du temps était à cette échelle, et l'ancienne Académie ne mérite pas un procès-verbal de carence totale.

[[...]]

Ne me répondez pas. Si vous voyez un parti quelconque à tirer de ce papier, faites à votre guise. En tous cas, vos confrères de Géométrie vous doivent beaucoup d'obligation.

Bien à vous.

A. Denjoy

30 juillet

En recevant des secrétaires perpétuels votre beau travail je l'avais immédiatement parcouru. J'avais tapé la lettre à laquelle je joins celle-ci. Je n'avais plus retrouvé votre adresse, et c'est pourquoi ce message initial n'était pas encore parti ce matin quand votre circulaire m'arrive.

Je réponds à votre première suggestion de réduire certains passages.

Je pense que pour les équations intégrales le rôle des académiciens français est trop mince pour justifier ces longs développements. Par contre vous ne citez pas la formule d'Hadamard sur les déterminants, sans laquelle Fredholm ne pouvait pas démontrer que ses développements en λ étaient des fonctions entières.⁵

D'une façon générale, j'ai l'impression que vous avez souvent escamoté les contributions des académiciens français. Ne perdez pas de vue que les rapports ont pour objet de grouper les titres honorant l'Académie et constitués par la contribution de ses membres français au progrès des mathématiques.

Pour la fréquence des citations de votre propre nom, je connais trop mal les sujets dont vous vous êtes occupé pour savoir si vous avez ou non exagéré votre participation aux découvertes faites.⁶ Fréchet aurait une opinion plus qualifiée que la mienne.

Il aurait été intéressant - mais c'est un travail sans doute accablant - de chercher dans les Comptes Rendus les communications mathématiques de grande importance faites par des étrangers, qu'ils soient ou non attachés à l'Académie par une qualité d'associé ou de correspondant. (Je pensais à la note de Hardy où il démontre l'existence

d'une infinité de zéros de $\zeta(s)$ sur la droite $\sigma = \frac{1}{2}$, mais je vérifie qu'il a été associé étranger.)⁷

Garnier serait un homme à vous aider pour ces recherches. Il faudrait utiliser les tables paraissant tous les 15 ans.

L'Académie n'a pas le droit de se parer des lauriers acquis par des étrangers, sous prétexte qu'elle s'est associé ces derniers. Elle n'a pas le droit de les déposés-der de titres pour lesquels ces savants ne lui doivent rien.

Bien à vous.

A. Denjoy

Castel Lina, Cap d'Ail, le 18 août 1965

Mon cher Lévy,

Je reçois votre lettre du 16. Je m'excuse de ne pas avoir déjà répondu à votre précédente.

Voici sommairement le résultat de mes remarques.

[[...]]

Il me paraît inadmissible qu'un tableau historique des mathématiques depuis le 17^e siècle ignore le nom et le rôle de Cantor dont l'oeuvre a bouleversé le cours des mathématiques. Je suggère :

3. Une théorie des fonctions de variables réelles, d'une nature toute nouvelle et fondée sur les concepts révolutionnaires de Cantor prit naissance entre les années 1895 et 1905 dans les travaux de l'Ecole française représentée alors par Borel, Baire et Lebesgue.⁸

La révolution cantorienne. Cantor crée, à partir de 1872, la théorie des ensembles, tantôt envisagés dans leur puissance ou leur ordination, tantôt réalisés comme agrégats de points dans l'espace cartésien.

[[...]]

Les nombres transfinis notant les rangs des ensembles bien ordonnés dénombrables forment la classe II des nombres transfinis. La puissance de cette classe surpasse le dénombrable, mais lui succède immédiatement. On a donné le nom de "problème du continu" à la question de savoir si la puissance de la classe II égale celle du continu. Sierpinski a beaucoup approfondi l'analyse de ce sujet.⁹ En admettant "l'axiome du choix" (dans tout ensemble on peut distinguer un élément), Zermelo démontra que tout ensemble peut être ordonné.¹⁰

[[...]]

Une totalisation de nature nettement plus complexe a permis à Denjoy de résoudre le problème de calculer les coefficients de toute série trigonométrique convergente dont

la somme est une fonction donnée.¹¹ (Mon livre sur ce sujet est l'objet de nombreuses études, au Canada particulièrement. On serait surpris que ma solution du problème ne fût pas mentionnée.)

[[...]]¹²

Cap d'Ail, le 17 sept. 65

Mon cher Lévy,

[[...]]

Pour la question de Cantor.

1° Vous considérer les notions de puissance, d'ordre, de transfini d'une part, celles de la géométrie des ensembles cartésiens (spécialement linéaires) comme "bien connues".

Je crois que les étudiants formés par Bourbaki les connaissent à peine, sinon pas du tout. Ce que nous savions tous il y a cinquante ans est aujourd'hui oublié. L'ensemble parfait classique de Cantor est presque universellement ignoré des jeunes bourbakistes.

