

H. M. BADRAN

Santé publique et distribution de la qualité de vie sur la pyramide des âges

Les cahiers de l'analyse des données, tome 19, n° 3 (1994),
p. 367-376

http://www.numdam.org/item?id=CAD_1994__19_3_367_0

© Les cahiers de l'analyse des données, Dunod, 1994, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Les cahiers de l'analyse des données » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SANTÉ PUBLIQUE ET DISTRIBUTION DE LA QUALITÉ DE VIE SUR LA PYRAMIDE DES ÂGES

[PYRAMIDE]

H. M. BADRAN*

“Le tabac est responsable de 60000 décès par an en France, ce qui représente 11% de la mortalité”

“*Although there are still about 700,000 deaths related to coronary artery disease each year in the United States, this figure represents an encouraging reduction from the figure of 25 years ago*”

1 Causes de décès et pyramide des âges

Depuis un siècle, la cause présumée de chaque décès doit être déclarée par un médecin. Les déclarations individuelles sont tenues secrètes, mais des statistiques globales en sont publiées. Deux articles de Madame F. BOTROS-TAWADRAUSE, sont consacrés à l'analyse de données numériques sur la mortalité et ses causes, en France de 1950 à 1969. (cf. [MORT. ENF. FRANCE], in *CAD*, Vol.VIII, n°2, 1983; [MORTALITÉ FRANCE], in *CAD*, Vol.IX, n°2, 1984; articles reproduits dans le volume: *Pratique de l'A. des D. en Médecine*, etc.). L'analyse donne une vue d'ensemble des différences, certes bien connues, qu'on observe entre les diverses causes, quant à leur distribution en fonction de l'âge et du sexe et leur régression éventuelle sous l'action des thérapeutiques nouvelles (;voire leur recrudescence, si l'agent pathogène esquive l'action des médicaments...).

Pour faire image nous dirons que sans la morsure de ces causes, ce qu'on appelle ‘la pyramide des âges’ s'élèverait indéfiniment comme une colonne; (du moins sous l'hypothèse d'une natalité stationnaire adaptée; cf; *in fine*, §6).

Devant des assertions, telles que celles que nous avons d'abord citées, où les décès sont dénombrés, sans référence à l'âge, un lecteur qui borne ses espérances à la Terre, est implicitement saisi d'une illusion qu'il n'oserait confesser: en supprimant les décès, cause par cause, les uns après les autres, on finira par n'en laisser subsister aucun: et ce sera l'immortalité ici-bas.

(*) Maître assistant à l'Université Libanaise à Beyrouth.

Cependant, quelque prodigieux qu'aient été depuis deux siècles les progrès de la médecine thérapeutique ou prophylactique, le nombre des décès reste égal au nombre des naissances; et nul ne prévoit qu'il en puisse être autrement.

Supprimer des décès, ne conduit qu'à remodeler la pyramide des âges: les hommes qui, bénéficiant d'un traitement antibiotique approprié, ont survécu à une infection des voies respiratoires contractée au cours de leur quarantième année, n'ont survécu que pour succomber, dix ans plus tard, à un cancer pulmonaire; ou, encore, parvenus à une extrême vieillesse, finir leurs jours en un tel état d'épuisement que l'inscription d'une cause au décès résultera d'une décision toute arbitraire.

À ceux qu'impatientent nos aphorismes, écho de tant d'autres entendus depuis longtemps en hébreux ou en grec, nous répondrons que, sans monter en chaire, notre propos est d'appeler l'attention des statisticiens sur ce qu'il y a d'illusoire et même de factice, dans l'énoncé de pourcentages qui ne soient pas placés sur la pyramide des âges. En un temps où dépenses de santé, capitalisation des retraites et partage de l'emploi, sont au premier rang des soucis, nos aphorismes, illustrés par quelques graphiques, paraîtront bientôt terre à terre!

2 Présentation et interprétation d'une pyramide des âges

Les différences entre sexes n'étant pas essentielles à notre propos, il suffira de dessiner des demi-pyramides.

Chaque graphique donnera (pour l'un ou l'autre des sexes) un schéma démographique stationnaire; ou, plus concrètement, l'histoire d'une génération déterminée (on dit parfois d'une cohorte) telle que permet de la concevoir la compilation de statistiques afférentes à plusieurs générations (cf; *in fine*, §6).

À la base (nous voulons dire: à la naissance; il serait trop douloureux de commencer par la vie intra-utérine, aujourd'hui si peu protégée), $\hat{a}=0$, la cohorte est au complet: une longueur unité la mesure. D'année en année, la longueur diminue; finalement, au-delà d'un âge maximum, \hat{a}_{max} , la longueur est nulle: il n'y a plus de survivant.

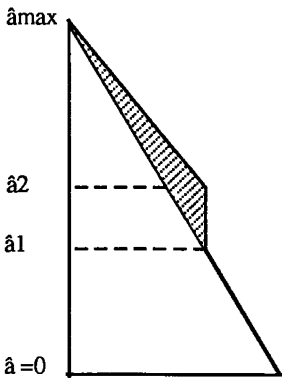
Construite pour présenter l'histoire d'une génération, la pyramide peut encore se lire comme offrant les espérances d'un individu: il est sûr d'être en vie au jour de sa naissance, quand $\hat{a}=0$; la probabilité vivre à l'âge \hat{a} décroît en fonction de \hat{a} ; jusqu'à zéro, pour $\hat{a}=\hat{a}_{max}$.

On pourrait spéculer sur \hat{a}_{max} . BUFFON, qui vivait en un temps où les progrès de la médecine n'étaient guère en vue, où les assauts constants des maladies infectieuses donnaient véritablement au schéma, la forme

pyramidale à laquelle il doit son nom...; BUFFON a écrit, dans son *Histoire Naturelle*, que la durée de la vie humaine est de cent vingt ans. Il apparaît qu'il voulait dire que si ne jouait plus aucune des causes que l'on peut, à divers titres, considérer comme accidentelles, les hommes n'en mourraient pas moins; et ce, à un âge, que potentiellement, il est permis de dire être le même pour tous. (Au §6.3, on confronte cette thèse à des données contemporaines).

Il y aura, sur tous nos graphiques, un âge supérieur limite, \hat{a}_{max} ; non que nous prétendions qu'il existe une telle constante caractéristique de l'espèce humaine, mais parce que notre propos n'est pas d'embrasser la mortalité dans toute sa généralité, mais seulement de montrer que la suppression, totale ou partielle, d'une cause de décès a des conséquences qui varient grandement selon la distribution de l'âge auquel frappe cette cause.

3 Effet, sur la pyramide, de la suppression de tout décès dans une tranche d'âge



Le premier schéma montre un triangle blanc: la largeur, qui vaut 1 pour $\hat{a}=0$, décroît linéairement jusqu'à zéro, pour $\hat{a}=\hat{a}_{max}$.

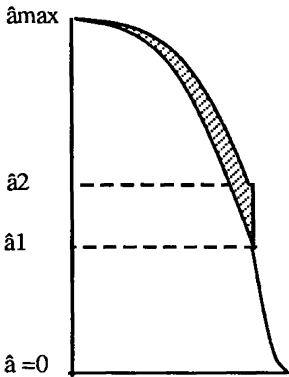
Le nombre des décès est le même chaque année, ce qui implique un taux de mortalité croissant, en fonction de l'âge, \hat{a} , comme $(1/(\hat{a}_{max}-\hat{a}))$; et donc, tendant vers l'infini quand $\hat{a} \rightarrow \hat{a}_{max}$: tout modèle admettant un âge maximum, \hat{a}_{max} , aura une telle limite de taux infinie.

Au triangle blanc est adjoint un triangle couvert de hachures: cette adjonction représente l'effet qu'aurait la suppression de tous les décès survenant entre les âges $\hat{a}1$ et $\hat{a}2$. Interrompue entre $\hat{a}1$ et $\hat{a}2$, la décroissance de la cohorte des survivants reprendrait linéairement jusqu'à aboutir à zéro pour $\hat{a}=\hat{a}_{max}$.

Un tel modèle est-il vraisemblable?

Personne n'imagine qu'une thérapeutique puisse être trouvée, dont l'efficacité serait absolue sur l'intervalle $[\hat{a}1, \hat{a}2]$; et nulle ailleurs. Mais on peut se borner à postuler que de nombreux décès soient évités sur $[\hat{a}1, \hat{a}2]$: la largeur, pour $\hat{a}=\hat{a}2$, deviendrait plus grande que ce qu'indique le triangle blanc; après $\hat{a}=\hat{a}2$, reprendrait la décroissance linéaire.