2° Cantor est le père de la théorie moderne des fonctions de variables réelles, dont il n'avait pas vu la possibilité de la déduire de ses conceptions, théorie qui fut créée par Borel, Baire, Lebesgue (les moscovites ont toujours ajouté mon nom à ces trois là ; en fait j'ai couronné beaucoup de leurs recherches, en puisant dans leurs découvertes d'orientations très divergentes, des résultats qu'ils n'avaient pas su associer, utiliser conjointement ; hypothèses d'une part descriptives, d'autre part métriques présentées par les ensembles et les fonctions).

Cantor n'a pas été correspondant de l'Académie. Mais ses fils spirituels en ont été membres ou correspondants.

[[...]]¹³

LETTRÉS DE MAURICE FRECHET¹⁴

30.7.65

Mon cher Collègue,

Les Secrétaires perpet. de l'Acad. des Sc. m'ont envoyé le texte de votre "projet" de mémoire pour le Tricentenaire de l'Ac.

Je veux d'abord vous féliciter pour cet important travail. (Serait-il possible de le reproduire isolément pour l'usage des seuls mathématiciens ?)

Par sa hauteur de vue, il se compare avec avantage à l'histoire des Math. de Bourbaki.

En même temps, les Sec. perp. me prient, sur votre demande, de vous faire parvenir mes observ. "à l'égard de ce projet".

Avant de le faire, je voudrais vous demander ce que vous pourriez en faire ou plus exactement ce que vous pourriez faire de celles de mes observations que vous accepteriez ? S'agirait-il d'insérer quelques mots par-ci par-là ou pourrais-je, par exemple, signaler certains résultats mathématiques qu'il me paraît utile d'introduire ?

En attendant votre réponse, je vais vous communiquer quelques observations, un peu en désordre. D'abord je vous remercie d'avoir exposé à la p.39 le principe de ma théorie des espaces abstraits.¹⁵ A la p.38, 2^e moitié, vous dites que j'avais appelé d'abord analyse générale ...¹⁶ La suite semble montrer pourquoi ce d'abord : c'est que je serais parti de la notion de fonction. En réalité (et conformément au desiderata formulé par Hadamard)¹⁷, ce sont les notions de limite, de voisinage, etc. que j'ai essayé de généraliser, les transformations $y=f(x)$ (x,y abstraits) ne venant qu'ensuite. C'est pourquoi je continue à parler d'Analyse générale, l'Analyse fonctionnelle en étant un des chapitres quoique peut-être le plus important.

J'arrive à un point beaucoup plus important, parce qu'il me semble qu'il serait nécessaire que vous revoyiez les pages 36,37.¹⁸

En effet, si je considère que Volterra a réalisé un grand progrès en donnant au moins une définition de la différentielle d'une fonction dont l'argument est une fonction, d'autre part, je considère que sa définition est mauvaise. Je n'ai pas appliqué sa définition, mais j'ai appliqué au Calcul fonctionnel, en particulier, la définition générale que j'avais donnée de la différentielle dans un espace de Banach et même dans des cas plus généraux. Je dis qu'une fonctionnelle $F(f)$ où F est un nombre dépendant de l'ensemble des valeurs de la fonction $f(x)$ [ou $f(x,y)$ ou ...] est différentiable pour $f(x)=f_0(x)$, s'il existe une fonctionnelle linéaire de Δf : soit $L(\Delta f)$, telle que $F(f)$ ne diffère de $L(f_0)$ que par une quantité $\varepsilon ||\Delta f||$ où $\Delta f = f-f_0$, $||\Delta f|| =$ une distance de f à f_0 et $\varepsilon \rightarrow 0$ quand $||\Delta f|| \rightarrow 0$. La distance de f à f_0 pourra être la borne sup. de $|f-f_0|$ mais elle pourra aussi dépendre de $f'-f'_0, \dots, f^{(p)}-f_0^{(p)}$, suivant le champ fonctionnel considéré.

C'est une définition entièrement différente de celle de Volterra et que j'ai appliquée en particulier dans le Calcul des variations.

Puisque je parle de la différentielle, il me faut revenir au chapitre IV.¹⁹ Vous n'en parlez pas. Si l'on interprétait trop rapidement ce chapitre, on pourrait croire que les théorèmes, concernant les fonctions d'une variable, s'étendent sans difficulté au cas de plusieurs variables en remplaçant simplement dérivée par dérivées partielles. Or un mathématicien allemand vers 1904 puis plus tard W.H. Young ont vu qu'il n'en est

rien (et, sans le savoir, je suis arrivé à la même conclusion en appliquant, au cas des fonctions de plusieurs variables, ma définition générale de la différentielle d'une fonction abstraite).²⁰ La différentielle s'exprime bien au moyen des dérivées partielles, mais leur existence seule ne suffit pas à étendre au cas de plusieurs variables les propriétés des fonctions d'une variable.

Vous avez rendu l'hommage qu'ils méritaient aux oeuvres d'Hadamard.