Le schéma, ainsi généralisé, correspond à une action très efficace contre une affection mortelle frappant de nombreux malades, principalement entre les âges $\hat{a}1$ et $\hat{a}2$. Tel serait le cas du cancer du poumon, l'action étant simplement, selon l'article d'où vient la formule citée plus haut, l'abandon de l'usage du tabac.



Un deuxième schéma montre ce qu'il en est en partant d'une pyramide des âges dont la forme schématise convenablement la mortalité dans la France contemporaine.

Avant $\hat{a}1$, la zone blanche est conservée telle quelle; entre $\hat{a}1$ et $\hat{a}2$, la pyramide est élargie en barrant les décès par des hachures; après $\hat{a}2$, la pyramide complétée du domaine hachuré a même forme que la pyramide

blanche initiale: la largeur étant, toutefois, multipliée par un coefficient constant.

L'exemple du cancer du poumon étant accepté, pour justifier que la mortalité puisse être réduite précisément sur $[\hat{a}1, \hat{a}2]$ (et il serait d'ailleurs facile, par un calcul différentiel, de décrire, suivant le même principe, toute réduction de la mortalité comme une suite de réductions affectant des tranches d'âge successives...); peut-on admettre, sans réserve, qu'après $\hat{a}2$ la forme de la pyramide se conserve exactement, à un coefficient constant près?

Il s'agit, au fond, d'une hypothèse suivant laquelle les sujets qui, de par une certaine action, ont, entre les âges $\hat{a}1$ et $\hat{a}2$, évité la mort, ne diffèrent en rien des autres survivants qui n'avaient pas besoin de cette action.

Cette hypothèse ne s'impose pas.

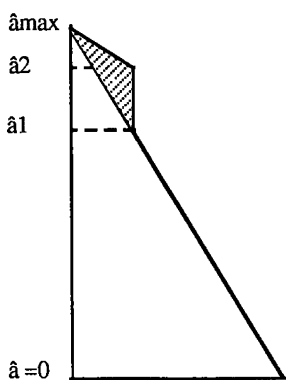
Il est vrai que certaines affections menacent tous les hommes, de façon aléatoire, avec une égale probabilité: en restreignant cette probabilité pour une seule cause, on ne modifie pas la susceptibilité de la population générale vis-à-vis des autres causes de décès.

Mais certaines affections ne sont mortelles que pour les plus faibles des hommes; lesquels, ayant échappé à de telles affections, ajouteront à notre diagramme une zone hachurée qui se retrécira plus vite, avec l'âge, que ne le fait la pyramide initiale.

On présumera, au contraire, que l'abandon de l'usage du tabac aurait un effet avantageux pour tous; et réduirait la mortalité générale, dont résulte la forme de la pyramide initiale.

4 Diversité des effets de la suppression d'un nombre de décès selon la distribution de ceux-ci suivant l'âge

Le troisième schéma ne diffère du premier qu'en ce que l'intervalle $[\hat{a}1, \hat{a}2]$ a été décalé vers le haut.



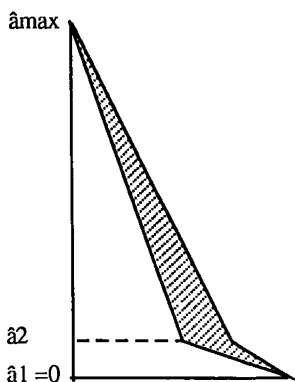
Le modèle initial est, ici comme là, pour plus de netteté, le même triangle blanc.

Avec ce modèle, le nombre des décès évités, proportionnel à la largeur de l'intervalle de temps, ne dépend pas de la hauteur à laquelle on place celui-ci.

Mais la superficie de la zone hachurée est d'autant plus faible que ces décès évités devaient survenir à un âge plus avancé; et les années que l'on peut gagner

vers le sommet de la pyramide sont des années de vieillesse; auxquelles l'épuisement met un terme d'autant moins évitable qu'il n'a pas de nom.