Il me semble que vous ne rendez pas à Borel le rang auquel il a droit (tout au moins dans mon opinion). Plus précisément : à côté des nombreux théorèmes importants qui lui sont dus (et que vous citez), j'aimerais voir célébrer son rôle de novateur et ceci particulièrement par les notions nouvelles qu'il a introduites : mesure, fonctions monogènes (extension des définitions de Weierstrass), hauteur d'un nombre, convergence presque toujours d'une suite de variables aléatoires, théorie des jeux de hasard avant von Neumann, classification des proba. nulles, etc.²¹ Mes exemples sont mal décrits et mal choisis, je suis en province sans documents, mais j'ai déjà publié une meilleure liste, peut-être dans la biographie de Borel à laquelle vous avez bien voulu porter attention.²²

Une remarque distincte. J'estime que, maintenant, dans l'enseignement on ne devrait donner le théorème de Bernoulli (p.42) que comme une conséquence du théorème plus général de Borel.²³

Vous avez cité de nombreux résultats de Poincaré. Comme son nom n'est pas mentionné pour le Calcul des proba., peut-être pourrait-on illustrer sa capacité d'introduire des idées nouvelles et importantes, même pour des questions qu'il n'a traitées qu'une année, en rappelant, d'une part, sa méthode des fonctions arbitraires (avec l'exemple de la roulette) et, d'autre part, le fait qu'il a perçu indépendamment l'importance des chaînes que j'appelle de Poincaré-Markov (exemple du jeu de cartes, etc.).²⁴

Mais j'arrête ici cette trop longue lettre, à laquelle je ferai suivre une autre fois des remarques moins essentielles ou des résultats à introduire.

Votre bien cordialement.

M. Fréchet

P.S. Je vous ai fait part de mes réflexions sur votre article. Mais je ne serai nullement froissé si vous n'en tenez aucun compte : même dans ce cas, il restera une très importante contribution.

30. 7. 65

Mon cher Confrère,

Voici la suite de mes observations, écrites sans adopter un ordre systématique.
[[...]]

Si mes souvenirs sont exacts, le russe Sobolev avait donné avant L. Schwartz une définition et des propriétés des distributions. Le mérite de Schwartz a consisté à expliciter de façon rigoureuse définition et propriétés. Et cela, si je ne m'abuse, en s'appuyant explicitement sur les propriétés de ce que les bourbakistes appellent l'espace de Fréchet (qui n'est pas l'un des treize de mon livre).²⁵

[[...]]

Pour le cas de L_2 , au lieu de "M. Fréchet a montré", il serait plus complet d'écrire M. Fréchet et simultanément M. F. Riesz ont affirmé, dans un même n° des C.R., et démontré plus tard, mais par des méthodes différentes, que la forme...²⁶

[[...]]

Idées personnelles à ne pas lire si vous êtes pressé par l'impression. Je finis par là parce qu'il ne s'agit plus de raisonnements mathématiques mais de philosophie des sciences. Au 2^e alinéa [[p.4 du texte original]], vous exprimer votre propre opinion (qui est partagée par beaucoup de mathématiciens modernes, mais ne l'était pas dans la génération précédente : Borel, Hadamard, etc.).²⁷

Je trouve légitime qu'auteur de ce rapport, vous vous limitiez à cette opinion.

Je me contente de dire pour vous, que pour Borel, Hadamard, bien d'autres et moi-même l'origine des notions math. fondamentales est l'essai de leur faire schématiser de façon utile le concret. Les notions d'entier, de longueur, d'aire, de pente, de vitesse en sont des exemples.

D'autres notions math. ont eu pour objet de faciliter l'étude d'objets ou phénomènes concrets, par exemples les forces, les moments, les centres de gravité, etc.

D'autres notions math. ont été introduites pour harmoniser, généraliser, simplifier les notions précédentes, tels sont les vecteurs, les torsions, etc. D'autres enfin ont été créées pour faciliter la résolution de problèmes ; telles sont les notions de transformation par inversion, par polaires, etc.

Quand on parlait d'un problème concret, c'était l'étude d'un cas particulier : le mathématicien s'apercevait qu'on pouvait généraliser le problème sans en compliquer la solution.

Il lui arrivait souvent ainsi de poser le problème sous des conditions plus générales qu'il appelait axiomes. L'axiomatisation a reçu un nouvel élan avec Hilbert, mais déjà la géométrie d'Euclide repose sur des axiomes explicités ou non.

D'après vous "les math. ne cherchent pas le contact avec la réalité concrète". Pourtant, on trouve de nombreux exemples opposés dans votre mémoire même. P.29, alinéa 3 : Les conditions d'équil[[ibre]] ont-elles été étudiées après les équations du type elliptique]] ou ont-elles conduit à ces équations ?²⁸ P.36 : Le Calcul des variations a-t-il donné naissance à des applications sans que d'abord des problèmes concrets y aient conduit ?²⁹ Etc.

Vous avez raison en disant que les axiomes "sont des définitions ou des règles de calcul arbitraires". Mais on ne les étudie pas arbitrairement. [[...]]³⁰

LETTRE D'ALEXANDRE OSTROWSKI

Le 24 septembre 1965

Mon cher collègue,

De retour à Montagnola [[Suisse]], j'ai trouvé ici votre lettre du 19 septembre et je me dépêche de vous répondre la veille de mon départ pour les Etats-Unis (je vais passer trois mois auprès du Mathematics Research Center, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin).

Puisque c'était moi qui avais introduit les noms des points et des lignes de Julia, il me faut expliquer d'abord comment le mémoire en question a pu m'échapper.³¹ M. Montel a eu la bonté de m'envoyer tous ses écrits sur la théorie des fonctions, sauf un seul - et c'était le mémoire des AENS [[Annales de l'Ecole Normale Supérieure]] où il mentionne l'existence des points irréguliers. D'autre part, la bibliothèque du Séminaire de Göttingen ne possédait pas la série des AENS. De cette façon, c'était le seul des mémoires de M. Montel que je n'avais pas étudié.

Toutefois, le fait en question n'est pas exprimé l.c. [[loco citati]]³² d'une manière trop nette. Quand M. Montel avait attiré mon attention à son mémoire j'ai pu trouver l'endroit en question, mais je savais ce que je cherchais. Il est difficile de le dire avec assurance, mais j'ai l'impression que même si je connaissais le mémoire en question, cet endroit aurait très bien pu échapper à mon attention. M. Julia a découvert indépendamment cette remarque et en a fait le point de départ des résultats d'une extrême brillance que j'ai admiré beaucoup quand je lus ses notes dans les C.R. [[de l'Académie des Sciences de Paris]].

Il est naturellement incontestable que M. Montel a été le premier à publier le fait en question. Toutefois, je ne suis pas sûr que même en connaissance de ce fait je n'attribuerais pas le nom de Julia aux points et lignes dont il s'agit.

D'ailleurs, ça me rappelle un fait analogue qui se produisit il y a longtemps. Après une conférence devant la Deutsche Mathematiker Vereinigung³³ dans laquelle je parlais avec beaucoup d'admiration du théorème de choix de M. Montel³⁴, feu Frédérick Riesz attira mon attention au théorème d'Arzelà sur les familles de fonctions uniformément bornées dans leur ensemble, dont le théorème de choix de M. Montel sur les familles de fonctions analytiques uniformément bornées est une conséquence immédiate. Je me rappelle que j'avais trouvé presque bizarre l'idée d'attribuer une partie de la paternité de la belle théorie des familles normales, que M. Montel a su développer avec tant d'esprit et d'imagination, à Arzelà.

Il m'est très pénible d'avoir à me prononcer sur les mérites comparés de deux mathématiciens que j'admire tous les deux et à l'influence desquels je dois l'inspiration

de quelques travaux que des collègues bienveillants m'ont indiqué comme étant parmi les plus importants de mes contributions à notre science.

En particulier, comme j'ai écrit une fois à M. Julia, je me rends parfaitement compte que si j'ai pu, moi, obtenir dans cette théorie quelques résultats importants, ce n'était que parce que j'ai pu monter sur les épaules de M. Julia.

Toutefois, il faut dire que tout ce que je viens d'écrire est pris de ma mémoire. Or, étant donné mon âge (j'aurai demain 72 ans), je me suis habitué de ne citer un fait qu'après l'avoir vérifié. Malheureusement, il ne m'est pas possible de le faire dans ce cas.

Je voudrais espérer, mon cher collègue, que votre finesse et votre tact permettront de trouver une solution satisfaisante pour les deux savants qui ont tellement enrichi la gloire scientifique de la France.

Si vous trouvez désirable de montrer cette lettre à d'autres personnes vous y êtes autorisé.

Croyez, mon cher collègue, à l'expression de mes sentiments très cordialement dévoués.

A. Ostrowski³⁵

INDEX DES NOMS CITES DANS LE MEMOIRE LES MATHEMATIQUES DE PAUL LEVY ([4])³⁶

ABEL N.H. 157,159,163,185,188,194
AHLFORS L. 181
D'ALEMBERT 145,173
ALEXANDER J.W. 152
AMPERE A.M. 190
ANTOINE L. 152
ARTIN N. 151
ARZELA C. 205
ASCOLI G. 205
BACHELIER L. 211
BAIRE R. 165-166
BANACH S. 205-206
BEHNKE H. 183
BERNOULLI Jakob 145,207,209
BERNOULLI Johann 145, 185
BERNSTEIN S. 182,210
BESICOVITCH 170
BEZOUT E. 145
BIANCHI L. 147
BIENAYME I.J. 207
BLANC-LAPIERRE A. 212
BLOCH A. 181
BLOCH J.A. 146,149
BOCHNER S. 168,170
BOHL P. 170
BOHR H. 170,182
BOLYAI J. 147
BONNET O. 146
BOREL A. 151,154