Le quatrième schéma montre, au contraire, ce qu'a pu être l'effet d'une innovation thérapeutique telle que la vaccination jennérienne (contre la variole); ou la sérothérapie antidiphthérique.



Une fraction importante (la moitié sur notre schéma) des décès frappant les sujets les plus jeunes est évitée; les survivants, que représente la zone hachurée, ne diffèrent en rien de la population générale, quant à leur fragilité.

Pour un nombre de naissances donné, le nombre des vies qui déroulent leur cours est véritablement multiplié.

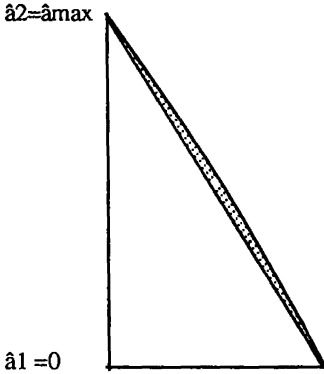
Derrière les formules en pourcentages, non rapportées à la pyramide des âges, se dissimule parfois une imposture. Car l'effet d'un gain de 10% sur l'ensemble des décès est tout autre selon qu'il s'agit de décès survenant dans la première enfance, la maturité ou la vieillesse.

قال زهير بن ابي سلمى :

رَأَيْتُ الْمَنَايَا حَبَطَ عَشْوَاءَ مَنْ تَصَبَّ تَمَثَّهَ وَمَنْ تَخَطَّى يَعْمَرُ فِيهِرَمَ .

La mort frappe comme une chamelle aveugle dans la nuit: celui qu'elle touche, elle le tue; celui qu'elle manque prend de l'âge et s'abîme.

Le cinquième schéma repose sur le schéma triangulaire simple. On suppose que la taux de mortalité est pour tous les âges, de $\hat{a}1=0$ jusqu'à $\hat{a}2=\hat{a}max$, diminué d'une même quantité.



Comme on peut s'en assurer par le calcul (en intégrant le taux $(1/(\hat{a}max-\hat{a}))$ ainsi diminué) est adjointe au triangle blanc une zone hachurée fusiforme, dont la largeur est maxima vers le milieu de l'intervalle $[0, \hat{a}max]$.

Ce schéma correspond à la suppression d'une cause de mortalité accidentelle qui frapperait également tous les âges; hypothèse qui, en toute rigueur, n'est acceptable pour aucune cause connue.

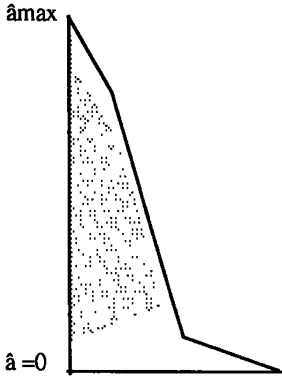
5 Diversité qualitative dans l'étendue de la pyramide des âges

Avec le sixième schéma, nous abordons une nouvelle distinction.

Non seulement, il faut, à la notion numérique de taux de décès évités, substituer l'image d'une zone hachurée adjointe à la pyramide des âges; mais encore l'étendue de cette pyramide elle-même ne peut être regardée comme uniforme.

Du point de vue de l'individu, comme de la société, cette espérance de vivre à un certain âge n'est pas une durée dépourvue de qualités. Vue d'ici bas, elle peut être coûteuse ou féconde, douloureuse ou joyeuse; vue de l'éternité, elle est ce que Dieu sait.

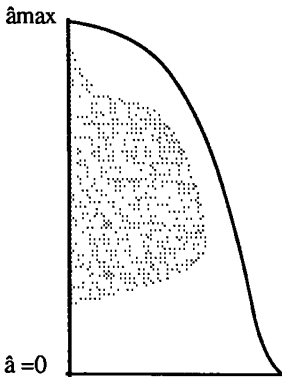
Le sixième schéma (sans prétendre à l'exactitude) renvoie à ce qui était



encore la vie dans un village il y a un ou deux siècle. Forte mortalité dans les premières années; diminution nette du taux à la fin de l'enfance; et croissance, ensuite jusqu'à la vieillesse.

Dans cette véritable pyramide, une aire pointillée représente les années de travail: très tôt l'enfant a un rôle utile; l'apprentissage commence avant l'adolescence; le travail, qui est presque général, ne s'interrompt qu'avec la décrépitude.