BOREL E. 160,165-166,176,178-180,182,209-210,212
BOULIGAND G. 146,193
BOUQUET J.C. 188
BOURION 181
BOURLET C. 201
BRACHET 159
BRELOT 193
BRETAGNOLLE 211
BRILL A. 150
BRIOT 188
BROUWER L.E.J. 152,154
BROWN E.W. 211
BUDAN F.D. 157
CANTELLI 209
CANTOR G. 161,165-166
CARATHEODORY C. 180
CARDAN G. 173
CARLEMAN T. 182
CARTAN E. 151,155-156
CARTAN H. 143,152,183-184
CARTIER P. 151
CASTELNUOVO G. 150
CAUCHY A.L. 157,163,173,175,182-183,186,188,190,192-194,203-204,208
CHAPMAN 210
CHARPIT 190
CHASLES M. 149
CHEVALLEY C. 150-151,156,161
CHOQUET G. 193
CHUNG K.L. 211
CLAIRAUT A.C. 145,185
CRAMER H. 209,212
CREMONA L. 149
DACUNHA-CASTELLE D. 211
DARBOUX G. 146-147,190-191
DE LA VALLEE POUSSIN C. 149,160,166,182
DENJOY A. 165-166,168-169,178,181-182,189
DENY 193
DESCARTES R. 143,163
DIEUDONNE J. 143,206
DIRAC 168
DIRICHLET P.G.Lejeune 165,169,181,192
DOEBLIN W. 211
DOOB 208-209,211
DRACH J. 188
DUGUE D. 209
DUPIN C. 146
DYNKIN 211
EHRENPREIS 193
EHRESMAN C. 143,154,156
EILLENBERG S. 152
EINSTEIN A. 148,211
ENRIQUES F. 150
ESCLANGON E. 170
EULER L. 145-146,160,163,173,185,190,201
FATOU 180
FEJER L. 165
FELLER W. 208,211
FERMAT P. 143,145,159
FINETTI B. de 208

FONTENELLE B. 145
FORTET 212
FOURIER J. 157,164-165,169-170,194
FRECHET M. 166,171,182,202,204-205,211-212
FREDHOLM I. 192,195-197
FRENICLE B. 145
FUCHS L. 186
GALOIS E. 157-158,188
GAMBIER B. 187
GARNIER R. 187
GATEAUX 202-203
GAUSS K.F. 146-147,163,173,185,207
GEVREY M. 193
GOURSAT E. 191,196
GROTHENDIECK A. 151,206
GUICHARD C. 147
HADAMARD J. 160,176,178,181-182,188-189,193,195,201,203,211
HALPHEN G. 150,185
HARDY G.H. 160
HARTOGS F. 183
HAUSDORFF F. 205
HERBRAND J. 161
HERMITE C. 156,159,161,171-172,175,185
HERVE M. 184
HILBERT D. 148,159,161,171,196-197,204-205
HUMBERT G. 150,161
HUYGENS C. 143
ITO K. 211
JACOBI C.G. 159,185
JORDAN C. 152,156,158-159,161,166-167
JUEL C.S. 146
JULIA G. 149,161,172,180-183,203
KAHANE J.P. 212
KHINTCHINE A. 209
KILLING W. 151
KLEIN F. 148-149,185
KOLMOGOROV A. 208-211
KOSZUL 154,156
KUMMER E.E. 159
LAGRANGE J.L. 143,145,157,164-165,185-186,190,201,204
LAGUERRE E. 149,171-172
LANDAU E. 180,182
LAPLACE P.S. 143,145,163,185,190,192,207-208
LAURENT P.A. 175
LEBESGUE H. 152,166-167,169-171
LEFSCHETZ 150,152
LEGENDRE A.M. 171-172,185
LEIBNIZ G. 143,163
LELONG P. 184
LERAY 152,184,193
LEVI E.E. 183
LEVY P. 168,170,197,202-203,208-212
L'HOPITAL 145
LIAPOUNOV 208
LICHNEROVICZ A. 147-148
LIE S. 154-155
LINDBERG J.W. 208
LINDEMANN C.L.F. 161
LINNIK Y.V. 209

LIUVILLE J. 157,161,175
LOEVE M. 212
LUSIN N. 165
MALGRANGE B. 193
MALLIAVIN P. 170-171
MANDELBROJT S. 143,176,181-182
MARCHAUD 146
MARKOFF A. 208,210
MARTY J. 196
MC KEAN H.P. 211
MEUSNIER J.B. 146
MEYER A.P. 211
MIHOC G. 211
MILLOUX 180-181
MINKOWSKI H. 156
MITTAG-LEFFLER G. 176-177,182
MOIVRE A. de 207
MONGE G. 145-146,149,190
MONTEL P. 180-181
MOURIER E. 212
NERON A. 151
NEUMANN J. von 170,192,210
NEVANLINNA R. 181
NEVEU J. 211
NEWTON I. 145
NOETHER M. 150
OKA K. 184
ONICESCU O. 211
OSGOOD W. 183
OSTROWSKI A. 180-182
PAINLEVE P. 187
PASCAL B. 143
PERRIN F. 211
PFAFF J.F. 190
PICARD E. 150,160,178-181,185-186,188,194-195,197
PINCHERLE S. 201
PLANCHEREL 170
POINCARÉ H. 147-148,150,152,154,159-161,177-178,183-186,188-189,192,196,210
POISSON S.D. 165,192,207-208
POLYA G. 181-182,208,211
PONCELET J.V. 149,185
RADON J. 204
RAIKOV 209
RIBAUCCOUR 146
RIEMANN B. 147-148,150-152,160,167,177,193-194
RIESZ F. 197,202
ROBERVAL G. 145
ROLLE M. 145
RYLL-NARDZEWSKI 212
SALEM R. 212
SAMUEL P. 151
SATAKE 184
SCHMIDT Ehrard 196-197
SCHOTTKY F.H. 180
SCHWARTZ L. 143,168-169,171,193,206,212
SCHWARZ H.A. 149,187
SERRE J.P. 151-152,184
SEVERI F. 150
SIEGEL 156