Tout autre est le septième schéma.



Sur le fond d'une pyramide de type contemporain, la zone grise des années de travail productif commence tard; et s'interrompt assez franchement à l'âge de la retraite; dans la période même de la vie active de l'adulte, le chômage écarte visiblement la zone grise du bord de la pyramide elle-même.

À un âge donné, le segment compris dans la pyramide représente les survivants; la partie du segment couverte de gris compte les emplois.

D'autres distinctions restent à faire sur l'aire de la pyramide des âges: quant aux forces et aux besoins; quant aux compétences et à l'emploi de celles-ci.

N'ayant pas de données précises, nous nous bornerons à suggérer que les données des recensements, ou des données complémentaires issues de sondages, soient considérées, dans leur ensemble, pour donner à la pyramide, par plages, ses couleurs propres; de même que la morbidité et la mortalité, la prophylaxie et la thérapeutique seraient comprises comme rongant ou

conservant l'aire de la pyramide; tout en dénaturant ou préservant la qualité intérieure.

Avant d'entreprendre une telle étude, on peut déjà affirmer, que les accroissements de population qu'on attribue aux pays d'Europe occidentale ne peuvent être acceptés tels quels; car y contribue principalement un élargissement de la partie haute de la pyramide compatible avec la stabilité, voire la régression, de la base.

Et si l'on ne veut qu'un seul nombre, il conviendrait de suivre la population âgée de 20 à 60 ans; plutôt qu'un total général dont le contenu se modifie tellement, en qualité, que la quantité n'en donne qu'une évaluation illusoire. Nous reviendrons sur ce point au §6.2

6 Trois pyramides

6.1 La pyramide usuelle

Ainsi qu'on l'a succinctement rappelé au §1, la pyramide des âges, telle qu'on la construit ordinairement, résulte de l'incidence de la mortalité sur plusieurs générations successives, issues d'une natalité fluctuante, et qui, soumises à des agressions diverses, ont bénéficié de conditions de thérapeutique et d'hygiène en rapide évolution.

On peut, certes, reconnaître, sur une telle pyramide, l'incision marquée par une grande guerre, particulièrement du côté masculin; ou encore, d'après un brusque rétrécissement de la base de la pyramide française contemporaine, réfuter ceux qui prétendent que la funeste législation de 1974 n'a pas eu d'incidence sur la natalité proprement dite.

Mais l'examen d'un graphique résultant de plusieurs causes, différant à la fois quant à leur nature et à leur ordre de grandeur, ne peut présenter chacune de ces causes avec toute la clarté dont elle est susceptible.

6.2 Toutes les cohortes considérées à un même âge

Afin de suivre la puissance de la natalité, à l'épreuve de la mortalité, on créera des graphiques en forme de colonne, donnant, chacune pour un âge, \hat{a} , déterminé, les effectifs qu'ont eu, à l'âge \hat{a} , les survivants des cohortes venues successivement au monde, dans un même pays, p , en les années, t , d'un intervalle T .

Dans un tel graphique, l'axe vertical des t sera orienté vers le bas, depuis le début de la période étudiée (placé en haut), jusqu'à l'année t où sont nés ceux qui ont présentement l'âge \hat{a} ; de telle sorte que, pour $\hat{a}=0$, la base soit semblable à celle de la pyramide ordinaire d'un pays où est minima la mortalité des premières années.

On verra alors que, pour les pays d'Europe occidentale, quand t monte du présent jusqu'au passé, les colonnes afférentes aux premiers âges, \hat{a} , s'élargissent; celles afférentes à un âge avancé se rétrécissent; avec des modelés complexes pour les âges intermédiaires.

6.3 Histoire d'une cohorte fictive exposée constamment aux conditions d'une année réelle

Dans la présente étude, suivant la voie frayée par Mme. F. BOTROS-TAWADRAUSE, la pyramide présente, de sa base à son sommet, ce que seraient les effectifs successifs, à partir de l'âge $\hat{a}=0$, d'une cohorte constamment placée dans les conditions de morbidité et de thérapeutique et d'hygiène régnant (ou ayant régné) en une année t dans un pays p .