SOBOLEV 168
STEIN K. 183
STEINHAUS H. 212
STIELTJES T.J. 167-168
STURM C. 157
TCHEBYCHEF 182,207-208
TCHENTSOV N. 211
THOM R. 152,156
THULLEN P. 183-184
VALIRON G. 181
VARIGNON P. 145
VASILESCO 193
VESSIOT E. 188
VILLAT H. 149
VINCENSINI P. 143
VOLTERRA V. 194-195,199-204
WALD A. 210
WARING E. 159
WEIERSTRASS K. 159,172,175,178-179,182,185,187,201
WEIL A. 150-151,154,161-162,184
WEINGARTEN L.J. 147
WEYL H. 156,170
WIENER N. 169-170,211-212
YOUCHKEVITCH 211
YOUNG L.C. 168
ZARISKI 151

NOTES DE LA REDACTION

1 Ces lettres nous ont été indiquées par B. Bru. Elles se trouvent à la Bibliothèque de mathématiques de l'Université Pierre et Marie Curie (Paris VI), 4 place Jussieu, Tour 56, 4^e étage, dans un dossier laissé par Paul Lévy dans ses papiers : Correspondance relative à mon exposé sur l'Académie et les mathématiques, exposé publié dans [4]. P. Lévy écrit à ce propos ([4],143, en note) :

"Avec la collaboration pour certaines parties des autres membres de la section de géométrie et de MM. H. Cartan, J. Dieudonné, C. Ehresmann, S. Mandelbrojt, L. Schwartz et P. Vincensini.

Les noms des membres de l'Académie sont imprimés en capitales, et ceux des correspondants ou lauréats de l'Académie en italiques. Le lecteur se rendra ainsi aisément compte du rôle que l'Académie, indépendamment de la publication de ses recueils, a joué en attirant à elle d'éminents savants ou en récompensant leurs travaux par des prix.

Cet exposé ne pouvant être complet, le lecteur est prié d'excuser les lacunes qu'il présente. On s'est efforcé de parler surtout des travaux publiés ou récompensés par l'Académie ; cependant il a paru indispensable de parler à différentes reprises de travaux importants n'ayant pas ce caractère, mais liés étroitement à ceux qu'il s'agissait d'exposer."

Nous signalons au lecteur du mémoire [4] qu'il faut lire p.171 - au lieu de "cette question une réponse affirmative. Schwartz a démontré que le théorème de Malliavin ne s'étend pas au cas de trois variables" - "cette question une réponse négative. Schwartz

avait déjà obtenu le résultat analogue pour le cas de trois variables."

Il nous a semblé intéressant de publier les parties essentielles de cette correspondance comme une contribution à la compréhension du développement des mathématiques en France dans la première moitié du XX^e siècle.

Quant à l'oeuvre de Paul Lévy lui-même, nous renvoyons à la Notice nécrologique de J. Dieudonné ([3]).

- 2 En ce qui concerne l'oeuvre d'Arnaud Denjoy, voir la Notice nécrologique de Henri Cartan ([2]). Signalons que les papiers laissés par Arnaud Denjoy se trouvent actuellement chez Madame Arnaud Denjoy à Nice.
- 3 Le chapitre I est intitulé ([4],143) : L'Académie avant Lagrange et Laplace.
- 4 Voir [4], p.145, alinéa 2 ; p.157, alinéa 1. Serret n'est pas cité dans ce mémoire de Paul Lévy.
- 5 Voir [4], p.195, alinéa 1.
- 6 Voir, p.61, Index des noms cités dans le mémoire Les mathématiques de Paul Lévy.
- 7 Voir [4], p.160, note 1.
- 8 Voir [4], p.165-166, paragraphe 3.
- 9 Le nom de Sierpinski ne figure pas dans [4], ni d'ailleurs dans l'Index des noms cités des Eléments d'Histoire des mathématiques de Bourbaki ([1],374).
- 10 Le nom de Zermelo ne figure pas dans [4]. Cela est dû peut-être à la conception des mathématiques de Paul Lévy.
- 11 Voir [4], p.168, lignes 1 à 8.
- 12 Il existe une lettre de Denjoy à Lévy du 30 août 1965, où il expose les théories de la mesure de Jordan, Borel, Lebesgue et Denjoy.
- 13 Il y a dans ce dossier de Paul Lévy plusieurs lettres de J. Dieudonné qui sont très intéressantes et qui montrent que Paul Lévy s'en est beaucoup servi dans la rédaction de son texte.

Dans sa lettre du 2 septembre 1965, J. Dieudonné écrit, après avoir décrit le développement des théories issues des travaux d'Elie Cartan, Leray, André Weil, Henri Cartan, Chevalley, Serre et Thom :

"Ne croyez surtout pas que mes connaissances sur toutes ces questions dépassent le niveau le plus superficiel ; parmi les mathématiciens français, il n'y a que Weil, Chevalley, Serre et Cartier qui allient à des connaissances encyclopédiques la profondeur de vues qui fait la grandeur de leur oeuvre mathématique."

On trouve également dans ce dossier les pages 8 à 10 d'un rapport, dû à J. Dieudonné, traitant de la théorie des faisceaux, de l'algèbre homologique et de la topologie algébrique.

- 14 Sur les travaux de Maurice Fréchet voir la Notice nécrologique de S. Mandelbrojt ([5]). Quant aux papiers laissés par Fréchet, ils sont déposés aux Archives de l'Académie des Sciences de Paris.

La première lettre de Fréchet à Lévy est du 20 juin 1965 et concerne la théorie de la mesure et les probabilités.

15 Voir [4], p.204-205, paragraphe 3.

16 Voir [4], p.204, alinéa 1 : le mot "d'abord" a été supprimé par P. Lévy.

17 Cette indication de Fréchet sur l'influence d'Hadamard sur la formation même de ses conceptions de l' "analyse générale" nous paraît aussi capitale que neuve. Il s'agit d'un problème important à éclaircir: quelle a été l'influence exacte d'Hadamard sur le projet mathématique de Fréchet ?

Il nous semble intéressant de rapporter un témoignage oral d'une personne qui connaissait bien Fréchet, témoignage reçu et noté le jour même de l'entretien avec Fréchet (3 mai 1971) :

"Hadamard ne voulait pas quitter Paris, et comme il n'y avait pas de poste à la Faculté des Sciences de Paris, il a pris une classe de 5^{ème} au Lycée Pasteur de Paris, où se trouvait, à cette époque, le petit Fréchet. Il a remarqué ses dons, et depuis lors l'a toujours suivi. Plus tard, Fréchet tremblait chaque fois qu'il allait voir Hadamard, car il craignait que celui-ci lui pose une question à laquelle il n'aurait pas su répondre."

18 Il s'agit du paragraphe 1, p.201-202, de [4].

19 Le chapitre IV est intitulé : Fonctions d'une variable réelle, intégration, dérivation et analyse harmonique ([4],163-172).

20 Sur cette question, voir le mémoire [8].

21 Voir, en particulier, la note 1, p.210, de [4].

22 Dans la monographie n° 14 sur Emile Borel, éditée par L'Enseignement mathématique, Genève, 1965.

23 Voir [4], p.207, et le paragraphe 3, p.209.

24 Voir [4], p.210, alinéa 3.

25 Voir [4], p.168-169.

26 Voir [4], p.202, alinéa 1.

27 Il s'agit de l'alinéa 1, p.148 de [4].

28 Voir [4], p.192, alinéa 1.

29 Voir [4], p.201, alinéa 2.

30 Il existe une lettre de Fréchet du 1er août 1965 qui accompagnait la présente lettre du 30 juillet ; de même deux lettres des 11 et 14 août 1965 traitant des questions de la mesure et des probabilités.

Cette correspondance de Paul Lévy est également intéressante à cause de la polémique qui se poursuit encore en 1965 entre G. Julia ([7]) et P. Montel ([6]) sur la priorité dans l'étude des points où une famille de fonctions n'est pas normale ([4],180), les points J. On a sur ce sujet de points irréguliers d'une suite de fonctions deux lettres de G. Julia des 16 septembre et 11 octobre 1965. Il existe aussi dans ce dossier de P. Lévy un Résumé succinct de l'oeuvre de M. Julia.

Paul Lévy a également consulté pour écrire son mémoire S. Mandelbrojt, dont il existe deux lettres, une du 31 mai et l'autre du 19 août 1965. Dans cette dernière lettre,

S. Mandelbrojt écrit en particulier :

"Vous dites : "L'étude de ces fonctions (monogènes) a conduit Borel à poser le problème général des fonctions quasi analytiques..." . [[Voir [4], p.182, alinéa 2.]]