France: *Mortalité annuelle en décès /1000*

âge	15-44	45-64	65-74	75 et au delà
sexe Masc.				
μ_1 : 1955-59	2,1	15	49	120
μ_2 : 1975-78	1,55	11,5	39	90
$\pi = \mu_2/\mu_1$	0,74	0,77	0,80	0,75
sexe Fém.				
μ_1 : 1955-59	1,25	7,7	30	90
μ_2 : 1975-78	0,7	4,8	18	61
$\pi = \mu_2/\mu_1$	0,56	0,62	0,60	0,68

L'occasion s'offre ici de reprendre, d'après des données aimablement communiquées au laboratoire d'Analyse des Données par P. DAMIANI (il y a quelques années déjà), la thèse de BUFFON quant à une durée limite assignée à la vie humaine.

Le tableau ci-dessus montre que, sur l'intervalle de temps considéré, le rapport de réduction de la mortalité a été quasi indépendant de l'âge, particulièrement pour le sexe masculin. Considérons ce que ceci implique pour la transformation de la pyramide des âges d'une cohorte soumise aux conditions de ≈ 1977 , relativement à celle afférente à ≈ 1957 .

Notons $\mu(a)$ le taux de mortalité exprimée en fonction de l'âge; et $f(a)$, l'effectif de la cohorte (qu'on pourra supposer normalisé à 1, pour $a=0$). On a les relations différentielles:

$$df = -\mu(a).f(a).da \quad ; \quad dLf = -\mu(a).da \quad ;$$

en d'autres termes, $\mu(a)$ est, au signe près, la dérivée logarithmique de l'effectif f , par rapport à l'âge, a . On peut encore écrire, sous forme intégrale:

$$Lf(\hat{a}) = \int \{-\mu(a).da \mid a \in [0, \hat{a}]\} \quad ; \quad f(\hat{a}) = \exp(Lf(\hat{a})) \quad .$$

Le tableau comparatif des taux de mortalité suggère de considérer l'effet sur la fonction f de la multiplication de μ par un coefficient π ne dépendant

pas de l'âge. Il vient, en distinguant les deux périodes par un indice 1 ou 2:

$$L f_2(\hat{a}) = \pi . L f_1(\hat{a}) \quad ; \quad f_2(\hat{a}) = (f_1(\hat{a}))^\pi \quad ;$$

on a posé: $\pi < 1$; on voit que, pour $\pi \rightarrow 0$, le domaine limité par la courbe f , (afférente à un seul sexe,) tend à remplir le rectangle ayant pour largeur, en abscisse f , $[0, 1]$; et pour hauteur, en ordonnée a , $[0, \hat{a}_{\max}]$; où \hat{a}_{\max} désigne une limite fixe pour laquelle tend vers l'infini la valeur (d'origine empirique) assignée à la fonction μ . Selon ce modèle, le coin $\{f \rightarrow 1 ; a \rightarrow \hat{a}_{\max}\}$ serait le dernier à être occupé par la vie.

L'hypothèse d'une limite fixe, \hat{a}_{\max} , est, pour le sexe masculin, suggérée par le tableau des taux, où le rapport π ne tend pas à croître en fonction de l'âge. Pour le sexe féminin, du fait d'une certaine croissance de π avec l'âge (ce qui correspond à une moindre diminution du taux de mortalité pour les âges élevés), il est *a fortiori* vraisemblable que \hat{a}_{\max} n'augmente pas au cours de la période étudiée.

7 Envoi

Prétendant, indûment, être maître de la vie humaine, l'homme présente d'abord une image flattée des succès de sa gestion; puis, le mirage se dissipe, l'homme prend peur: tacitement, ou avec insolence, le charlatan se pose en maître de la mort. Qui se connaît soi-même dans le miroir de la statistique, prétend moins et ose moins.

Référence bibliographique

F. BOTROS-TAWADRAUSE: "Analyse des données numériques sur la mortalité et ses causes en France de 1950 à 1969"; [MORTALITÉ FRANCE];

in *CAD*, Vol.IX, n°2; (1984);

et: *Pratique de l'Analyse des Données en Médecine, Pharmacologie et Physiologie clinique*; [MC3 n°5]; édité par: Statmatic, [6/8 Avenue S. Allende, 93-804, Épinay/Seine; (16.1)48.27.05.49]; (1992)