Je ne suis pas de cet avis. C'est Hadamard qui, dans une Note aux C.R. de la Société mathématique de France (donc dans une communication orale à la Société), en 1912, a posé nettement, et pour la première fois, le problème de la quasi analyticité. (Ici, à la campagne [[à Saint-Priest de Gimel en Corrèze]], je n'ai pas les possibilités bibliographiques, mais je me rappelle les choses clairement.) Hadamard considère, pour la première fois, les classes $C\{M_n\}$ de fonctions telles que $|f^{(n)}(x)| \leq k^n M_n$, et demande d'indiquer des conditions pour que de $f \in C\{M_n\}$, $f^{(n)}(x_0) = 0$ ($n \geq 0$) résulte que $f \equiv 0$. Il dit bien un mot, je crois, sur les fonctions monogènes, mais le problème de quasi analyticité y est indiqué pour la première fois. A mon avis, ce problème est bien plus important que celui de la monogénéité au sens de Borel ("au sens de Cauchy", comme dit Borel). Hadamard introduit le problème de la q.a. en relation avec les considérations de Gevrey sur les données du problème de Cauchy."

Cette lettre contient également des passages intéressants sur la quasi analyticité de Serge Bernstein, sur les travaux de Fatou et, en particulier, deux pages (dont le "contenu mathématiques comporte quelques éléments humains") sur l'origine de la théorie des distributions de L. Schwartz ([4], p.168-169, paragraphe 6).

Une lettre de H. Milloux, de ce dossier de Paul Lévy, du 30 septembre 1965, tente d'éclaircir la "question bien épineuse" des points d' "anormalité", où "deux savants [[Julia et Montel]], très éminents, se heurtent avec passion".

Dans trois lettres des 6 et 31 juillet et 5 octobre 1965, Paul Montel expose son point de vue sur la découverte des points J. (Notons que les papiers laissés par Montel sont déposés aux Archives de l'Académie des Sciences de Paris.)

P. Montel écrit dans sa lettre du 31 juillet :

"J'ai lu sans tarder votre travail. Je le trouve excellent, très clair et fort instructif .

Vous craignez de vous être trop cité. Vous avez énoncé des faits nécessaires à l'exposé. Mais la lecture de notre nom nous frappe plus que celle des autres. En revanche, les auteurs vivants trouveront peut-être qu'ils n'ont pas été assez cités, moins par orgueil qu'à cause de la connaissance approfondie du domaine qu'ils ont exploré."

31 P. Montel, Sur les familles de fonctions analytiques qui admettent des valeurs exceptionnelles dans un domaine (Annales sci. Ecole Norm. Sup., (3), 29(1912), 487-535).

32 Voir aussi la note 1, p.180, de [4].

33 Union des mathématiciens allemands.

34 Le théorème sur les familles normales ([4], 180).

35 On trouve aussi dans ce dossier de Paul Lévy une lettre de L. Schwartz du 19 septembre 1965 traitant de l'analyse fonctionnelle qui "a subi de prodigieux développements entre

les deux guerres". Quant aux espaces de Banach, "presque tous les théorèmes importants sont dus à Banach ou inspirés par lui". L. Schwartz écrit encore :

"Les développements les plus récents sont relatifs précisément aux espaces vectoriels topologiques non normés, nécessaires par exemple en théorie des distributions. Un certain nombre de résultats récents sont dus à Mackey, Dieudonné, Schwartz et surtout Grothendick (produits tensoriels topologiques et espaces nucléaires)."

Il existe également un rapport de L. Schwartz sur Les distributions et la transformation de Fourier, ainsi qu'un rapport sur la Géométrie infinitésimale dû probablement à P. Vincensini.

36 Pour écrire nos notes, nous avons été obligés de faire cet Index des noms cités, car il n'en existe pas dans [4].

Il ne nous semble pas sans intérêt de le donner ici, d'autant plus que nous avons souligné les noms qui ne figurent pas dans l'Index des noms cités des Eléments d'Histoire des mathématiques de N. Bourbaki ([1], 366-376).

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BOURBAKI N., Eléments d'histoire des mathématiques, nouvelle édition, Paris(Hermann), 1974
- [2] CARTAN H., Notice nécrologique sur Arnaud Denjoy (C.R. Acad.Sc. Paris, 279(1974), Vie académique, 49-53)
- [3] DIEUDONNE J., Notice nécrologique sur Paul Lévy (C.R. Acad. Sc. Paris, 274(1972), Vie académique, 137-144)
- [4] LEVY P., Les mathématiques, dans Institut de France, Académie des Sciences, Troisième Centenaire, 1666-1966, tome I, p.143-212, Paris(Gauthier-Villars), 1967
- [5] MANDELBROJT S., Notice nécrologique sur Maurice Fréchet (C.R. Acad. Sc. Paris, 277(1973), Vie académique, 73-76)
- [6] MANDELBROJT S., Notice nécrologique sur Paul Montel (C.R. Acad. Sc. Paris, 280(1975), Vie académique, 186-188)
- [7] GARNIER R., Notice nécrologique sur Gaston Julia (C.R. Acad. Sc. Paris, 286(1978), Vie académique, 126-133)
- [8] TAYLOR A.E., The Differential : Nineteenth and Twentieth Century Developments (Archive Hist. Exact Sci., 12(1974), 355-383)